УДК 629.439

В. А. ПОЛЯКОВ, Н. М. ХАЧАПУРИДЗЕ (Институт транспортных систем и технологий НАН Украины, Днепропетровск)

ПОСТРОЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА КАК МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ

Запропоновано методику побудови динаміки магнітолевітуючого поїзда з урахуванням багатозв’язності його розрахункової схеми. Керовані компоненти вектора стану системи розділені на ті, що допускають автономне керування ними й ті, які потребують внутрішньогрупового узгодження. Пропоновану методику наочно геометрично інтерпретовано. Процес синтезу погодженого руху розділений на підзадачі одноканального конструювання агрегованого руху, а також стабілізації відхилень.

Ключові слова: динаміка магнітолевітуючого поїзда, процес синтезу погодженого руху, одноканальне конструювання, стабілізація відхилень

Предложена методика построения динамики магнитолевитирующего поезда с учётом многосвязности его расчётной схемы. Управляемые компоненты вектора состояния системы разделены на допускающие автономное управление ими и требующие внутригруппового согласования. Предлагаемая методика наглядно геометрически интерпретирована. Процесс синтеза согласованного движения разделён на подзадачи одноканального конструирования агрегированного движения, а также стабилизации уклонений.

Ключевые слова: динамика магнитолевитирующего поезда, процесс синтеза согласованного движения, одноканальное конструирование, стабилизация уклонений

The technique of construction of dynamics of magnetic levitated train in view of multiconnectivity of its design scheme is offered. The conrtolled components of a system’s state vector are divided into ones that suppose an independent controlling them and others that demand the intragroup coordination. The offered technique has been evidently geometrically interpreted. A process of agreed motion synthesis has been divided into subtasks of single-channel design of an aggregated motion and stabilization of deviations.

Keywords: dynamics of magnetic levitated train, process of agreed motion synthesis, single-channel design, stabilization of deviations

Адекватная расчетная схема механической подсистемы магнитолевитирующего поезда (МЛП), как правило, неголономна и многосвязна. Последнее означает, что некоторые фазовые координаты системы неавтономны. Кроме того, конструктивно порождаемая связанность координат может дополняться их связанностью по управлению вследствие наличия дополнительных условий согласования, или координации подсистем, то есть необходимости поддержания заданных функциональных соотношений между несколькими такими управляемыми координатами. При этом, в общем случае, указанные группы координат, оказывающихся связанными вследствие особенностей конструкции управляемого объекта – с одной стороны, а также связываемые с целью соблюдения упомянутой координации – с другой, естественно, могут не совпадать. Описанные факторы многосвязности существенно затрудняют конструирование высококачественных движений рассматриваемых систем, делая малоэффективными традиционные методы такого конструирования [1] и требуя разработки его специализированных методик и средств.

Управляемое возмущённое движение МЛП может быть описано моделью:

$$a_{\lambda\mu} \cdot \eta^{\mu} = E_{\lambda} + \Pi_{\lambda};$$

$$a_{\lambda\mu} = c_{\lambda\mu} \cdot p^{(2)} + (C_{\lambda,\mu\nu} \cdot \eta^{\nu} + \beta_{\lambda\mu}) \cdot p + l_{\lambda\mu};$$

$$p = \frac{d}{dt} \quad \forall\, \lambda, \mu, \nu \in [\overline{1, L}], \qquad (1)$$

где $c_{\lambda\mu}, C_{\lambda,\mu\nu}, E_{\lambda}, \Pi_{\lambda}$ $\forall \lambda, \mu, \nu \in [\overline{1, L}]$ – ковариантный метрический тензор агрегата, являющегося расчетной схемой механической подсистемы МЛП, трехиндексный символ Кристоффеля первого рода этого агрегата в координатах $\eta^{\lambda}\, \forall \lambda \in [\overline{1, L}]$, а также обобщённые возмущающие и управляющие силы, сопряженные с этими координатами; $\beta_{\lambda\mu}, l_{\lambda\mu}$ $\forall\, \lambda, \mu \in [\overline{1, L}]$ – диссипативные и квазиупругие коэффициенты модели; L, t – число степеней свободы упомянутого агрегата, а также время. Значения $c_{\lambda\mu}$, $C_{\lambda,\mu\nu}$, $\beta_{\lambda\mu}$, $l_{\lambda\mu}$ $\forall\, \lambda, \mu, \nu \in [\overline{1, L}]$ зависят от параметров и структуры МЛП. Если уравнения этой модели упорядочены, то коэффициенты $a_{\lambda\lambda}$ $\forall\ \lambda \in [\overline{1, L}]$ характеризуют динамические качества каналов системы, соответствующих ее координатам. Коэффициенты же $a_{\lambda\mu}\ \forall\ \lambda \neq \mu;\quad \lambda, \mu \in [\overline{1, L}]$ характеризуют взаимодействие таких каналов. Кроме того, имеют место соотношения:

$$E_{\lambda} = S_{\lambda}^{\alpha} \cdot Q_{\alpha};\quad \Pi_{\lambda} = S_{\lambda}^{\alpha} \cdot V_{\alpha}$$

$$\forall\,\alpha \in [\overline{1, N}];\ \lambda \in [\overline{1, L}], \tag{2}$$

где $Q_{\alpha}, V_{\alpha}\ \forall\ \alpha \in [\overline{1, N}]$ – векторные (непосредственно реализуемые) возмущающие и управляющие воздействия на МЛП;

$N, S_{\lambda}^{\alpha}\ \ \forall\,\alpha \in [\overline{1, N}],\ \lambda \in [\overline{1, L}]$ – число опорных координат расчётной схемы его механической подсистемы, а также структурная матрица агрегата, принятого в качестве этой схемы.

Поэтому влияние возмущающих $Q_{\alpha}\ \forall\ \alpha \in [\overline{1, N}]$ и управляющих $V_{\alpha}\ \forall\ \alpha \in [\overline{1, N}]$ воздействий на каналы системы также зависит от ее структуры. Таким образом, специфические особенности многосвязной системы, вне зависимости от причины взаимосвязанности ее координат, приводят к недиагональности матрицы $\{a_{\lambda\mu}\ \forall\,\lambda, \mu \in [\overline{1, L}]\}$. Поэтому степень связанности упомянутых координат может эффективно характеризоваться значениями элементов $a_{\lambda\mu}\ \forall\,\lambda \neq \mu;\ \lambda, \mu \in [\overline{1, L}]$ этой матрицы.

Изложенное свидетельствует о том, что, на первый взгляд, существенное упрощение разрешения задачи конструирования движения МЛП, как многосвязной системы, может быть достигнуто путем автономизации возможно большего числа (в пределе – всех) ее каналов. При этом, однако, должны неукоснительно соблюдаться отмеченные условия необходимого согласования фазовых координат. Следует также учитывать, что автономное, или децентрализованное, управление движением оказывается эффективным [2] лишь при условии автономности сепаратных каналов, их слабой связанности, или возможности, в силу невысоких требований к качеству результирующего движения системы, пренебречь их взаимодействием. Следовательно, принципиально возможным является синтез такого движения с использованием автономных регуляторов сепаратных каналов, построенных традиционными методами теории одноканальных систем. В таком случае, упомянутый синтез должен сопровождаться расчленением исходной системы на автономные каналы с использованием, например, обратных связей по состоянию [3], наложением координаторов на упомянутые регуляторы [4], или с использованием иных методов декомпозиции и децентрализации. К настоящему времени, однако, такие методы разработаны в основном лишь для линейных стационарных систем, каковыми, в подавляющем большинстве случаев, адекватные расчетные схемы МЛП, безусловно, не являются. В результате, чаще всего (за исключением самых простых, примитивных случаев), регуляторы и компенсаторы, предусматривающие расчленение системы на полностью автономные каналы (то есть полное отсутствие взаимодействия локальных регуляторов в подсистемах) и созданные с использованием методов одноканальных систем, обеспечивают невысокое качество координированных движений, оказываясь, в то же время, слишком сложными и дорогими либо вовсе нереализуемыми [5].

Достижение высокого качества движений МЛП, как неголономных многосвязных нелинейных систем требует, очевидно, использования многоканальных регуляторов, которые, помимо каналов автономного управления, содержат дополнительные внешние перекрестные связи таких каналов. Указанные внешние связи, дополняя имеющиеся внутренние перекрестные связи управляемого объекта, должны создавать достаточные условия для внутригруппового согласования его фазовых координат. Поведение же каждой согласуемой группы таких координат, свобода изменения которых ограничена межканальными связями, должно быть эквивалентно поведению единого канала. Тогда оно может синтезироваться методами, соответствующими лишь требованиям к качеству координированного движения.

Приведенные соображения носят качественный характер. Конкретизируем их. Для этого разделим $2 \cdot L$ управляемых компонентов вектора состояния системы $\gamma^{\rho} = \{\eta^{\lambda}, \dot{\eta}^{\lambda}\ \forall\lambda \in [\overline{1, L}]\}$ $\forall\,\rho \in [\overline{1, 2 \cdot L}]$ на две макрогруппы, в первую из которых включим J таких компонентов, допускающих автономное управление ими. Во вторую же из упомянутых макрогрупп включим $K = 2 \cdot L - J$ компонентов, составляющих группы координат, требующих внутригруппового согласования. При этом внутри первой макрогруппы могут встречаться имманентно взаимосвязанные координаты. Стремление к изоляции соответствующих им каналов, стимулируемое желанием упростить управление указанными координатами, может акцентироваться условиями нежелательности (или даже недопустимости) их взаимовлияния. Тогда разделение может быть достигнуто, например, исходя из следующего. Как показано, условием независимости i-го канала системы относительно j-го является соблюдение соотношения

$$a_{\lambda\mu} \equiv 0;\ \lambda \neq \mu. \tag{3}$$

Совокупность выражений (1) и (3) позволяет находить для системы структурные и параметрические решения, реализация которых позволяет гарантировать полную сепарацию каналов, взаимодействие которых нежелательно.

Перейдем, далее, к рассмотрению второй из описанных макрогрупп фазовых координат системы. Входящие в эту макрогруппу компоненты фазового вектора, как указанно, составляют группы, требующие внутригрупповой координации. Для любой i-ой из этих групп γ_i^μ $\forall\,\mu \in [\overline{\Phi_i, \Gamma_i}]$ такое требование может быть формализовано соотношениями

$$\varphi_{ij}\,(\gamma_i^\mu\ \forall\,\mu \in [\overline{\Phi_i,\ \Gamma_i}]) = 0$$

$$\forall\ j \in [\overline{1,\ H_i}];\ \Gamma_i - \Phi_i = G_i\,, \tag{4}$$

где $\varphi_{ij}\ \forall\,j \in [\overline{1,\ H_i}]$ – операторы (конечные, дифференциальные, интегро-дифференциальные или иные), воздействующие на координаты $\gamma_i^\mu\ \forall\,\mu \in [\overline{\Phi_i,\ \Gamma_i}]$;

Φ_i, Γ_i – начальный и конечный порядковые номера таких координат среди $\gamma^\lambda\ \forall\,\lambda \in [\overline{1,\ 2 \cdot L}]$;

G_i, H_i – числа координат, входящих в i-ю группу, а также ограничений, накладываемых на них условиями согласования.

Выдвинутое требование эквивалентности поведения группы согласуемых координат и единого канала удовлетворимо лишь, если

$$H_i = G_i - 1. \tag{5}$$

Если же фактически для группы координат $H_i < G_i - 1$, то результирующему координированному движению могут быть приданы новые полезные качества путем наложения дополнительных $D_i = G_i - (H_i + 1)$ ограничений на такие согласуемые координаты. Если же, напротив, $H_i > G_i - 1$, то «избыточные» $P_i = H_i - (G_i - 1)$ ограничений должны быть отброшены. Однако, в любом случае, все ограничения (4) должны быть непротиворечивыми. В противном случае согласованное движение нереализуемо.

Выражения (4) и (5) определяют поведение i-й группы согласуемых координат с точностью до одной управляемой переменной

$$\sigma_i = \sigma_i\,(\gamma_i^\mu\ \forall\,\mu \in [\overline{\Phi_i, \Gamma_i}]), \tag{6}$$

которую назовем агрегированной. Таким образом, построение движения системы в части рассматриваемой группы согласуемых фазовых координат сводится к поддержанию соотношений (4) между ними (при соблюдении равенства (5)), а также управлению агрегированной переменной σ_i. При этом полная задача синтеза движения МЛП, как многосвязной системы, упрощается до независимого управления

$$M = J + \Psi \tag{7}$$

фазовыми координатами, J из которых составляют первую упомянутую макрогруппу компонентов состояния такой системы (допускающих независимое управление ими изначально), а Ψ координат являются агрегированными и определяются соотношениями типа (6). Фактически Ψ – это число групп координат во второй из указанных их макрогруппе, требующих внутригрупповой координации. Поэтому

$$K = G_i \cdot e^i\ \ \forall\ i \in [\overline{1,\ \Psi}]\,, \tag{8}$$

где $e^i\ \forall\,i \in [\overline{1,\ \Psi}]$ – Ψ-мерный единичный вектор-столбец.

Из принятого принципа разделения фазовых координат системы на описанные макрогруппы следует, что в части, соответствующей первой такой макрогруппе, построение движения может быть с успехом выполнено методами одноканального управления. В части же, соответствующей второй макрогруппе, конструирование высококачественного координированного движения осуществимо путем регулирования агрегированных переменных $\sigma_i\ \forall\ i \in [\overline{1,\ \Psi}]$, а также возникающих при этом ошибок согласования, которые могут быть охарактеризованы матрицей уклонения

$$\delta_{ij} = \{\varphi_{ij}\,(\gamma_i^\mu\ \forall\,\mu \in [\overline{\Phi_i,\ \Gamma_i}])\}$$

$$\forall\,i \in [\overline{1,\ \Psi}], j \in [\overline{1,\ H_i}]. \tag{9}$$

В начале движения, при $t = 0$, условия согласования (4) практически всегда нарушены и $\delta_{ij}\,(0) \neq 0\ \forall\ i \in [\overline{1,\ \Psi}], j \in [\overline{1,\ H_i}]$. К аналогичному эффекту приводят и возмущения. Поэтому требование устойчивости (по Ляпунову, асимптотической, экспоненциальной и т.д.) является одним из основных, в том числе и по отношению к уклонению от агрегированного движения, определяя в значительной степени работоспособность системы.

Соотношения (6) и (9) задают преобразование вектора γ_i^{μ} $\forall\,\mu\in[\overline{\Phi_i,\ \Gamma_i}]$, характеризующего состояние МЛП в части i-ой группы согласуемых фазовых координат, в агрегированную переменную σ_i, а также вектор уклонения $\delta_{ij}\ \forall\, j\in[\overline{1,\ H_i}]$. Поэтому всегда, за исключением вырожденных случаев, требования к качеству соответствующего координированного движения могут быть исчерпывающе полно и однозначно трансформированы в требования к агрегированному движению и уклонению от него. Таким образом, каждая из подзадач построения движения МЛП в части, соответствующей группе согласуемых каналов, редуцируется до обеспечения требуемого характера агрегированного движения, а также минимального уклонения таких каналов.

Требуемый закон агрегированного движения в части i-й группы согласуемых координат может обеспечиваться, например, с помощью игровых минимаксных, а также терминальных методов управления, концептуально гарантирующих его качество. При этом, исходя из физических соображений, на значения агрегированной переменной σ_i, и программного управления ею $V_i^p(\bullet)$ должны быть наложены ограничения

$$\sigma_i(t)\in\Sigma_i,\ V_i^p(t)\in\Lambda_i^p\ \forall\ t\in[t_s,\ \tau]. \qquad (10)$$

Терминальной целью этого движения является обеспечение включения

$$\sigma_i(\tau)\in\Theta_i, \qquad (11)$$

а непредсказуемые возмущения $w(t)$ стеснены лишь соотношениями вида

$$w(t)\in W\ \ \forall\, t\in[t_s\ \tau]. \qquad (12)$$

В выражениях (10)-(12) дополнительно обозначено:

Σ_i,Λ_i^p,W – заданные замкнутые множества, ограничивающие допустимые состояния и программные управления подсистемы (соответствующей i-ой группе согласуемых координат), а также возможные реализации её возмущений;

$\Theta_i,[t_s,\tau]$ – целевое множество движения по i-й агрегированной переменной и его терминальный интервал.

Тогда, исходя из упомянутых игровых и терминальных принципов построения агрегированного движения, стратегия управления им должна определяться из решения игровой минимаксной задачи, задаваемой моделью (1), ограничениями (10)–(12), а также равенством, которое, в применении к данному случаю, может быть записано в виде:

$$I_i^p=\inf_{V_i^p(\bullet)}\sup_{w(\bullet)}\{\int_{t_s}^{\tau}\lambda[V_i^p(\bullet),w(\bullet)]\cdot dt:$$

$$V_i^p(\bullet)\in\Lambda_i^p,\ w(\bullet)\in W,\ t\in[t_s,\tau]\}, \qquad (13)$$

где I_i^p – показатель качества программного управления $V_i^p(\bullet)$; λ – заданная функция своих аргументов. Здесь везде функция с точкой на месте аргумента означает всю совокупность её возможных значений, как единое целое. Такое программное агрегированное движение $\sigma_i^p(t)$ $\forall\, t\in[t_s,\tau]$ оптимально по критерию I_i^p при любых возмущениях $w(t)\in W\ \ \forall\, t\in[t_s\ \tau]$.

Те же возмущения, помимо дестабилизации программной траектории $\sigma_i^p(t)\ \ \forall\, t\in[t_s,\tau]$, стремятся увести с неё изображающую точку подсистемы, увеличивая уклонения $\delta_{ij}\ \ \forall\, j\in[\overline{1,H_i}]$. Этому должно препятствовать корректирующее управление V_i^c, реализующее, например, алгоритм аркана [6,7]. В приложении к рассматриваемому случаю, последний алгоритм может быть описан равенствами

$$[\sigma_i(t)-\sigma_i^p(t)]^{(2)}=\kappa_i^{(2)}(t);$$

$$\kappa_i(t)=\varepsilon_i(t)\cdot[a_i+b_i\cdot\exp(-q_i\cdot t)\cdot\sin(k_i\cdot t)];$$

$$\kappa_i(t)\in\Sigma_i\ \ \forall\, t\in[t_s,\tau],\ \kappa_i(\tau)\in\Theta_i, \qquad (14)$$

где $\kappa_i(t)$ – текущее расстояние между программным и фактическим положениями изображающей точки подсистемы;

a_i,b_i,q_i,k_i – подбираемые коэффициенты решаемой задачи.

Для удовлетворения алгоритму (14) изображающая точка такой подсистемы должна совершать затухающие колебания относительно гипероокружности радиуса $\varepsilon_i(t)$, центр которой непрерывно отслеживает программное положение этой точки, а ограничиваемый ею гиперкруг на всем терминальном интервале гарантированно не выходит за пределы области допустимости для упомянутой точки. Подбором значений величин a_i, b_i, q_i и k_i, а также вида функции $\varepsilon_i(t)$, $\kappa_i(t)$-окрестность может быть сделана сколь угодно близкой к программной траектории на всем интервале управления движением. Если, помимо соотношений (14), на траектории относительного движения соблюдается равенство

$$Z_i^c = \inf_{V_i^c(\bullet)} \sup_{w(\bullet)} \{\int_{t_s}^{\tau} \mu\,[V_i^c(\bullet), w(\bullet)]\cdot dt :$$

$$V_i^c(\bullet)\in\Delta_i^c,\ w(\bullet)\in W,\ t\in[t_s,\tau]\}, \qquad (15)$$

где Z_i^c – показатель качества корректирующего управления $V_i^c(\bullet)$;

μ – заданная функция своих аргументов;

Δ_i^c – заданное замкнутое множество, ограничивающее допустимые значения корректирующего управления $V_i^c(t)$, то осцилляции изображающей точки подсистемы относительно её программной траектории гарантированно оптимальны по критерию Z_i^c.

Для одновременной стабилизации программной траектории $\sigma_i^p(t)\ \forall\, t\in[t_s,\tau]$ и корректировки относительно нее текущего положения изображающей точки (то есть подавления уклонений $\delta_{ij}(t)\ \forall\ j\in[\overline{1, H_i}],\ t\in[t_s,\tau]$) к подсистеме должно быть приложено управление

$$V_i(t) = V_i^p(t) + D_i(t)\cdot V_i^c(t)\quad \forall\, t\in[t_s,\tau], \quad (16)$$

где $D_i(t)$ – матрица коэффициентов, выбор которых должен быть направлен на ограничение наиболее критичных компонентов движения, а также повышение его стойкости по отношению к возмущениям.

Изложенная методика синтеза движения может быть наглядно геометрически интерпретирована. Каждое из скалярных выражений соотношения (4) при соблюдении равенства (5) определяет в пространстве R^g, $g = G_i$ гиперповерхность размерности $G_i - 1$. Пересечением этих гиперповерхностей является линия Ω – многообразие единичной размерности. Поэтому чтобы упомянутые соотношения (4), а, следовательно, и (6) соблюдались, изображающая точка подсистемы, соответствующей согласуемым координатам, должна гарантированно находиться на Ω. Движение же этой точки вдоль указанной кривой должно соответствовать закону, необходимому для удовлетворения требований к качеству согласованного движения. При этом компоненты вектора $\delta_{ij}\ \forall\, j\in[\overline{1, H_i}]$ характеризуют отклонения изображающей точки от гиперповерхностей (4), а закон

$$\sigma_i(t) = \sigma_i\{\gamma_i^{\mu}(t)\ \ \forall\,\mu\in[\overline{\Phi_i, \Gamma_i}]\} \qquad (17)$$

определяет ее перемещение вдоль кривой Ω. Таким образом, динамика процесса согласования каналов исчерпывающе характеризуется изменением компонентов матрицы (9). Для фазовых траекторий, начинающихся вне Ω ($\delta_{ij}(0)\neq 0\ \ j\in[\overline{1, H_i}]$), необходимо обеспечить приближение, с течением времени, к этой кривой, то есть $\lim_{t\to\infty}\delta_{ij}(t) = 0\ \ \forall i\in[\overline{1,\Psi}]$, $j\in[\overline{1, H_i}]$. Тем самым согласование каналов сводится к стабилизации уклонения движения относительно агрегированного.

Применение изложенной методики построения движения МЛП, как многосвязной системы, будет способствовать повышению качества такого движения и при этом позволит существенно упростить процесс упомянутого построения за счет его разделения (для каждой группы согласуемых фазовых координат) на подзадачи одноканального конструирования агрегированного движения, а также подавления уклонений от него.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Крутько, П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели [Текст] / П. Д. Крутько. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
2. Соболев, О. С. Однотипные связанные системы регулирования [Текст] / О. С. Соболев. – М.: Энергия, 1973. – 297 с.
3. Gilbert, E. G. The decoupling of multivariable systems by state feedback [Text] / E. G. Gilbert // SIAM J. contr. – 1967. – V. 7. – P. 50-63.
4. Boksenbom, A. S. General algebraic method applied to control analysis of complex engine types [Text] / A. S. Boksenbom, R. Hood // NASA tech. report. – 1950. – № 980. – P. 78-83.
5. Рубашкин, И. Б. Адаптивные системы взаимосвязанного управления электроприводом [Текст] / И. Б. Рубашкин. – Л.: Энергия, 1975. – 386 с.
6. Коренев, Г. В. Очерки механики целенаправленного движения [Текст] / Г. В. Коренев. – М.: Наука, 1980. – 192 с.
7. Блохин, Е. П. Целенаправленное движение железнодорожного поезда [Текст] / Е. П. Блохин, В. А. Поляков // Нагруженность и надёжность механических систем: Сб. науч. тр. – К.: Наук. думка, 1987. – С. 76-83.

Поступила в редколлегию 04.11.2010.
Принята к печати 06.11.2010.