УДК 621.332.3: 621.315.66

О. М. ПОЛЯХ (ДІІТ)

ЗАСТОСУВАННЯ МАТРИЦЬ ТА ГРАФІВ ДО РОЗРАХУНКІВ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ

Викладається метод розрахунку електропостачання складно-замкнутих електричних мереж. Математичний опис системи базується на застосуванні графів та матриць.

Ключові слова: метод розрахунку, електричні мережі, система застосування графів і матриць, струм, напруга

Вступ

З усього обсягу електроенергії переробленої в України тяговими підстанціями, близько 40 % реалізовано для живлення нетягових споживачів, це є суттєво в роботі електрифікованих залізниць.

При виборі методів розрахунку систем електропостачання приходиться знаходити компроміс між точністю та трудомісткістю розрахунків. Перше обмежується похибкою математичної моделі або методу розрахунку та похибкою вхідних даних. Якщо похибка методу буде на порядок нижчою за похибку вхідних даних, тоді вона практично не впливає на точність результатів. В свою чергу низька точність вхідних даних на стадії проектування обумовлена великою похибкою прогнозу обсягу та складу перевезень.

В процесі експлуатації параметри режимів уточнюються, перевіряються за необхідності розв'язуються задачі оптимізації параметрів схем. При цьому точність розрахункових методів повинна бути в кілька разів вищою, ніж за проектування.

Будь-якої електроенергетичної системи її стан описується в усталеному режимі складними комплексними рівняннями, у перехідному диференційними. Електричні мережі (живлячі, розподільчі) мають складну конфігурацію, високий рівень розгалуження. Для опису стану таких мереж за допомогою рівнянь Кірхгофа, методами контурних струмів чи вузлових потенціалів громіздка задача. Застосування теорії графів та положень алгебри матриць дозволяє розв'язувати такі задачі такого високого порядку складності [1-6].

Матричні рівняння рівноваги системи виражають кількісні співвідношення між її змінними, а топологія схеми підказує на фундаментальні зв'язки в системі та дозволяє виконати ряд спрощень еквівалентної схеми.

З теорії графів розрізняють два види графів:
- графи поширення сигналу;
- лінійні або структурні графи [7,8].

Розробити загальні формальні методи отримання рівнянь енергетичної системи дозволяє теорія лінійних графів не залежно від її складності. А застосування матричних рівнянь дозволяє розв'язання їх як для лінійних, так і нелінійних систем. За допомогою ітераційних методів розв'язуються нелінійні матричні рівняння [1].

Основна частина

Тягова система електропостачання (СЕП) представляє собою багатомірну стохастичну нелінійну систему. Для розрахунку її параметрів можна використати розрахунки кіл в усталеному режимі [3] .

Найбільш точні математичні моделі системи електротяги створюються при спільному розгляду СЕП та електрорухомого складу (ЕРС). Схема заміщення ЕРС у цьому випадку буде у вигляді проти-ЕРС із послідовно ввімкненими опорами та паралельно ввімкненими провідностями які характеризують потужності втрат, пропорційні квадрату струму чи напруги, відповідно. Аналогічно заміщуються тягові підстанції. При такому підході зручним методом розрахунку виявляється метод вузлових потенціалів.

Заступну схему ЕРС подаємо у вигляді джерела живлення струму. Така складна система електричної тяги розраховується у два етапи: - режим ЕРС з наближеним урахуванням параметрів СЕП; - режими СЕП при заданих струмах параметрах ЕРС.

Якщо навантаження СЕП задані у вигляді джерела струмів, то зручним методом розрахунку виявляється метод контурних струмів.

Стан будь-якого електричного кола описується рівняннями Кірхгофа, що в матричній формі мають вигляд:

$$\left.\begin{aligned}[M][i_в]=0\\ [N][u_в]=0\end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

де: $\left[M\right]$ – матриця інциденцій (з'єднань) вузлів; $\left[N\right]$ – матриця інциденцій контурів; $\left[i_{в}\right]$ – вектор-стовпець шуканих струмів усіх $n_{в}$ віток; $\left[u_{в}\right]$ – вектор-стовпець напруг віток.

Кожна вітка може складатися із трьох пасивних елементів: резистора *R*, індуктивності *L* та ємності *C*.

Рівняння такого кола можна записати у вигляді:

$$u_j = u_{Rj} + u_{Lj} + u_{Cj} + e_j, \tag{2}$$

де: e_j – ЕРС *j*- ї вітки.

Розташувавши напруги віток у стовпець, на основі виразу (2.2) запишемо:

$$\left[u_{В}\right]=\left[R_{В}\right]\left[i_{В}\right]+\left[L_{В}\right]\left[\frac{di_{В}}{dt}\right]+ \left[\frac{1}{C_{В}}\right]\int_0^t\left[i_{В}\right]dt+\left[u_{CВ}(0)\right]+\left[e_{В}\right], \tag{3}$$

де
$$\left[R_{В}\right]=\begin{bmatrix} R_1 0000 \\ 0 R_2 000 \\ 00 R_3 00 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0000 R_{nВ} \end{bmatrix};$$

$$\left[L_{В}\right]=\begin{bmatrix} L_{11}, L_{12}, \ldots L_{1nВ} \\ L_{21}, L_{22}, \ldots L_{2nВ} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ L_{nВ1}, L_{nВ2}, \ldots L_{nВnВ} \end{bmatrix};$$

$$\left[\frac{1}{C_{в}}\right]=\begin{bmatrix} \frac{1}{C_{В1}} 0000 \\ 0 \frac{1}{C_{В2}} 000 \\ \\ 0000 \frac{1}{C_{nВ}} \end{bmatrix}.$$

В цих матрицях $R_1,\ldots,R_{nв}$ – опори віток; $\frac{1}{C_{В1}},\ldots,\ \frac{1}{C_{nВ}}$ – зворотні ємності віток; $L_{11}\ldots L_{1nВ}$ – власні та взаємні індуктивності віток. Операції диференціювання та інтегрування до кожного елемента вектора $\left[i_{в}\right]$.

Прямий розв'язок системи (3) можна замінити розв'язком меншої розмірності з наступною операцією множення матриці на вектор.

В методі контурних струмів розв'язується система

$$\left[N\right]\cdot\left[u_{В}\right]=0. \tag{4}$$

Як незалежні змінні приймаються контурні струми, вектор яких $\left[i_k\right]$ зв'язаний з вектором $\left[i_{В}\right]$ контурним перетворенням

$$\left[i_{В}\right]=\left[N\right]_{Т}\left[i_k\right]. \tag{5}$$

Індекс « Т » визначає операцію транспонування. Підставляючи вирази (4) і (5) в систему (3), отримаємо

$$\left[R\right]\left[i_k\right]+\left[L\right]\left[\frac{di_k}{dt}\right]+\left[\frac{1}{C}\right]\int_0^t\left[i_k\right]dt+ \left[N\right]\cdot\left[u_{CВ}(0)+e_{В}\right]=0, \tag{6}$$

де: $\left[R\right]=\left[N\right]\left[R_{В}\right]\left[N\right]_{Т}$;
$\left[L\right]=\left[N\right]\left[L_{В}\right]\left[N\right]_{Т}$;

$$\left[\frac{1}{C}\right]=\left[N\right]\left[\frac{1}{C_{В}}\right]\left[N\right]_{Т}. \tag{7}$$

Справедливість контурного перетворення витікає з фундаментального співвідношення

$$\left[M\right]\cdot\left[N\right]_{Т}=0, \tag{8}$$

у якому використовуються матриці $\left[M\right]$ і $\left[N\right]$ одного й того ж кола. Обчислення матриці суттєво спрощується, якщо складати матриці в блочному вигляді [3]. Приймемо наступний порядок нумерації віток (індексації блоків):
1) хорди – розрахункові вітки СЕП; 2) хорди – вітки навантаження; 3) вітки дерева – решта віток СЕП. За такої індексації контуру матриця $\left[N\right]$ набуде вигляду:

$$\left[N\right]=\begin{bmatrix} E_{11}, O_{11}, N_{13} \\ O_{21}, E_{22}, N_{23} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

де: $\left[E_{nm}\right]$, $\left[O_{nm}\right]$ – одиничні та нульові матриці, розмірності яких визначені індексами. Тоді подамо матрицю опорів віток у блочному вигляді

$$\left[R_{\text{в}}\right]=\begin{bmatrix} R_{11}, O_{12}, O_{13} \\ O_{21}, R_{22}, O_{23} \\ O_{31}, O_{32}, R_{33} \end{bmatrix}.$$

Матриця опорів контурів на основі першого виразу (7) запишеться

$$\left[R\right]=\begin{bmatrix} R_{11}, R_{12} \\ R_{21}, R_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R_{11}+N_{13}R_{33}N_{\text{T}13}, N_{13} \\ N_{23}R_{33}N_{\text{T}23}, R_{22}+N_{23}R_{33}N_{\text{T}23} \end{bmatrix} \qquad (10)$$

Аналогічно вирази отримаємо для блоків матриці $\left[X\right]$, якщо її вітки магнітно розв'язані. Для магнітно зв'язаних віток з урахуванням прийнятої індексації запишемо

$$\left[X_L\right]=\omega\begin{bmatrix} L_{11}+N_{13}L_{31}+(L_{13}N_{13}L_{33})N_{T13}, (L_{13}+N_{13}L_{13})N_{T23} \\ N_{23}L_{31}+N_{23}, L_{33}N_{T13}, L_{22}+N_{23}L_{33}N_{T23} \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Знайдені матриці $\left[R_{11}\right]$, $\left[R_{12}\right]$, $\left[X_{11}\right]$, $\left[X_{12}\right]$ не залежать від параметрів навантаження, а визначаються лише параметрами віток СЕП.

Розв'язання рівнянь схеми, граф якої наведений на рис. 1 виконано матричним методом. Розглянута схема району електричних мереж залізничного вузла. 36 трансформаторних підстанції живляться напругою 6…10°кВ кабельними і повітряними лініями, створюючи складно-замкнену систему електропостачання.

За відомими навантаженнями підстанцій і марками проводів та кабелів ліній електропередачі визначені комплексні опори ліній, що разом з потужностями живлячих центрів (тягова підстанція, лінія міської мережі) прийняті в якості вхідних даних до розрахунку мережі.

Розглянутій мережі відповідає схема орієнтований граф, зображений на рис. 1. Він складається з 42 віток та 37 вузлів. Вузли 0 (тягова підстанція) та 36 (міська мережа) – живлячі. Навантаження трансформаторних підстанцій позначені як $\underline{I}_k$, де k – номер вузла.

Матричними рівняннями за методом вузлових потенціалів вирішується задача знаходження напруг у вузлах електричної мережі при заданих навантаженнях має єдиний розв'язок у тому випадку, коли в одному з вузлів напруга відома. За такий базисний, або балансуючий, вузол приймають залежний вузол, для якого не складаються рівняння І закону Кірхгофа. Напруга в ньому позначається $\underline{U}_0$. Напруга решти вузлів визначається відносно базисного, як спад напруги від кожного з незалежних вузлів до базисного

$$[\underline{U}_\Delta] = [\underline{U}] - \underline{U}_0[\mathbf{1}], \qquad (12)$$

де $[\mathbf{1}]$ – одинична матриця-стовпець.

Матричне рівняння за методом вузлових потенціалів (напруг) має вигляд

$$[\underline{Y}]\,[\underline{U}_\Delta] = [\underline{J}], \qquad (13)$$

де $[\underline{Y}]$ – матриця вузлових провідностей; $[\underline{U}_\Delta]$ – вектор спаду напруги від кожного незалежного вузла до базисного; $[\underline{J}]$ – вектор задаючих струмів.

Матрицю вузлових провідностей отримаємо склавши діагональну матрицю опорів віток (за відомими опорами ліній), визначимо матрицю провідностей (діагональну) $[\underline{Y}_\text{в}] = [\underline{Z}_\text{в}]^{-1}$. Перехід до матриці вузлових провідностей виконуємо за формулою

$$[\underline{Y}] = [M]\,[\underline{Z}_\text{в}]^{-1}\,[M]_\text{Т},$$

де $[M]$ – перша матриця інциденцій (з'єднань у вузлах); $[M]_\text{Т}$ – транспонована матриця $[M]$.

Алгоритм розв'язання рівняння (13) мережі складного електричного кола із застосуванням матриць до методу вузлових напруг пропонується наступним чином:

- пронумеруємо вітки та вузли, крім балансуючого. Задамо позитивний напрямок віткам;
- складемо першу матрицю інциденцій $[M]$;
- складемо матрицю комплексних опорів віток $[\underline{Z}_\text{в}]$;
- визначимо матрицю вузлових провідностей
$$[\underline{Y}]=[M]\,[\underline{Z}_\text{в}]^{-1}\,[M]_\text{Т}=[M]\,[\underline{Y}_\text{в}]\,[M]_\text{Т};$$
- знайдемо обернену матрицю вузлових провідностей (матрицю вузлових опорів)
$$[\underline{Y}]^{-1} = [\underline{Z}_\text{у}];$$
- складемо стовпцеву матрицю (вектор) задаючих струмів [J];
- знайдемо вектор спаду напруги від кожного з незалежних вузлів схеми до базисного $[\underline{U}_\Delta]= [\underline{Y}]^{-1}\,[\underline{J}]$;
- визначимо вектор спаду напруги у вітках кола
$$[\underline{U}_\text{в}] = [M]_\text{Т}\,[\underline{U}_\Delta];$$
- знайдемо вектор струмів у вітках
$$[\underline{I}] = [\underline{Z}_\text{в}]^{-1}\,[M]_\text{Т}\,[\underline{U}_\Delta];$$
- визначимо втрати потужності в лініях

$\Delta P_i = R_i I_i^2$, $\quad \Delta P = \sum_{1}^{n} R_i I_i^2$, де n – кількість віток в мережі.

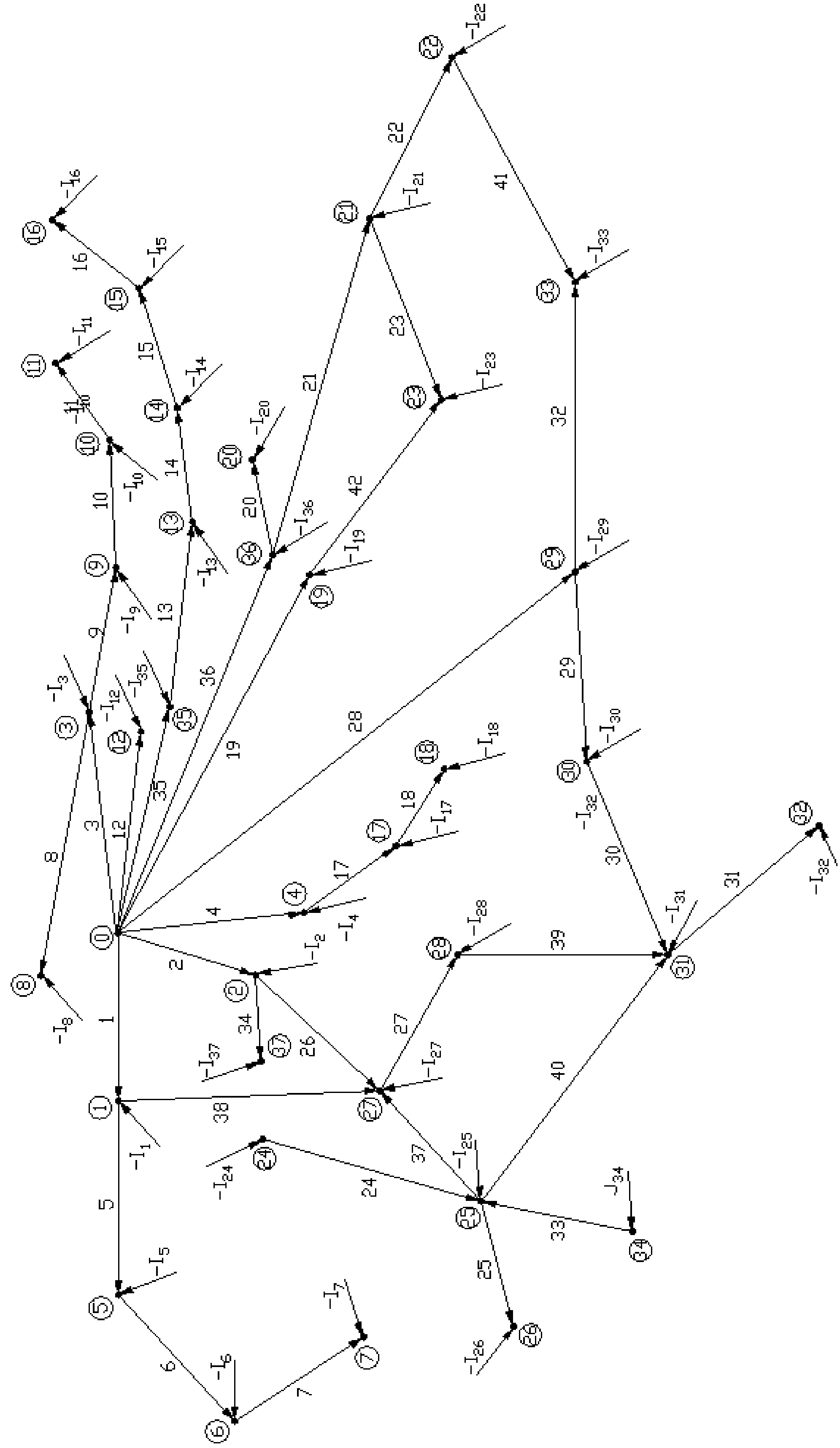

Рис. 1. Граф електричної мережі

Висновки

1. Ефективним методом розрахунку складно-замкнених електричних мереж є матричний метод.

2. Для знаходження струмів у лініях електричної мережі найбільш раціональним слід вважати метод вузлових напруг, який дозволяє знаходити, крім струмів у вітках, також і напруги в усіх вузлах.

3. Розроблений алгоритм матричного розрахунку складно-замкненої мережі дозволяє визначити струми у вітках мережі, напругу у вузлах, а також втрати потужностей у лініях.

4. При підвищенні рівню напруги району електричних мереж з 6 кВ до 10 кВ втрати електроенергії зменшаться майже втричі [9,10].

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Караев, Р. И. Электрические сети и энергосистемы [Текст] / Р. И. Караев, С. Д. Волобринский, И. Н. Ковалев. – М. : Транспорт, 1988. – 326 с.
2. Лыкин, А. В. Электрические системы и сети: Учебн. пособие [Текст] / А. В. Лыкин. – М. : Университетская книга; Логос, 2006. – 254 с.
3. Почаевец Э. С. Обобщенные методы анализа режимов системы тягового электроснабжения : Учебн. пособие [Текст] / Э. С. Почаевец . – Д., ДИИТ, 1981. – 55 с.
4. Максимович, Н. Г. Теория графов и электрические цепи [Текст] / Н. Г. Максимович. – Львов, Вища шк., 1987. – 215 с.
5. Ильинский, Н. Ф. Приложение теории графов к задачам электромеханики [Текст] / Н. Ф. Ильинский, В. К. Цаценкин. – М. : Энергия, 1968. – 201 с.
6. Мельников, Н. А. Матричный метод анализа электрических цепей [Текст] / Н. А. Мельников. – М.–Л. : Энергия, 1966. – 216 с.
7. Зевеке Г. В. Основы теории цепей [Текст] : учеб. для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
8. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники [Текст] / Л. А. Бессонов. – М. : Высш. шк., 1978. – 750 с.
9. Карпенко, С. Я. Опыт работы Укрзализныци по модернизации коммерческого учета электроэнергии. Стимулирование потребителей на оптовом рынке электроэнергии к модер-низации учета и регулирования собственного графика потребления [Текст] / С. Я. Карпенко // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В.Лазаряна – 2006. – Вип. 13. – Д. : Вид-во ДНУЗТ, 2006. – С.28-32.
10. Бондар, О. І. Оцінка впливу компенсації реактивної потужності на втрати електроенергії [Текст] / О. І. Бондар, І. Л. Бондар // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна – 2009. – Вип. 27. – Д. : Вид-во ДНУЗТ, 2009. – С.51-55.

Надійшла до редколегії 05.11.2012.
Прийнята до друку 23.11.2012.

А. Н. ПОЛЯХ

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦ И ГРАФОВ В РАСЧЕТАХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

Излагается метод расчета электроснабжения сложно-замкнутых электрических сетей. Математическое описание системы базируется на применении графов и матриц.

Ключевые слова: метод расчета, электрические сети, система применения графов и матриц, ток, напряжение

O. M. POLYAH

USE MATRICES AND COUNTS IN CALCULATIONS OF ELECTRICAL SYSTEMS

Describes the method for calculating in complicated closed electrical networks. Mathematical description of the system is based on the use of graphs and matrices.

Keywords: method of calculation, electrical network, the system of graphs and matrices, current, voltage