УДК 517.518.2

Л. О. ПАНІК (ДІІТ)

АВТОМАТИЗАЦІЯ ПЛАНУВАННЯ НЕОДНОРІДНИХ ДИНАМІЧНИХ ПОТОКІВ υ ТРАНСПОРТНИХ МЕРЕЖАХ

У представленій статті виконано аналіз динамічних потоків, коли одиниці потоку мають індивідуальні властивості (неоднорідності).

Ключові слова: транспортні мережі, неоднорідні динамічні потоки, автоматизація планування

В представленной статье выполнен анализ динамических потоков, когда единицы потока имеют индивидуальные свойства (неоднородности).

Ключевые слова: транспортные сети, неоднородные динамические потоки, автоматизация планирования

The analysis of dynamic streams when the stream units have individual characteristics (heterogeneity) is executed in the represented article.

Keywords: transport systems, heterogeneous dynamic streams, automation of planning

Вступ

Задача знаходження максимального потоку в мережі є однією з фундаментальних в теорії графів і комбінаторної оптимізації. Вона вивчається впродовж багатьох років, що обумовлене широким спектром її використання в багатьох практичних додатках, пов'язаних з аналізом транспортних систем, систем матеріальних потоків, обчислювальних і комунікаційних мереж, енергетичних і електричних систем і т.д. Як правило, в цих додатках розглядаються однопродуктові потоки в яких не враховуються індивідуальні властивості (неоднорідності) одиниць потоку і час пересування по дугах мережі, разом з тим урахування індивідуальних властивостей є дуже актуальним для планування на сьогоднішній день. У зв'язку з цим аспектом потокову задачу можна інтерпретувати, як неоднорідну динамічну потоковою задачу. Індивідуальними властивостями потоків можуть бути: переміщення по відомих маршрутах, обмеження на можливість сумісного руху по дугах, задання певної послідовності руху носіїв, право власності, тобто індивідуальні оцінки якості і мети переміщення носіїв, та ін.

Матеріал і результати дослідження

Розглянемо модель задачі знаходження неоднорідного динамічного максимального потоку, розглянуту в [1]. Припишемо кожній дузі (x, y) графа $G = (X, A)$ ціле позитивне число $t(x, y)$, яке визначає кількість деяких тимчасових інтервалів, необхідних для проходження одиниці потоку по дузі (x, y). Величина $t(x, y)$ називається часом проходження по дузі (x, y). Будемо через $c(x, y, T)$ позначати максимальне число одиниць потоку, яке може входити в дугу (x, y) у момент часу T, де $T = 0, 1, \ldots$. Динамічним потоком в графі G з вершини s у вершину t називається будь-який потік з s в t, який задовольняє обмеженням на пропускні спроможності дуг в кожний момент часу. Точніше, динамічним потоком з s в t називається будь-який потік між вказаними вершинами, для якого в кожну дугу (x, y) в будь-який момент часу T входить не більше ніж $c(x, y, T)$ одиниць потоку. Відзначимо, що в динамічному потоці окремі його одиниці можуть відправлятися з джерела у моменти часу $0, 1, 2, \ldots$. Також, кожна одиниця потоку повинна задовольняти якійсь індивідуальній властивості з набору властивостей Is .

Максимальним динамічним неоднорідним потоком з вершини s у вершину t за період в p інтервалів часу є такий динамічний потік з s в t, для якого в стік t за період часу p проходить максимально можлива кількість одиниць потоку.

Розглянемо приклад з життя, в якому задача знаходження динамічного максимального потоку стає актуальною. Хай агент бюро подорожей повинен переправити на протязі 48 годин 75 пасажирів із Спрінгфілда до Стамбулу. Дана проблема може бути таким чином зведена до задачі про динамічний максимальний потік. Хай у відповідному графі Спрінгфілду відповідає джерело, а Стамбулу – стік. Хай кожен аеропорт, що належить можливому маршруту перельоту із Спрінгфілда до Стамбулу, також представлений деякою вершиною. У даному графі з'єднаємо вершини x і y дугою тільки в тому випадку, якщо є безпосадочний рейс між відповідними аеропортами. Хай час проходження кожної дуги (x, y) рівний часу польоту між відповідними аеропортами, округленому до годин. (У тривалість польоту повинен бути включений час пересадки у відповідному аеропорту з одного рейса на інший.) Хай пропускна спроможність $c(x, y, T)$ дуги (x, y) у момент часу T рівна числу місць на відповідний рейс з часом відправлення T. Якщо вказаного рейса немає, то вважається $c(x, y, T) = 0$. Дана практична задача має розв'язок, якщо в побудованому вище графі існує динамічний потік в 75 одиниць з джерела в стік за період в 48 інтервалів часу і якщо ми можемо цей потік побудувати.

Очевидно, задача пошуку максимального динамічного потоку є складнішою, ніж задача пошуку максимального потоку. Це пов'язано з тим, що при розгляді задачі про динамічний потік необхідно простежувати переміщення кожної одиниці потоку з тим, щоб в жоден момент часу ні для однієї дуги не була перевищена її пропускна спроможність. У [2] показано що, таке додаткове ускладнення задачі про динамічний потік (в порівнянні із задачею про статичний потік) можна обійти шляхом зведення першої задачі до другої в «розгорнутому в часі» варіанті початкового графа.

Позначимо через G_p розгорнутий в часі варіант початкового графа $G = (X, A)$ для періоду в p інтервалів часу. Множина вершин графа G_p визначається як:

$$X_p = \{x_i : x \in X, i = 0,1,2,\ldots, p\}. \qquad (1)$$

Множина дуг графа G_p визначається як:

$$A_p = \left\{ \begin{array}{l} (x_i, y_j) : (x, y) \in A, \\ i = 0,1,\ldots, p - t(x, y), j = i + t(x, y) \end{array} \right\} \qquad (2)$$

Покладемо

$$c(x_i, y_j) = c(x, y, i). \qquad (3)$$

Відмітимо, що множина вершин X_p графа G_p формується з вершин множини X, кожна з яких продубльована p раз для кожного моменту часу в періоді, що розглядається. У графі G_p вершини x_i і y_j з'єднуються дугою, якщо в початковому графі G потік може пройти з вершини x у вершину y за час $(j - i)$. Наприклад, одиниця потоку, що виходить з вершини x у момент часів 5 і що витрачає при проходженні по дузі (x, y) 8 одиничних інтервалів часу, може бути представлена в графі G_p одиницею потоку, яка проходить по дузі (x_5, y_{13}).

Очевидно, будь-який динамічний потік з s у t в графі G еквівалентний потоку з групи джерел в групу стоків в графі G_p. Справедливе і зворотне твердження.

Оскільки кожен динамічний потік еквівалентний статичному потоку в розгорнутому в часі варіанті початкового графа, то максимальний динамічний потік за період в p інтервалів часу може бути визначений за допомогою відповідного алгоритму пошуку максимального (статичного) потоку в розгорнутому в часі варіанті початкового графа (розгорнутому на період часу p). Таким чином, у принципі немає необхідності в розробці нового алгоритму для розв'язку задачі про динамічний потік. Проте якщо p достатньо велике, то достатньо великим стає і граф G_p. Відповідно істотно зростає об'єм обчислень, необхідних для пошуку максимального потоку в графі .

На щастя Форд і Фалкерсон в [2] розробили алгоритм, названий ними алгоритмом пошуку максимального динамічного потоку, який будує відповідний потік значно ефективніше, ніж алгоритм пошуку максимального потоку після зведення задачі про динамічний потік до звичної задачі про потік. Проте необхідно мати на увазі, що алгоритм пошуку максимального динамічного потоку може бути використаний тільки для не залежних від часу вхідних пропускних спроможностей, тобто виконуватися за умови, що $c(x, y, T) = c(x, y)$ для всіх $T = 0, 1, \ldots, p$ і всіх дуг $(x, y) \in A$.

Помітимо, що вище – при обговоренні динамічних потоків – не розглядалася можливість зупинки або затримки в якій-небудь вершині одиниці потоку протягом деякого періоду часу, перш ніж ця одиниця потоку продовжить свій рух до стоку. Проте така можливість є цілком реальною.

Для випадку коли допускається затримка потоку, граф G слідує скоректувати, додавши до нього дуги вигляду (x_i, x_{i+1}). При цьому одиниці потоку, досягнувши вершини x, можуть бути відправлені з неї через деякий час.

Цікаво поставити наступне питання: чи зміниться величина максимального динамічного потоку за період в p інтервалів часу за умови допустимості затримок потоку. Очевидно, можливість затримки потоку не може привести до зменшення цієї величини. Насправді, легко також показати, що величина максимального динамічного потоку за період в p одиничних інтервалів часу за наявності затримок не може і зрости.

Оскільки, у результаті, динамічний потік еквівалентний статичному потоку в розгорнутому в часі варіанті початкового графа то, використовуючи методику, розглянуту в статті [3], ми можемо знаходити неоднорідний динамічний потік в транспортних мережах. Для цього модернізуємо граф відповідний статичному потоку, додаючи фіктивне джерело s^* з'єднавши його зі всіма вершинами групи джерел s_i для всіх $i = 0,1,\ldots,p$, також додамо фіктивний стік t^* з'єднавши його зі всіма вершинами групи стоків t_i для всіх $i = 0,1,\ldots,p$. Пропускні спроможності дуг (s^*, s_i) і (t_i, t^*) будуть рівні нескінченності для всіх $i = 0,1,\ldots,p$. Таким чином ми одержали мережу з одним джерелом s^* і одним стоком t^*.

Дослідимо залежність величини динамічного максимального потоку від обмежень, що накладаються набором індивідуальних властивостей на наступному прикладі. Розглянемо задачу про динамічний максимальний потік в мережі (представленої у вигляді графа) з однорідними носіями (рис. 1, 2), і з індивідуальними властивостями носіїв потоку (рис. 1, 3). Приймемо, що індивідуальною властивістю є вимога, згідно якої тільки 1 носій повинен рухатися по траєкторії $s \to x \to t$.

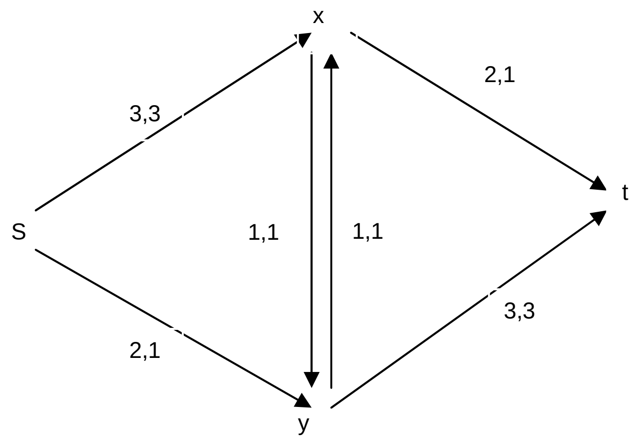

Рис. 1. Початковий граф (перше число, написане біля дуги, є її пропускна здатність, а друге – час проходження цієї дуги)

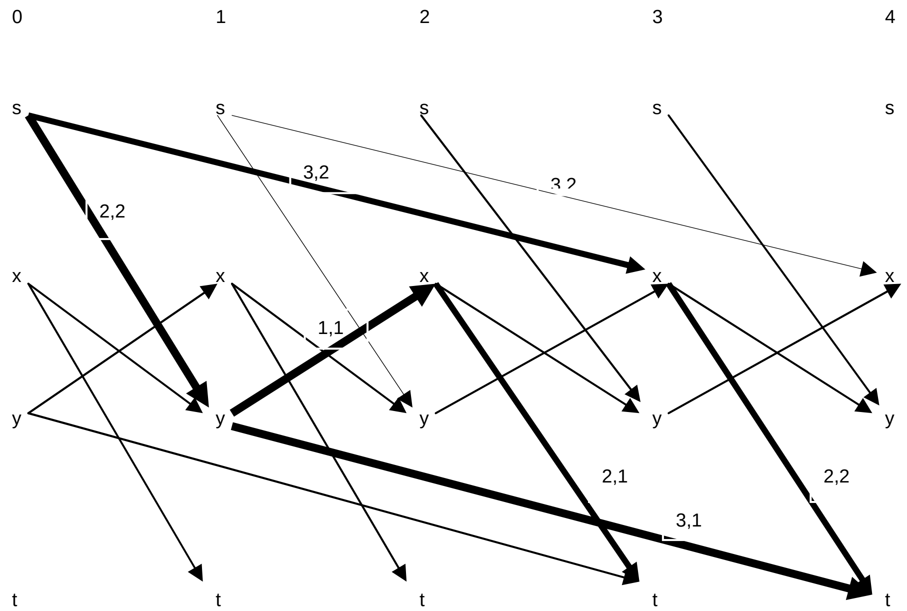

Рис. 2. «Розгорнутий в часі» варіант початкового графа ($p = 4$), із знайденим максимальним потоком без індивідуальних властивостей носіїв

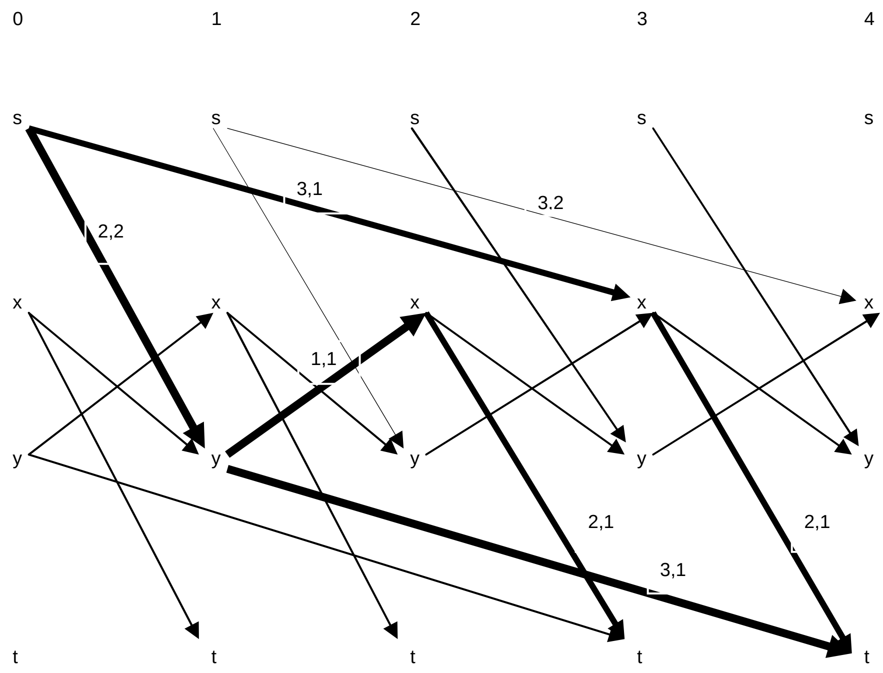

Рис. 3. «Розгорнутий в часі» варіант початкового графа ($p = 4$), із знайденим максимальним потоком з індивідуальними властивостями носіїв

Слід уточнити, що для «розгорнутих в часі» варіантах початкового графа (рис. 2, 3), зверху рисунків розташовані значення одиниць часу . $i = 0, 1, 2, 3, 4$. Для задачі рис. 1, 2 максимальний потік, розрахований згідно [4], рівний 4, а для задачі рис. 1, 3 він рівний 3. Це значить, що є пряма залежність величини динамічного потоку від індивідуальних властивостей (неоднорідностей) носіїв потоку.

Висновки

Показано, що в динамічних потокових задачах з урахуванням індивідуальних властивостей носіїв істотно впливають на величину потоку не тільки види та характеристики цих індивідуальних властивостей, але і період часу за який ми розглядаємо поведінку носіїв потоку.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Мейника, Э. И. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах [Текст] / Э. И. Мейника. – М.: Мир, 1981. – 325 с.
2. Форд, Л. Р. Потоки в сетях [Текст] / Л. Р. Форд, Д. Р. Фалкерсон. – М.: Мир, 1966. – 276 с.
3. Скалозуб, В. В. Моделирование и анализ потоковых задач с неоднородными носителыми [Текст] / В. В. Скалозуб, Л. А. Паник // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – 2007. – Вип. 19. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2007. – С. 134-137.
4. Филлипс, Д. И. Методы анализа сетей [Текст] / Д. И. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.

Надійшла до редколегії 17.05.2010.
Прийнята до друку 27.05.2010.