УДК 330.4 : 519.2

О. М. ГНЕННИЙ (ДІІТ)

ДО ПИТАННЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ ЦІН У ПРОЦЕСІ ОЦІНКИ МАЙНА

Розглянуто питання короткострокового, середньострокового та довгострокового прогнозування динаміки цін. Запропоновано удосконалення методів короткострокового прогнозування на основі експоненціального згладжування. Розроблено модифіковану авторегресійну модель різниць першого порядку для середньострокового прогнозування. Запропоновано метод побудови апроксимуючої функції різниць першого порядку як лінійної комбінації тригонометричних функцій, яка може використовуватись для довгострокового прогнозування.

Ключові слова: оцінка майна, прогноз, ряд динаміки цін, експоненціальне згладжування, авторегресійна модель, автокореляційна функція, апроксимація

Оцінка майна, багато у чому, ґрунтується на прогнозуванні, оскільки вартість майна визначається, у першу чергу, його корисністю для власника (користувача) у майбутньому. Тому при оцінці майна потрібно вирішувати багато різноманітних задач прогнозування.

Кон'юнктура ринку є формою прояву системи чинників, що характеризують стан попиту, пропозиції, цін і конкуренції на ринку в цілому або окремих його сегментах. Динаміка кон'юнктури ринку характеризується постійною мінливістю окремих його елементів. Ці коливання носять, як правило, хвилеподібний характер, що пов'язане з коливанням ринкових цін навколо цін рівноваги на різних сегментах ринку.

Циклічність процесів зміни ринкової кон'юнктури призводить до нестабільності ринкових цін у часі. Цей факт потребує обов'язкового відображення у процесі оцінки. Встановлення ринкової ціни (або ринкової орендної плати) для об'єкта оцінки при реалізації порівняльного та доходного методичних підходів до оцінки проводиться на підставі, як правило, ретроспективних даних щодо цін об'єктів порівняння. Однак, за період часу, що розділяє момент фіксації ціни об'єкта порівняння та дату оцінки, на ринку відбуваються певні кон'юнктурні зміни, що призводять до відмінності середніх рівнів цін у названі моменти часу. Таким чином, ціни (або орендні ставки) об'єктів порівняння, як правило, потребують коригування, що враховують зміну кон'юнктури сегменту ринку, де розміщено об'єкт оцінки, за період часу від дати фіксації ціни об'єкта порівняння до дати оцінки. На погляд авторів, таке коригування може бути виконано за допомогою індексу середньої ціни сегменту ринку (визначається як відношення середнього рівня цін на дату оцінки до середнього рівня цін на дату фіксації ціни об'єкта порівняння).

Слід зазначити, що у літературі (напр. [1]) для виконання такого коригування пропонується використання індексів інфляції. Але тенденції зміни цін на сегменті ринку, що розглядається, можуть не відповідати загальним темпам інфляції. Тому використання індексів інфляції є не завжди коректним.

Середні рівня цін для встановлення зазначеного індексу визначаються на підставі аналізу ринкової інформації. Однак, аналіз за своєю природою спирається на ретроспективні дані. Тому, як правило, середній рівень цін на сегменті ринку на дату оцінки є невідомим. Отже, для його встановлення потрібно вирішити задачу прогнозування.

Окреслена задача прогнозування характеризується такими ознаками:

– об'єктом прогнозування є динамічний ряд;
– прогнозування короткострокове, як правило на один крок (період);
– ряд динаміки містить різноспрямовані тренди, що змінюють один одного;
– присутні ознаки циклічності.

Однак, у процесі оцінки майна виникають задачі прогнозування рядів динаміки цін не тільки на один крок, а й на більші періоди часу.

Метою цієї роботи є удосконалення методів короткострокового, середньострокового та довгострокового прогнозування цінових рядів динаміки, що дозволить коректно вносити коригування на відмінність у часі об'єктів порівняння від об'єкта оцінки.

На сьогоднішній час відома велика кількість методів прогнозування економічних показників. Для вирішення окресленої вище задачі короткострокового прогнозування, на погляд авторів, доцільно використовувати метод адаптивного прогнозування, що базується на експоненціальному середньому [2].

Як відомо, експоненціальна середня визначається за рекурентною формулою:

$$S_t = \alpha \cdot Y_t + (1-\alpha) \cdot S_{t-1}, \qquad (1)$$

де S_t – експоненціальна середня у момент часу t;

Y_t – рівень ряду динаміки у момент часу t;

S_{t-1} – експоненціальна середня у попередній момент часу;

α – параметр експоненціального згладжування.

При прогнозування експоненціальна середня у певний момент часу інтерпретується як прогноз на наступний момент часу ($Y_{t+1}^{*} = S_t$, де Y_{t+1}^{*} – прогноз у момент часу t на наступний момент часу $t + 1$). Параметр експоненціального згладжування приймає значення від 0 до 1 і характеризує швидкість адаптації моделі до зміни рівнів ряду динаміки.

Модель експоненціального згладжування у вигляді 1) може застосовуватись для прогнозування стаціонарних рядів. Ряди ж динаміки середніх ринкових цін, як правило, містять тренди. Тому експоненціальне згладжування у випадку, що розглядається, застосовується до різниць першого порядку, що дозволяє виключити тренди. Такими чином, прогнозний рівень середньої ціни визначається за формулою:

$$P_{t+1}^{*} = P_t + \alpha \cdot (P_t - P_{t-1}) + (1-\alpha) \cdot S_{t-1}, \qquad (2)$$

де P_{t+1}^{*} – прогнозний рівень цін на момент часу $t + 1$, що визначається у момент часу t;

P_t – рівень цін на момент часу t;

P_{t-1} – рівень цін у попередній момент часу $(t - 1)$;

S_{t-1} – експоненціальна середня ряду динаміки різниць рівнів цін для моменту часу $(t - 1)$.

Рекурентна формула для визначення експоненціальної середньої (1) може бути представлена у вигляді:

$$S_t = \alpha \cdot \sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i \cdot Y_{t-i} + (1-\alpha)^t \cdot S_0, \qquad (3)$$

де Y_{t-i} – рівень ряду у момент часу $t - i$;

S_0 – початкове значення експоненціальної середньої – експоненціальна середня для моменту часу, який передує початку періоду аналізу (нульовий момент часу).

З формули (3) видно, що експоненціальна середня визначається усіма рівнями ряду динаміки, що спостерігаються, та початковими умовами – початковим значенням експоненціальної середньої та параметром експоненціального згладжування. На цей час відсутні строгі правила встановлення початкових умов експоненціального згладжування. На думку авторів, доцільно визначати зазначені показники таким чином, щоб мінімізувати відхилення експоненціальних середніх від відповідних рівнів ряду динаміки, що аналізується. За критерій оптимальності може бути обрано мінімізація суми квадратів відхилень. Оскільки сума квадратів відхилень для ряду динаміки різностей цін дорівнює відповідному показнику для вихідного ряду динаміки цін, задача оптимізації за названим критерієм виглядає таким чином:

$$\begin{cases} L = \sum_{t=1}^{n} (S_{t-1} - Y_t)^2 \to \min; \\ 0 < \alpha < 1, \end{cases} \qquad (4)$$

де L – функція цілі;

S_{t-1} – експоненціальні середні ряду динаміки різностей рівнів цін;

Y_t – рівні ряду динаміки різностей рівнів цін (нумерація з одиниці): $Y_t = P_t - P_{t-1}$, де P_t – середній рівень цін відповідного періоду (нумерація з нуля).

n – кількість рівняв ряду динаміки різностей рівнів цін, що аналізуються.

У розгорнутому вигляді задача оптимізації задається таким чином:

$$\begin{cases} L = (S_0 - Y_1)^2 + \sum_{t=2}^{n} \begin{pmatrix} \alpha \cdot \sum_{i=0}^{t-2} (1-\alpha)^i \cdot Y_{t-i} + \\ +(1-\alpha)^{t-1} \cdot S_0 - Y_t \end{pmatrix}^2 \to \min; \\ 0 < \alpha < 1. \end{cases} . (5)$$

У функції цілі (L) змінними є S_0 та α. В загальному випадку задачу (5) доцільно вирішувати методами численної оптимізації, оскільки для кожного значення n формальне вирішення задачі буде різним.

При використання численних методів оптимізації може бути запропонований інший критерій оптимальності – мінімізація середнього модулів відносних відхилень прогнозних рівнів цін від фактичних.

Сферою застосування розглянутого методичного підходу є прогнозування рівня цін на короткостроковий період. Для прогнозування на довші проміжки часу необхідно використовувати іншу методичну базу.

На думку авторів, середньострокове прогнозування ряду динаміки цін може бути виконано із застосуванням авторегресійної моделі різниць першого порядку.

Відбір лагів (зсувів) для побудови авторегресійної моделі доцільно проводити на основі автокореляційної функцій різниць першого порядку. На першому етапі відбираються можливі зсуви, автокореляційна функція у яких має статистично значимий локальний максимум, тобто такі зсуви (i), які відповідають умовам:

$$r_{i-1} < r_i > r_{i+1};$$
$$r_i > r_i^*, \tag{6}$$

де r_{i-1}, r_i, r_{i+1} – коефіцієнти автокореляції перших різниць зі зсувом на $i-1$, i, $i+1$ позицій відповідно;

r_i^* – рівень статистичної значимості коефіцієнту автокореляції.

Як відомо, рівень значимості коефіцієнту автокореляції визначається за формулою [3]:

$$r_i^* = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{n-2-i}{t(\alpha, n-2-i)^2}}}, \tag{7}$$

де n – кількість елементів ряду динаміки;

t – зворотна функція розподілу Стьюдента;

α – ймовірність помилки першого роду.

При цьому, з множини лагів, що розглядаються, зсув на 1 позицію доцільно виключити для подолання автокореляції відхилень від моделі (залишків).

При встановленні максимального лагу (тобто, при виборі останньої факторної змінної авторегресійної моделі), необхідно відбирати зсув для якого відношення коефіцієнту автокореляції до рівня його значимості є відносно великим (у порівнянні з аналогічним показником для інших лагів), тобто:

$$\frac{r_i}{r_i^*} \geq a, \tag{8}$$

де a – константа, що встановлюється на підставі аналізу рівнів $\frac{r_i}{r_i^*}$ для ряду динаміки, що розглядається.

Також при визначенні граничного зсуву $(i_{\max})$ необхідно враховувати, що обсяг вибірки, яка використовується безпосередньо для побудови авторегресійної моделі, буде дорівнювати $n - i_{\max}$, де n – обсяг ряду динаміки перших різниць. Тобто $i_{\max}$ повинно бути таким, щоб забезпечити достатній обсяг вибірки для побудови регресійної моделі із заданою кількістю факторних ознак.

Для подальшого відбору лагів, за якими буде побудовано регресійну модель, визначаються коефіцієнти кореляції залишку ряду від позиції $(i_{\max}+1)$ до позиції n з відповідними зсунутими позиціями для лагів, що відібрані на попередньому етапі. Тобто, для лагу i це буде коефіцієнт кореляції:

$$r(x_{i_{\max}+1} \div x_n; x_{i_{\max}+1-i} \div x_{n-i}).$$

Серед відібраних на попередньому етапі лагів відбирається необхідна кількість позицій з найбільшими коефіцієнтами кореляції. Також відбір можна проводити за критерієм максимізації відношення коефіцієнтів, визначених за формулою (8).

При побудові авторегресійної моделі в якості результуючої ознаки виступає залишок ряду динаміки різниць першого порядку. Тобто, авторегресійна модель має вигляд:

$$\hat{x}_t = a_0 + \sum_{j=1}^{m} a_j \cdot x_{t-i_j}, \tag{9}$$

де a_0, a_j – параметри моделі (коефіцієнти регресії);

$\hat{x}_t$ – модельний (розрахунковий) елемент динамічного ряду різниць першого порядку вихідного цінового ряду динаміки з порядковим номером t;

x_{t-i_j} – елемент динамічного ряду різниць першого порядку з порядковим номером $t-i_j$ (тобто, зсунутий на відповідну кількість позицій);

m – кількість факторних ознак;

i_j – лаг (зсув) з порядковим номером j з відібраних для побудови моделі.

Параметри моделі (9) можуть бути встановлені методом найменших квадратів, тобто шляхом вирішення оптимізаційної задачі:

$$\sum_{t=i_{\max}+1}^{n} (\hat{x}_t - x_t)^2 = \sum (a_0 + \sum_{j=1}^{m} a_j \cdot x_{t-i_j} - x_t)^2 \to \min, \tag{10}$$

де x_t – фактичні (ті, що спостерігаються) елементи динамічного ряду різниць першого порядку.

На думку авторів, покращити якість прогнозування за допомогою авторегресійної моделі можна, якщо параметри цієї моделі встановлювати як результат вирішення оптимізаційної задачі пошуку мінімуму суми квадратів відхилень розрахункових та фактичних рівнів вихідного цінового ряду динаміки. Тобто, для визначення параметрів авторегресійної моделі вирішується задача оптимізації:

$$\sum_{t=i_{\max}+1}^{n}\left(\widehat{y}_t - y_t\right)^2 \to \min\,, \qquad (11)$$

де $\widehat{y}_t$ – розрахунковий елемент вихідного динамічного ряду;

y_t – фактичний елемент вихідного динамічного (ряду динаміки цін).

Розрахунковий елемент вихідного динамічного ряду визначається як сума рівня динамічного ряду у останній момент базового періоду (тобто, якщо елементи вихідного ряду динаміки нумеруються з 0, то це $y_{i_{\max}}$), та загального базисного приросту до моменту t, який, у свою чергу, є сумою модельних значень різниць першого порядку. Тобто, $\widehat{y}_t$ задається формулою:

$$\widehat{y}_t = y_{i_{\max}} + \sum_{k=i_{\max}+1}^{t}\widehat{x}_k\,. \qquad (12)$$

У свою чергу, модельні перші прирости визначаються за формулою (9).

Об'єднавши названі вище формули, можна поставити таку задачу оптимізації, рішенням якої є параметри авторегресійної моделі:

$$\sum_{t=i_{\max}+1}^{n}\left(y_{i_{\max}} + \sum_{k=i_{\max}+1}^{t}\left(a_0 + \sum_{j=1}^{m} a_j \cdot x_{k-i_j}\right) - y_t\right)^2 \to \min\,.(13)$$

Така модифікована авторегресійна модель значно краще за класичну апроксимує цінові ряди динаміки.

На думку авторів, застосування модифікованої авторегресійної моделі дозволяє отримати прогноз різниць першого порядку ряду динаміки, який більше відповідає рівню варіації приростів. Тобто, ця модель дозволяє краще відобразити волатильність ринку при прогнозуванні ринкових цін.

Побудова авторегресійної моделі для прогнозування ряду динаміки ґрунтується лише на частині динамічного ряду (факторною ознакою стає залишок динамічного ряду, що слідує за останнім лагом). Тривалість період прогнозування, на думку авторів, не повинна перевищувати тривалість частини ряду, на базі якої будується авторегресійна модель. Тому, сферою застосування розробленої модифікованої авторегресійної моделі є середньострокове прогнозування цінових рядів динаміки. На думку авторів, довгострокове прогнозування динамічного ряду може бути виконано шляхом його екстраполяції за допомогою апроксимуючої функції.

Цінові ряди динаміки, як правило, мають складну структуру. Вони містять дільниці висхідного, низхідного та горизонтального руху цін, які змінюють один одного без очевидних закономірностей. Виконати безпосередньо апроксимацію таких мінливих динамічних рядів досить складно. Тому, для вирішення названої задачі, доцільно перейти від цінового ряду динаміки до ряду його різниць першого порядку, завдяки чому, як правило, досягається виключення з ряду динаміки трендів.

За своїми характеристиками ряди динаміки різниць першого порядку близькі до стаціонарних. При цьому, для різниць першого цінових рядів динаміки притаманна циклічність, на основі якої, на думку авторів, необхідно будувати прогноз. Як правило, цінові ряди динаміки складні і не можуть бути описані одним циклом. Їх потрібно розглядати як декілька взаємно накладених циклів.

Як відомо, для встановлення періодів циклів у динамічному ряді може бути використано автокореляційну функцію [4, глава 6], яка при збігу періоду з лагом (аргументом автокореляціної функції) має локальний максимум. Проте, для автокореляціної функції різниць першого порядку рядів динаміки цін є характерним ріст амплітуди коливань зі збільшенням лагів. Тому, за абсолютним значенням автокореляційної функції, пріоритетними будуть вважатись більші лаги. Для подолання цього недоліку, на думку авторів, силу сигналу можливо вимірювати відношенням автокореляціної функції до рівня її статистичної значимості. Названий критерій описаний формулами (8) та (7). Як періоди можна розглядати лаги, у яких автокореляційна функція має локальні максимуми з найбільшими значеннями критерію (8), у яких цей критерій перевищує одиницю.

Як вже відзначалось, прогнозування різниць першого порядку цінового ряду динаміки може ґрунтуватись на циклічних закономірностях, що їм притаманні. Тому математичну модель для апроксимації цього ряду можна задати як лінійну комбінацію синусів та косинусів. При цьому періоди тригонометричних функцій повинні відповідати періодам циклів, які виявлені аналізом автокореляційної функції різниць першого порядку цінового ряду динаміки. Тобто розрахункове значення приросту ціни виражається залежністю:

$$\widehat{x}_t = a_0 + \sum_{j=1}^{m} \left(\begin{array}{l} a_j \cdot \sin\left(\left(t-1\right) \cdot \dfrac{2\pi}{i_j} \right) + \\ + b_j \cdot \cos\left(\left(t-1\right) \cdot \dfrac{2\pi}{i_j} \right) \end{array} \right), \quad (14)$$

де $\widehat{x}_t$ – розрахункова t-та різниця першого порядку (приріст) цінового ряду динаміки (нумерація різниць першого порядку починається з 1, відповідно, нумерація елементів вихідного цінового ряду динаміки починається з 0);

a_0, a_j, b_j – параметри моделі;

m – кількість лагів, відібраних за результатами аналізу автокореляційної функції різниць першого порядку;

i_j – j-й лаг з відібраних за результатами аналізу автокореляційної функції різниць першого порядку;

π – число пі.

Відповідно, розрахункові елементи вихідного цінового ряду динаміки визначаються за формулою:

$$\widehat{y}_t = y_0 + \sum_{k=1}^{t} \widehat{x}_k , \quad (15)$$

де $\widehat{y}_t$ – розрахунковий t-й елемент цінового ряду динаміки;

y_0 – початковий елемент цінового ряду динаміки.

Оскільки кінцевою метою моделювання ряду різниць першого порядку є екстраполяція вихідного цінового ряду динаміки, на думку авторів, параметри моделі (14) доцільно визначати як результат вирішення задачі мінімізації суми квадратів різниць фактичних і модельних елементів вихідного ряду динаміки. Тобто, задача оптимізації задається формулою:

$$\sum_{t=1}^{n} \left(\widehat{y}_t - y_t \right)^2 \to \min , \quad (16)$$

де y_t – фактичний t-й елемент цінового ряду динаміки;

n – номер останнього елементу цінового ряду динаміки (загальна кількість елементів вихідного ряду дорівнює $n+1$).

Таким чином, при встановленні параметрів моделі (14) використовуються увесь вихідний ціновий ряд динаміки, окрім початкового (з номером 0).

У результаті об’єднання формул задача оптимізації для оцінки параметрів моделі (14) має вигляд:

$$\sum_{t=1}^{n} \left(y_0 + \sum_{k=1}^{t} \left(c + \sum_{j=1}^{m} \left(a_j \cdot \sin\left((k-1) \cdot \frac{2\pi}{i_j} \right) + b_j \cdot \cos\left((k-1) \cdot \frac{2\pi}{i_j} \right) \right) \right) - y_t \right)^2 \to \min . \quad (17)$$

На думку авторів, розроблена у роботі модель здатна відобразити закономірні зміни цінового ряду динаміки і може бути використана для цілей прогнозування.

Таким чином, у роботі запропоновано використовувати для короткочасного прогнозування характеристик цін, яке потрібне для коригування вартісних показників об’єктів порівняння на відмінність моментів фіксації їхніх цін від дати оцінки, адаптивного методу прогнозування, заснованого на експоненціальному згладжуванні різниць (приростів) ряду динаміки. При цьому, пропонується удосконалення названого методу прогнозування за рахунок формалізації вибору початкових умов (початкового значення експоненціальної середньої та параметру експоненціального згладжування). Вказана формалізація досягається визначенням таких початкових умов, які мінімізують відхилення експоненціальних середніх від відповідних рівнів ряду динаміки, що аналізується. За критерій оптимальності може бути обрано мінімізація суми квадратів відхилень. Зазначений методичний підхід до прогнозування придатний для широкого спектру цінових динамічних рядів та дозволяє отримувати прогнози, які мало залежать від суб’єктивного погляду оцінювача.

Запропоновано метод побудови модифікованої авторегресійної моделі для різниць першого порядку ряду динаміки цін, у якому параметри встановлюються як результат вирішення оптимізаційної задачі пошуку мінімуму суми квадратів відхилень розрахункових та фактичних рівнів вихідного цінового ряду динаміки. Затоптування такої модифікації дозволило значно підвищити якість середньострокового прогнозу цін.

Аналогічна модифікація методу оцінки параметрів регресійної моделі (шляхом мінімізації суми квадратів відхилень фактичних та розрахункових рівнів вихідного ряду динаміки цін при побудові моделі різниць першого порядку) дозволяє будувати математичну модель для апроксимації ряду динаміки цін як лінійну комбінацію тригонометричних функцій. Така модель відбиває закономірні зміни цін у часі та може застосовуватись для довгострокового прогнозування їх динаміки.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Методичні основи грошової оцінки земель в Україні [Текст] : навч. посібник / Ю. Ф. Дехтяренко [та ін.]. – К.: Профі, 2007. – 624 с.
2. Лукашин, Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования [Текст] / Ю. П. Лукашин. – М.: Статистика, 1979. – 256 с.
3. Фёрстер, Э. Методы корреляционного и регрессионного анализа [Текст] : рук-во для экономистов / Э. Фёрстер, Б. Рёнц; [пер. с нем. и предисл. В. М. Ивановой]. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 302 с.
4. Орлов, А. И. Эконометрика [Текст] : учебник / А. И. Орлов. – М.: Изд-во «Экзамен», 2002. – 576 с.

Надійшла до редколегії 06.12.2011.
Прийнята до друку 12.12.2011.

О. Н. ГНЕННЫЙ

К ВОПРОСУ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ЦЕН В ПРОЦЕССЕ ОЦЕНКИ ИМУЩЕСТВА

Рассмотрены вопросы краткосрочного, среднесрочного и долгосрочного прогнозирования динамики цен. Предложено усовершенствование методов краткосрочного прогнозирования на основе экспоненциального сглаживания. Разработана модифицированная авторегрессионная модель разностей первого порядка для среднесрочного прогнозирования. Предложен метод построения аппроксимирующей функции разностей первого порядка как линейной комбинации тригонометрических функций, которая может использоваться для долгосрочного прогнозирования.

Ключевые слова: оценка имущества, прогноз, ряд динамики цен, экспоненциальное сглаживание, авторегрессионная модель, автокорреляционная функция, аппроксимация

O. N. GNENNYI

TO THE ISSUE OF FORECASTING PRICE DYNAMICS IN THE PROPERTY VALUATION

The problems of short-, medium- and long-term forecasting price dynamics are considered. The improvement of short-term forecasting techniques based on exponential smoothing is proposed. A modified autoregressive model of the first-order differences for the medium-term forecasting is developed. A method of constructing the approximating function of the first-order differences as a linear combination of trigonometric functions, which can be used for long-term forecasting, is proposed.

Keywords: property valuation, forecasting, number of price changes, exponential smoothing, autoregressive model, autocorrelation function, approximation