УДК 629.42.05

В. В. ЛАГУТА (ДІІТ)

КОМПРОМІСНО-ОПТИМАЛЬНІ ТЯГОВІ РОЗРАХУНКИ НА МНОЖИНІ ПАРЕТО

Задача оптимальних тягових розрахунків розглядається як задача про оптимальне розподілення ресурсу. Рішення засновано на динамічному програмуванні. Використовується покрокове обчислення множини точок оптимальних за Парето значень цільової функції (витрати енергії) і ресурсу (час).
Ключові слова: цільова функція, витрати енергії, динамічне програмування

Задача оптимальных тяговых расчетов рассматривается как задача об оптимальном распределении ресурса. Решение основывается на динамическом программировании. Используется пошаговое вычисление множества точек оптимальных по Парето значений целевой функции (затраты энергии) и ресурса (время).
Ключевые слова: целевая функция, затраты энергии, динамическое программирование

The problem of optimum traction calculations is considered as a problem about optimum distribution of a resource. The dynamic programming solution is based on a step-by-step calculation of set of points of Pareto-optimum values of a criterion function (energy expenses) and a resource (time).
Keywords: criterion function, expense of energy, dynamic programming

Тягові розрахунки є прикладної частиною теорії тяги поїздів і дозволяють вирішувати численні практичні задачі, що виникають при проектуванні та експлуатації залізниць.

На залізничному транспорті методи розробки тягових розрахунків і необхідні для їх виконання нормативи регламентуються Правилами тягових розрахунків (ПТР) для поїзної роботи [1–6].

В даний час тягові розрахунки виконуються, переважно, з допомогою засобів обчислювальної техніки. Для математичного формулювання задачі необхідно враховувати фізичну суть явищ, що супроводжують процес руху поїзда, основні прийоми та способи тягових розрахунків. У більшості випадків тягові розрахунки вимагають оперативності їх проведення.

Сьогодні, мабуть, найактуальнішою проблемою є проблема економії енергоресурсів. У той же час необхідно вантаж доставляти під час, а в багатьох випадках – в найкоротші терміни.

Метою роботи є розробка чисельного методу оптимальних тягових розрахунків з використанням векторної оптимізації для двох показників.

Актуальність

Одним з радикальних способів, що забезпечує стійкість на ринку надання транспортних послуг, є економія енергоресурсів. Залізнична мережа України органічно зливається з залізницями Росії, Білорусії, Польщі, Чехословаччини, Румунії та ін. Географічне розташування України має великий потенціал до транзитних перевезень. Незважаючи на істотне зниження обсягів перевезень, умови роботи залізничних підприємств України залишаються важкими і це в першу чергу пов’язано із щорічним зростанням цін на енергоносії. Значна частка використання енергії припадає на забезпечення тяги поїздів. Проблемі економії енергоресурсів приділяється постійна і пильна увага у всіх галузях промисловості і не тільки на транспорті.

Сьогодні важливою проблемою є створення компромісно-оптимальних режимів тяги поїздів для показників споживання та часу доставки вантажу. Вартісні показники ефективності руху поїздів вимагають нових підходів до розробки методів оптимального розрахунку режимних карт ведення поїздів. Для аналізу доцільності переходу на режими руху, оптимальні за вартістю електроенергії, необхідно виконати дослідження компромісно-оптимальних рішень, ефективних для вектора показників:

– витрати електроенергії;

– вартості електроенергії при заданому обсязі перевезень;

– графік руху.

Компромісно-оптимальні режими представляють набір умовно-оптимальних режимів руху (або ж дільничних швидкостей), які застосовуються залежно від заданої переваги характеристик векторної цільової функції [7].

Аналіз літературних джерел

Характерною особливістю робіт за оптимальними тяговими розрахунками є пристосування схем і методів до обчислювальної техніки. В основу багатьох алгоритмів покладено принцип Беллмана. Експериментальні розрахунки сьогодні дозволили накопичити певний досвід з оптимізації.

Одним з напрямів впровадження методів управління на транспорті, є розробка таких обчислювальних систем, які дозволяли б оптимально управляти поїздом, як в замкнутому циклі (автоматичне керування), так і в режимі рекомендацій (підказок). Практика показала, що для більшої ефективності необхідно розробити досить дієві математичні методи розв'язання задач оптимальних тягових розрахунків, на підставі яких можна було б розробити ті чи інші алгоритми для конкретних інженерних задач, з наступним уточненням і доробкою на реальних процесах керування поїздами або в системах управління. Дана проблема висвітлена в роботах [8–11].

У роботах Костроміна А. М. [12–14] використовується як класичне варіаційне числення, так і методи математичної теорії оптимального управління, що з'явилися у фундаментальних працях Понтрягіна і Беллмана. Проблема оптимальних режимів управління локомотивом розглядається як інженерне завдання. В основу методів рішення покладений в більшості випадків принцип максимуму.

Роботи [15–17] присвячені, в основному, розробці методів оптимізації режимів водіння поїздів, заснованих на використанні сучасної математичної теорії управління і обчислювальних засобів. Критерієм оптимальності в більшості виконаних робіт служить мінімум витрат енергії на тягу поїздів, хоча зустрічається також застосування інших показників ефективності організації перевізного процесу, наприклад час руху поїзда по ділянці, що використовується в задачах на швидкодію або точність виконання заданого часу ходу і т.п. Проте незалежно від прийнятого критерію і параметра оптимізації задача вибору оптимальних режимів водіння поїзда розглядалися в однокритеріальній постановці.

Застосування методів векторної оптимізації до вирішення двокритеріальної задачі оптимізації тягових розрахунків викладені в роботах [18–20]. У роботах досліджується рішення двокритеріальних задач методом векторної оптимізації. Для аналізу можливих шляхів вирішення використовується метод параметризації, проводиться аналіз завдання тягових розрахунків як завдання векторної оптимізації. Запропонований метод оптимізації ґрунтується на якісному дослідженні режимів руху на елементарному відрізку колії. До недоліків можна віднести відсутність чисельних методів векторної оптимізації орієнтованих до використання обчислювальної техніки що реалізують даний метод.

1. Постановка задачі

Розглядається задача, яка змістовно відома як задача оптимальних тягових розрахунків. Величини

$f(s)$, $t(s)$ – показники, що відображають перевізний процес і являють собою витрати енергоресурсів (електроенергія, паливо) і часу на доставку вантажу;

s – координата колії. Поїзд розглядається як тверде тіло з масою зосередженої в його центрі. Рівняння руху потягу враховуються як в [21]. Вважаються заданими:

– поздовжній профіль колії;
– обмеження швидкості по колії проходження;
– маса складу;
– тип вагонів, навантаження на вісь;
– маса електровоза;
– тягові характеристики електровоза;
– обмеження часу проходження;
– початкова і кінцева швидкість;
– довжина ділянки колії.

З точки зору витрат енергоресурсів на рух виникає задача про побудову закону керування потягом, де критерієм оптимальності є витрата енергоресурсів. Критичним залишається вимога витрат часу на проходження поїзда для даної ділянки.

Нехай

s – координата колії, $0 \le s \le l$;

l – довжина ділянки колії (значення кінцевої координати ділянки);

$v(s)$ – швидкість руху поїзда;

$f(v(s))$ – витрати енергоресурсів;

$t(v(s))$ – функція витрат часу в залежності від обраної швидкості руху;

$\overline{T}$ – час руху по ділянці.

Задача на оптимальне управління рухом поїзда з мінімальною витратою енергії коротко можна сформулювати так: знайти таке допустиме управління $v(s)$, при якому відповідний витрат енергоресурсів був би мінімальним і виконувався графік руху на даній ділянці.

Зазвичай задача оптимального управління руху поїзда з мінімальним витратами енергоресурсів має вигляд:

$$\min_{v(s)} f(s) \tag{2}$$

за умови

$$t(v(s)) = \bar{T}, \quad 0 \le s \le l. \tag{3}$$

Управлінням є швидкість руху.

Модель (2)–(3) враховує не всі обмеження. Необхідно при розрахунках ще врахувати й інші чинники: початкову та кінцеву швидкість, характеристики локомотива (обмеження на питому дотичну силу, обмеження на питому гальмівну силу, ККД та ін.), обмеження швидкісного режиму, перегрів тягового двигуна.

Пом'якшимо жорстку умову щодо часу проходження (3) і замість рівності (2) будемо розглядати обмеження:

$$t(v(s)) \le \bar{T}, \quad 0 \le s \le l. \tag{3'}$$

Модель (2)–(3′) є неперервною. Для побудови схеми розв'язку задачі перейдемо до відповідної дискретної моделі.

Розіб'ємо ділянку колії $0 \le s \le l$ на N елементарних ділянок $\{[s_{j-1}, s_j]\}$, $j = 1,\dots,N$. У точках розбиття s_j швидкість $v = v(s_j)$ може приймати кінцеву безліч значень V_j, $j = 1,\dots,N$:

$$V_j = \{v_i(s_j)\}, \quad i = 1\dots m_j,$$

де m_j – кількість елементів у множині V_j.

Величина m_j визначається обмеженнями на швидкість руху в точці s_j та у спосіб дискретизації $v(s_j)$ (регулярний крок розбиття, нерегулярний крок розбиття, величина кроку розбиття). Залежно від вибраної швидкості руху $v \in V_j$ в точці розбиття колії s_j елементарна ділянка $[s_{j-1}, s_j]$ може бути прослідувана за час $t_j = t(V_j)$ – невід'ємна величина, при цьому витрати енергоресурсів складуть $f_j = f(V_j)$ – також невід'ємна величина. Витрати енергоресурсів на ділянці $0 \le s \le l = s_N$ являють собою суму всіх витрат на елементарних ділянках. Витрати часу для $0 \le s \le l = s_N$ представляють суму часу відповідних встановленому енергоресурсу на елементарних ділянках. Інакше, функція витрат енергоресурсів і функція витрат часу є адитивні функції, визначені на кінцевих множинах V_j.

Потрібно вибрати такий режим руху потягу v_k, $k = 0\dots N$ (v_0 и v_N надані), за якого сумарні витрати енергоресурсів були б мінімальними, і при цьому загальні витрати часу не виводили б із встановленого графіка руху (сумарні витрати часу не перевершували заданої величини $\bar{T}$).

Розглянута задача про оптимальний рух поїзда з мінімальними витратами енергоресурсів (2)–(3′) є канонічною задачею про розподіл ресурсу [22, 23]. Для її рішення пропонується схема методу динамічного програмування. Замість рекурентних рівнянь використовується покрокове обчислення безлічі точок, оптимальних за Парето, на площині значень цільової функції й ресурсу.

У прийнятих позначеннях формальна постановка задачі запишеться так. Знайти мінімум суми

$$\sum_{j=1}^{N} f_j(v_i), \quad v_i \in V_j, \quad j = 1\dots N \tag{4}$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{N} t_j(v_i) \le \bar{T}, \quad v_i \in V_j, \quad j = 1\dots N. \tag{5}$$

Передбачається, що безліч (5) допустимих рішень не порожня.

2. Схема динамічного програмування

Задача (4)–(5) представляє собою відому задачу оптимального розподілу ресурсу, для вирішення якої використовується, зазвичай, метод динамічного програмування [11, 12]. Наведемо основні співвідношення цього методу. Позначимо через $B_j(u)$ оптимум наступної задачі:

- знайти мінімум суми

$$\sum_{k=1}^{j} f_k(v_k)$$

при обмеженнях $\sum_{i=1}^{j} t_i(v_i) \le u \quad v_i \in V_i, \; j = 1\dots N$,

де j приймає значення $1,\dots,N$, $0 < u \le \bar{T}$. Очевидно, величина $B_N(\bar{T})$ дорівнює оптимуму вихідної задачі (4), (5). Її розрахунок проводиться за рекурентним рівнянням:

$$\begin{cases} B_j(u) = \min\limits_{v_j \in V_j \setminus t_j(v_j) \le u} \{B_{j-1}[u - t_j(v_j)] + f_j(v_j)\} \\ 0 < u \le \bar{T} \quad j = 1,\dots,N. \end{cases} \tag{6}$$

За такої організації обчислень необхідно покласти $B_0(u) = +\infty$, $0 < u \le \bar{T}$, та $B_j(u) = 0$, якщо мінімум в (6) береться по порожній безлічі.

За великих значень $\overline{T}$ і N розрахунок з використанням рівнянь (6) вимагає значного обсягу пам'яті й часу рахунку. Нижче пропонується підхід, який дозволяє істотно заощаджувати обчислювальні ресурси.

На площині двох змінних введемо відношення часткового порядку:

$$(x, y) \lhd (z, w) \Leftrightarrow x \le y \,, \quad z \le w \,.$$

Нехай A – деяка безліч точок на площині. Точки з A, мінімальні щодо часткового порядку, називають оптимальними за Парето або просто паретовськими. Розглянемо безліч точок вигляду:

$$F = \sum_{i=1}^{j} f_i(v_i) \,, \quad T = \sum_{i=1}^{j} t_i(v_i) \,,$$

де вектор $(v_1, v_2, \ldots, v_j)$ пробігає всі значення, що задовольняють умовам:

$$\sum_{i=1}^{j} t_i(v_i) \le \overline{T} \,, \quad v_i \in V_i \,, \quad i = 1 \ldots j \,.$$

Сукупність паретовських точок цієї множини позначимо через S_j. З кількох рівних паретовських точок у безліч S_j включається тільки одна. Позначимо через $\left(F_{jk}, T_{jk}\right)$, $k = 1, \ldots, K_j$, точки безлічі S_j, нумеруючи їх за зростанням координат, тобто

$$F_{j1} < F_{j2} < \ldots F_{jK_j} \,, \quad T_{j1} < T_{j2} < \ldots T_{jK_j} \,.$$

Неважко бачити, що $B_j(T_{jk}) = F_{jk}$, $k = 1, \ldots, K_j$. Функція $B_j(u)$ є неспадною по аргументу u при даному j. Її графік складається з ділянок постійності та точок зростання, які і складають безліч S_j. Таким чином, безліч S_j містить всю необхідну інформацію про функції в мінімальному обсязі.

Безлічі S_j, $j = 1, \ldots, N$ перераховуються по кроках, аналогічно рівнянням (6). На початковому кроці вважаємо S_0 = {(0, 0)}. Опишемо спільний крок. Нехай вже побудовано безліч:

$$S_{j-1} = \left\{ F_{j-1,k}, T_{j-1,k} \setminus k = 1, \ldots, K_{j-1} \right\}.$$

Розглянемо безліч точок (F, T) вигляду:

$$F = F_{j-1,k} + f_j(v_j) \,, \quad T = T_{j-1,k} + t_j(v_j) \,,$$

де $k = 1, \ldots, K_{j-1}$, а змінна v_j пробігає всі значення, що задовольняють умовам:

$$T_{j-1,k} + t_j(v_j) \le \overline{T} \,, \quad v_j \in V_j \,.$$

Виділяючи з цієї множини паретовські точки і залишаючи з рівних точок тільки одну, отримуємо безліч:

$$S_j = \left\{ \left(F_{j,k}, T_{j,k} \right) \setminus k = 1, \ldots, K_j \right\}.$$

Цей процес завершується побудовою безлічі:

$$S_N = \left\{ \left(F_{N,k}, T_{N,k} \right) \setminus k = 1, \ldots, K_N \right\}.$$

Величина F_{NK_N} дорівнює оптимуму початкової задачі. Відповідне вказаному оптимуму значення T_{NK_N} є витратами часу. Тут використано таку властивість рішення: перспективні пари (F, T) утворюють безліч Парето, а всі інші можна видалити (але можна і залишити). У реальній реалізації представленого алгоритму попередньо виділяються для кожного значення індексу $j = 1, \ldots, N$ паретовські точки безлічі:

$$\left\{ f_j(v_j), t_j(v_j) \setminus v_j \in V_j \right\}$$

і використовуються в розрахунках тільки вони.

Якщо перспективні пари (F, T) не вилучати, то серед безлічі пар (F, T) можна знайти такі, які оптимізують час. У самому сприятливому випадку серед безлічі паретовських пар можна вибрати найбільш підходящі до умов графіку руху за витратами часу та енергоресурсів.

Висновки

Задача на оптимальне управління рухом поїзда з мінімальною витратою енергії та обмеженням часу можна звести до задачі оптимального розподілу ресурсу, для вирішення якої використано метод динамічного програмування на сукупності паретовських точок безлічі пар $(F, T) = (\text{енергія, час})$. Рішення засноване на паретовскіх точках неєдине. На безлічі рішень по Парето вибирається одне найбільш підходяще по компромісу щодо організації перевізного процесу для даної ділянки.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Подвижной состав и тяга поездов [Текст] / под ред. Н. А. Фуфрянского и В. В. Деева. – М.: Транспорт, 1979.
2. Правила тяговых расчётов для поездной работы [Текст]. – М.: Транспорт, 1985.

3. Справочник по тяговым расчётам [Текст] / П. Т. Гребенюк [и др.]. – М.: Транспорт, 1987.
4. Подвижной состав и тяговое хозяйство железных дорог [Текст] / под ред. А. П. Третьякова. – М., 1971.
5. Кокурин, И. М. Эксплуатационные основы устройств железнодорожной автоматики и телемеханики [Текст] / И. М. Кокурин, Л. Ф. Кондратенко. – М.: Транспорт, 1989.
6. Тяговые расчёты [Текст] : метод. указания к курсовому проектированию / под ред. Ю. Н. Ликратова. – Новосибирск, 1989.
7. Рекомендации по обеспечению энергооптимального процесса перевозок на основе информационных технологий управления системами электрической тяги [Текст]: решение комиссии ОСЖД от 30 октября 2003 г.
8. Ковальский, А. Н. Система автоматического управления поездом метрополитена (САУ-М) и ее модернизация [Текст] / А. Н. Ковальский // Тр. МИИТ. – 1968. – Вып. 276. – С. 3-13.
9. Система автоведения пассажирского поезда [Текст] / Е. В. Ерофеев [и др.] // Тр. МИИТа. – Вып. 492. – С. 3-10.
10. Гаккель, Е. Я. Автомашинист для грузового тепловоза [Текст] / Е. Я. Гаккель // Тр. ЛИИЖТа. – 1964. – Вып. 232. – С. 3-8.
11. Зимарьков, Б. Д. Локомотивом управляет автомат [Текст] / Б. Д. Зимарьков // Электрическая и тепловозная тяга. – 1973. – № 7. – С. 21-22.
12. Костромин, А. М. Методы определения оптимальных режимов вождения поездов [Текст] / А. М. Костромин. – Гомель: БелИИЖТ, 1974. – 43 с.
13. Костромин, А. М. Об интегрировании уравнений движения поезда и расчете оптимальной траектории [Текст] / А. М. Костромин // Тр. БелИИЖТа. – 1974. – Вып. 132. – С. 3-11.
14. Костромин, А. М. Об оптимальном управлении локомотивом при электрической тяге [Текст] / А. М. Костромин // Тр. БелИИЖТа. – 1977. – Вып. 156. – С. 3-23.
15. Погосов, В. Ю. Прогнозирование расхода электроэнергии на тягу поездов с учетом выброса параметров грузовых поездов и условий эксплуатации [Текст] : автореф. дис. … канд. техн. наук: 05.09.93 / В. Ю. Погосов. – М.: МИИТ, 1990. – 23 с.
16. Гетьман, Г. К. Определение оптимальной по минимуму расхода энергии на движение поезда мощности локомотива [Текст] / Г. К. Гетьман // ХарДАЗТ. – Вип. 39. – Х., 2000. – С. 41-48.
17. Беляев, А. В. Алгоритм оптимального по расходу электроэнергии управления движения поїзда [Текст] / А. В. Беляев, А. Г. Вольвич, Н. Ю. Федорова // Сб. науч. тр. Всерос. науч.-иссл. и проектно-констр. ин-та электровозостр. – № 39. – М., 1998. – С. 160-169.
18. Босов, А. А. Векторная оптимизация в задачах тяговых расчетов [Текст] / А. А. Босов, Г. К. Гетьман // Вісник Харківського держ. політехн. ун-ту. – Вип. 73. –Х.: ХДПУ, 1999. – С. 23-27.
19. Гетьман, Г. К. Применение векторной оптимизации для решения задачи тяговых расчетов / Г. К. Гетьман // Вісник Харківського держ. політехн. ун-ту. – Вип. 62. – Х.: ХДПУ, 1999. – С. 12-19.
20. Босов, А. А. Параметризация в задачах векторной оптимизации [Текст] / А. А. Босов, Г. К. Гетьман. // Транспорт: зб. наук. пр. – Вип. 5. – Д.: Наука і освіта, 2000. – С. 62-65.
21. Тяга поездов [Текст] / В. В.Деев [и др.]. – М.: Транспорт, 1987.
22. Беллман, Р. Прикладные задачи динамического программирования [Текст] / Р. Беллман, Дрейфус. – М.: Наука, 1965. – 458 с.
23. Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология [Текст] / Е. С. Вентцель. – М.: Дрофа, 2004. – 208 с.

Надійшла до редколегії 10.11.2010.
Прийнята до друку 16.11.2010.