

ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

УДК 625.143.033.3-026.564.2

Э. И. ДАНИЛЕНКО<sup>1\*</sup>

<sup>1\*</sup>Каф. «Железнодорожный путь и путевое хозяйство», Государственный экономико-технологический университет транспорта, ул. М. Лукашевича, 19, Киев, Украина, 03049, тел. +38 (044) 591 51 47, эл. почта danilenko2010@mail.ru, ORCID 0000-0002-8518-5272

## РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЖЕСТКОСТИ И УПРУГОСТИ РЕЛЬСОВОЙ НИТИ ПРИ КРУЧЕНИИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВЕРТИКАЛЬНЫХ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СИЛ

**Цель.** Имеющиеся в литературе сведения о характеристиках жесткости и упругости рельсовых нитей при кручении противоречивы. Это является следствием отсутствия точного аналитического решения задачи и сложности экспериментального изучения указанных характеристик при совместном действии на рельс вертикальных и горизонтальных сил. В статье представлен новый метод решения задачи по определению жесткости и модуля упругости рельсовой нити при кручении под совместным действием вертикальной и горизонтальной сил. **Методика.** В работе использован комплексный метод решения задачи, включающий теоретическую часть и результаты эксперимента. С помощью эксперимента были измерены характеристики горизонтальной поперечной жесткости рельсовых нитей по головке и подошве при разных конструкциях современных рельсовых скреплений. Последующая задача по определению реальных значений модуля упругости и жесткости рельсовой нити при кручении  $U_{\varphi}^{(T)}$  и  $\beta_{\varphi}^{(T)}$  решена теоретическими методами.

**Результаты.** Получены новые значения характеристик жесткости и модуля упругости рельсовой нити при кручении для современных конструкций рельсов Р65, UIC60, P50 и рельсовых скреплений типов КПП, КБ, ДО при совместном действии на рельс вертикальной и горизонтальной сил и кручения. **Научная новизна.** Впервые в отечественных исследованиях выполнено экспериментально-теоретическое решение задачи по определению реальных значений жесткости и модуля упругости рельсовой нити при кручении под совместным действием на рельс вертикальных и горизонтальных колесных нагрузок. Решение представлено в функциональной зависимости от соотношения совместно действующих на рельс вертикальной и горизонтальной сил  $\beta_{\varphi}^{(T)} = f\left(\frac{P}{H}\right)$ ;  $U_{\varphi}^{(T)} = f\left(\frac{P}{H}\right)$ . Решение выполнено для современных конструкций рельсов отечественного стандарта Р65, P50, P43 и международного стандарта UIC60. **Практическая значимость.** Полученные результаты позволяют с большей точностью, в сравнении с действующей методикой, выполнять расчеты реальных напряжений и деформаций в рельсах разных типов. Это происходит при совместном действии на рельс вертикальных и горизонтальных сил (для пути на железобетонных и деревянных шпалах) и при разных конструкциях жестких и упругих рельсовых скреплений: КБ, КПП, ДО.

**Ключевые слова:** рельсовая нить; жесткость; упругость; кручение; силы вертикальные; силы горизонтальные

### Введение

В справочной технической литературе приведен весьма разнообразный спектр характеристик пространственной жесткости и упругости рельсовых нитей, как правило, не учитывающий реальное соотношение действующих на рельс вертикальной и горизонтальной сил. Притом приведенные результаты в основном относятся к анализу застарелых конструкций пути, применявшихся на железных дорогах 40-50 лет назад. Поэтому изучение указанных характеристик работы рельсовых нитей для современных конструкций пути при совместном

действию на рельс вертикальных и горизонтальных сил является весьма актуальной задачей.

### Цель

Целью статьи является представление результатов новейших исследований по определению экспериментально-теоретическими методами характеристик пространственной упругости рельсовых нитей при кручении для современных конструкций железнодорожного пути при совместном действии на рельс вертикальных и горизонтальных сил.

### Методика

Действующая методика инженерных расчетов пути на прочность [3], как известно, позволяет получать только результаты с точностью, достаточной лишь для практических целей. При этом влияние на работу рельса горизонтальных динамических сил и крутящего момента непосредственно не учитывается, а учитывается только опосредованно через применение так называемых коэффициентов влияния, взятых из экспериментальных исследований, и во многих случаях не имеющих точного подтверждения для конкретных расчетов.

Однако при полной постановке аналитического решения задачи по расчетам железнодорожного пути на прочность необходимо с достаточной точностью учитывать воздействие на рельсовую нить всех внешних сил и при этом совместно рассматривать возникающие в рельсовой нити деформации: вертикальный и горизонтальный изгиб рельсовой нити и ее кручение. Деформации и напряжения рельсовых нитей при аналитических расчетах с достаточной точностью можно определить только при условии знания характеристик пространственной упругости рельсовых нитей, в том числе расчетных характеристик на кручение.

При этом, особенно важным для проведения точных аналитических расчетов является нахождение правильных функциональных зависимостей между действующими на рельсовую нить внешними силами от колес подвижного состава и переменными значениями характеристик пространственной упругости рельсовой нити. Необходимо также учитывать особенности конструктивного устройства рельсов и скреплений.

*Обзор предыдущих исследований и публикаций.* Основы теории расчетов рельсовой нити на совместное действие вертикальных и горизонтальных сил с учетом характеристик пространственной упругости были разработаны еще в нач. XX в. проф. С. П. Тимошенко [10, 11], но в его решениях не учитывались силы трения между рельсом и подрельсовым основанием и конструктивные особенности закрепления рельсов на опорах, которые существенно влияют на результаты решения.

Исправление этого недостатка было предложено проф. О. П. Ершковым в 1960-х гг. в ВНИИЖТ (Россия). Но результаты теоретиче-

ских решений О. П. Ершкова [7, 8] не были доведены до практического внедрения и не были внесены в теорию расчетов на прочность железнодорожного пути.

Наши нынешние исследования 2012–2015 гг. [4, 5] показали, что результаты расчетов проф. О. П. Ершкова требуют существенной корректировки, в том числе с учетом особенностей характеристик пространственной упругости рельсовых нитей с современными конструкциями рельсовых скреплений.

В работе использован комплексный метод решения задачи, включающий теоретическую часть и результаты эксперимента. С помощью эксперимента были измерены характеристики горизонтальной поперечной жесткости рельсовых нитей по головке и подошве при разных конструкциях современных рельсовых скреплений. Последующая задача по определению реальных значений модуля упругости и жесткости рельсовой нити при кручении  $U_{\phi}^{(T)}$  и  $\beta_{\phi}^{(T)}$  решена теоретическими методами.

### Результаты

Расчетная схема и порядок решения задачи принимаются аналогичными разработанным проф. О. П. Ершковым (Россия) в 1960-х гг. [7, 8]. Однако при решении данной задачи нами сделаны необходимые корректировки, учитывающие неточности в решениях [7, 8], а также приняты новые характеристики современных рельсов и рельсовых скреплений.

Для решения задачи в целом необходимо на первом этапе решить задачу об определении расчетно-аналитическим путем одной из важнейших расчетных характеристик: модуля упругости пути при кручении рельсовой нити от совместного действия внецентренно приложенных горизонтальной и вертикальной сил  $H$  и  $P$ , и с учетом сил трения, возникающих по подошве рельса.

В соответствии с расчетной схемой (рис. 1) уравнение равновесия рельса при его кручении относительно продольной оси  $x$  имеет вид:

$$\sum m_x - \sum q_y \cdot h_2 - T_y \cdot h_2 = M_{кр}, \quad (1)$$

где  $\sum m_x$  – первая составляющая суммарного реактивного отпора кручению рельса по всей

## ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

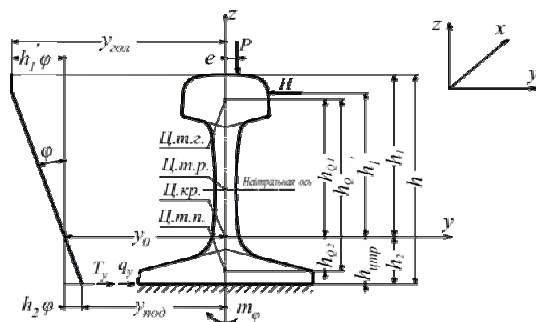
длине деформации кручения, вызванная реактивными моментами  $m_x$ ;  $m_x$  – реактивный отпор кручению рельса в сечении, где приложен внешний крутящий момент:

$$m_x = U_\varphi \cdot \varphi, \quad (2)$$

где  $\varphi$  – угол закручивания рельса;  $U_\varphi$  – модуль упругости подрельсового основания при кручении рельсовой нити;  $q_y$  – реактивный отпор подошвы рельса боковому перемещению от действия крутящего момента в сечении, где приложен этот крутящий момент:

$$q_y = U_y \cdot (y - \varphi \cdot h_2), \quad (3)$$

где  $\sum q_y \cdot h_2$  – вторая составляющая суммарного реактивного отпора кручению рельса по всей длине деформации кручения, вызванная реактивными силами  $\sum q_y$ .



Цтг – центр тяжести головки

Цтп – центр тяжести подошвы

Цтр – центр тяжести рельса

Цкр – центр кручения рельса

Рис. 1. Расчетная схема действия сил на элементарный участок рельсовой нити при горизонтальном изгибе и кручении

Fig. 1. Diagram of the forces on the elementary section of the rail thread at horizontal bending and torsion

Здесь  $y$  – горизонтальное перемещение центра изгиба рельса (совпадает с центром кручения) от действия боковой силы  $H$ ;  $h_2$  – расстояние от центра кручения рельса до низа подошвы.

$\sum T_y \cdot h_2$  – третья составляющая суммарного реактивного отпора кручению рельса по всей

длине деформации кручения, вызванная реактивными силами  $\sum T_y$ ; где  $T_y$  – реактивная составляющая сил трения по подошве рельса в сечении приложения внешнего крутящего момента:

$$T_y = U_z \cdot z \cdot f, \quad (4)$$

где  $z$  – вертикальное перемещение центра изгиба рельса от действия вертикальной силы;  $f$  – коэффициент трения по подошве рельса (зависит от типа крепления и подрельсовых прокладок);  $M_{кр}$  – внешний крутящий момент при совместном действии на рельс сил  $H$  и  $P$ .

$$M_{кр} = H \cdot h'_1 - P \cdot e, \quad (5)$$

где  $h'_1$  – расстояние от центра кручения до места приложения силы  $H$ ;  $e$  – эксцентриситет приложения силы  $P$  относительно оси симметрии рельса.

Для обобщения действия всех сил на длине деформации закручивания рельса следует переписать уравнение (1) в интегральной форме, подставив все составляющие слагаемые из выражений (2)–(5). Тогда получим следующее уравнение:

$$\int_{-x_\varphi}^{+x_\varphi} U_\varphi \cdot \varphi \cdot dx - h_2 \left[ \int_{-x_y}^{+x_y} U_y \cdot (y - \varphi \cdot h_2) dx \right] + \int_{-x_T}^{+x_T} U_z \cdot z \cdot f \cdot dx = H \cdot h'_1 - P \cdot e. \quad (6)$$

Выражение в квадратных скобках уравнения (6) в соответствии с замечаниями в нашей предыдущей работе [5] о существовании второго интеграла в квадратных скобках только в пределах от  $-x_T$  до  $+x_T$ , можно заменить силой  $H$ . Тогда уравнение (6) переписывается в более простом виде:

$$\int_{-x_\varphi}^{+x_\varphi} U_\varphi \cdot \varphi \cdot dx - h_2 \cdot H = H \cdot h'_1 - P \cdot e. \quad (7)$$

Согласно экспериментальным исследованиям проф. О. П. Ершкова [8] интеграл  $\int_{-x_\varphi}^{+x_\varphi} \varphi \cdot dx$

## ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

представляет собой площадь эпюры углов закручивания  $\omega_\phi$  в пределах длины волны закручивания рельса (которая практически соответствует длине бокового изгиба рельса).

То есть:

$$\int_{-x_\phi}^{+x_\phi} \phi \cdot dx = \omega_\phi. \quad (8)$$

О. П. Ершковым в [8] найдено, что:

$$\omega_\phi = \frac{(\delta - 1) \cdot \omega_y^{(n)}}{h''}, \quad (9)$$

$$\omega_y^{(n)} = \frac{\omega_y^{(z)}}{\delta}, \quad (10)$$

где  $\omega_y^{(n)}$  и  $\omega_y^{(z)}$  – площади эпюр поперечных перемещений ( $n$ ) – подошвы и ( $z$ ) – головки рельса при совместном действии на рельс горизонтальной и вертикальной сил;  $h''$  – расстояние между точками замеров поперечных перемещений головки и подошвы рельса;  $\delta$  – отношение площадей эпюр перемещений головки и подошвы рельса, определяется по формуле:

$$\delta = \frac{\omega_y^{(n)}}{\omega_y^{(z)}}. \quad (11)$$

(Для практических целей, с достаточной степенью точности, можно принимать коэффициент  $\delta$  равным отношению поперечных жесткостей рельсовой нити по подошве и по головке).

$$\delta = \frac{\beta_y^{(n)}}{\beta_y^{(z)}}. \quad (11-2)$$

Таким образом, уравнение (7) после подстановки в него выражения (8) и решения его относительно  $U_\phi$ , будет иметь вид:

$$U_\phi = \frac{H(h'_1 + h_2) - P \cdot e}{\omega_\phi}. \quad (12)$$

Далее подставив в уравнение (12) значение  $\omega_\phi$  по формуле (9) будем иметь следующее выражение для определения модуля упругости подрельсового основания при кручении рель-

совой нити  $U_\phi$ :

$$U_\phi = \frac{H(h'_1 + h_2) \cdot h''}{(\delta - 1) \cdot \omega_y^{(n)}} - \frac{P \cdot e \cdot h''}{(\delta - 1) \cdot \omega_y^{(n)}}. \quad (13)$$

Заметим, что формула (13), полученная нами, отличается от аналогичной формулы О. П. Ершкова, полученной им в работе [8], где допущена ошибка при выводе данной формулы, а именно – в ней отсутствует множитель ( $h''$ ) в числителе второго слагаемого правой части уравнения. (Как показали наши расчеты, при вычислениях это может приводить к ошибке в определении модуля упругости пути на кручение на 20% и более в зависимости от соотношения сил  $P/H$ ).

Если принять во внимание, что в реальных условиях взаимодействия подвижного состава и пути площадь эпюры поперечных перемещений  $\omega_y^{(n)}$  определяется при наличии вертикальной силы  $P$  и сил трения по подошве рельса, то отношение  $H/\omega_y^{(n)}$  следует идентифицировать как реальное значение бокового модуля упругости подрельсового основания  $U_y^{(T)}$ , который вычисляется с учетом сил трения по подошве рельса [5]:

$$\frac{H}{\omega_y^{(n)}} = U_y^{(T)}. \quad (14)$$

Тогда, подставив (14) в уравнение (13), получим в окончательном виде формулу для определения реального значения модуля упругости рельсовой нити при кручении  $U_\phi^{(T)}$  для случая совместного действия вертикальных и горизонтальных сил ( $H$  и  $P$ ) и с учетом сил трения по подошве рельса:

$$U_\phi^{(T)} = \frac{(h'_1 + h_2) \cdot h''}{\delta - 1} \cdot U_y^{(T)} - \frac{P \cdot e \cdot h''}{(\delta - 1) \cdot H} \cdot U_y^{(T)}. \quad (15)$$

Если при измерениях перемещения головки рельса определяются напротив точки приложения горизонтальной силы  $H$ , а перемещения подошвы рельса – близко к нижней плоскости подошвы, (что, как правило, имеет место в экспериментах), то можно принимать  $h'' = h'_1 + h_2$  и тогда формула (15) примет более простой вид:

## ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

$$U_{\phi}^{(T)} = \frac{(h'')^2}{\delta - 1} \cdot U_y^{(T)} - \frac{P \cdot e \cdot h''}{(\delta - 1) \cdot H} \cdot U_y^{(T)}. \quad (16)$$

Знак «−» перед вторым слагаемым в правой части уравнения (15) и (16) соответствует схеме загрузки рельса, показанной на рис. 1, когда крутящий момент определяется по формуле (5). Для случая приложения вертикальной нагрузки слева от оси симметрии рельса в уравнениях (15) и (16) следует ставить знак «+» перед вторым слагаемым.

В случае, когда вертикальная нагрузка  $P$  приложена по оси симметрии рельса, эксцентриситет  $e=0$  и формула (16) значительно упрощается:

$$U_{\phi}^{(T)} = \frac{(h'')^2}{\delta - 1} \cdot U_y^{(T)}. \quad (17)$$

*Второй этап решения задачи.* На следующем этапе решения задачи перейдем к определению другой важнейшей характеристики, определяющей работу рельсовой нити при кручении – к определению жесткости рельсовой нити при кручении ( $\beta_{\phi}$ ).

Из классической теории кручения стержней [12] известна формула для определения угла закручивания стержня, которая имеет вид:

$$\phi = \frac{M_{кр}}{\beta_{\phi}}, \quad (18)$$

где  $\beta_{\phi}$  – жесткость стержня при кручении.

При рассмотрении горизонтального изгиба и кручения рельсовой нити, *не прикрепленной к опорам*, на воздействие боковой поперечной силы  $H$  и крутящего момента  $M_{кр}$ , вызванного действием боковой силы и внецентренно приложенной вертикальной нагрузки  $P$ , О. П. Ершовым в работе [8] получена следующая зависимость между углом закручивания рельса и крутящим моментом, приложенным к рельсу (для расчетного сечения в месте приложения крутящего момента):

$$\phi = \frac{M_{кр}}{2D \cdot h_Q^2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot (r_1 + r_2)}, \quad (19)$$

где  $M_{кр}$  – крутящий момент внешних сил (оп-

ределяется по формуле (5));  $h_Q$  – расстояние между центрами тяжести головки и подошвы;  $D$  – приведенная жесткость головки и подошвы рельса при горизонтальном изгибе, определяемая по формуле С.П. Тимошенко [10, 11]

$$D = E \frac{I_e \cdot I_n}{I_e + I_n}. \quad (20)$$

Как видно из сопоставления формул (18) и (19), знаменатель в выражении (19)

$$\beta_{\phi} = 2D \cdot h_Q^2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot (r_1 + r_2) \quad (21)$$

представляет собой жесткость рельсовой нити при кручении  $\beta_{\phi}$ , свободно лежащей и не закрепленной на рельсовых опорах, при воздействии на нее горизонтальной боковой силы  $H$  и крутящего момента от этой силы, а также внецентренно приложенной вертикальной силы  $P$ . При этом не учитывается действие вертикального изгиба и трения по подошве рельса между рельсом и подрельсовыми опорами.

В выражениях (19) и (21), кроме уже указанных характеристик  $D$  и  $h_Q$ , присутствуют весьма важные коэффициенты  $r_1$  и  $r_2$ , определенные в исследованиях О.П. Ершкова [7, 8] как  $r_1$  – коэффициент, характеризующий изгибно-крутильную жесткость рельса, который определяется по формуле:

$$r_1 = \sqrt{\frac{C_{кр}}{Dh_Q^2}}. \quad (22)$$

$r_2$  – коэффициент относительной жесткости рельсового основания и рельса при кручении, определяется по формуле:

$$r_2 = \sqrt{\frac{U_{\phi}}{C_{кр}}}. \quad (23)$$

На основании результатов исследований [7, 8] О. П. Ершовым было получено для типовой конструкции пути на деревянных шпалах с рельсами типов Р43 и Р50 соотношение  $r_2/r_1 \approx 0,15$ . Поэтому после некоторых преобразований и подстановки в выражение (19) значения  $r_2=0,15$   $r_1$  формула для угла закручивания рельсовой нити  $\phi$  в работе [8] приведена к виду:

$$\varphi = \frac{M_{кр}}{2,30D \cdot h_Q^2 \cdot r_1^2 \cdot r_2}. \quad (24)$$

А после подстановки в формулу (24) выражений (22) и (23) для  $r_1$  и  $r_2$  получено:

$$\varphi = \frac{M_{кр}}{2,30 \cdot C_{кр} \sqrt{\frac{U_\varphi}{C_{кр}}}}. \quad (25)$$

То есть, выражение для жесткости рельсовой нити  $\beta_\varphi$  в окончательной редакции О. П. Еркова [8] приведено к виду:

$$\beta_\varphi = 2,30 \cdot C_{кр} \cdot \sqrt{\frac{U_\varphi}{C_{кр}}}. \quad (26)$$

Из выражения (26) в результате выведена заключительная формула, выражающая зависимость между модулем упругости подрельсового основания при кручении  $U_\varphi$  и жесткостью рельсовой нити при кручении  $\beta_\varphi$  в следующем виде:

$$U_\varphi = \frac{1}{5,30 \cdot C_{кр}} \beta_\varphi^2. \quad (27)$$

Формула (27) была предложена проф. О. П. Ершковым как универсальная для определения взаимосвязи между модулем упругости подрельсового основания при кручении  $U_\varphi$  и жесткостью рельсовой нити при кручении  $\beta_\varphi$  для всех типов рельсов, уложенных на деревянных шпалах, безотносительно конструкции рельсовых скреплений. При этом жесткость рельсовой нити предложено определять по формуле (21).

Формула (27) после опубликования исследований в работах [7, 8] в 1960 г. получила широкую известность и стала применяться при расчетах рельсов на прочность с учетом кручения. В том числе данная методика легла в основу расчетов справочных данных по крутильным характеристикам рельсов для «Справочника инженера-путейца» 1972 г. [1] и была использована в других широко опубликованных изданиях [3, 13].

Однако, наши современные исследования (2012–2015 г.г.) [5, 6] показали, что использо-

вание выше изложенной методики требует существенной корректировки для обеспечения правильности конечных результатов применительно к современным конструкциям верхнего строения пути.

1. Прежде всего необходимо заметить, что принятое О. П. Ершковым в [7, 8] постоянное соотношение коэффициентов  $r_2/r_1 \cong 0,15$  некорректно использовать для разных типов рельсов, для разных эпюр укладки шпал и, тем более, для разных конструкций пути.

Результаты наших исследований показали, что величину соотношения  $r_2/r_1 \cong 0,15$  можно принимать только для конструкции пути на деревянных шпалах с рельсами типов Р43 и Р50 (с которыми проф. О. П. Ершков как раз и проводил экспериментальные исследования). Например, для такой же конструкции пути на деревянных шпалах с эпюрой шпал 1 840 шп/км для рельсов UIC60 следует принимать соотношение  $r_2/r_1 = 0,16$ , а для рельсов Р65 следует принимать  $r_2/r_1 = 0,17$ . При изменении эпюры шпал соотношение  $r_2/r_1$  также должно изменяться, пропорционально изменению коэффициента  $r_2$ . Результаты наших расчетов показали, что даже незначительные неточности в выборе исходного соотношения  $r_2/r_1$  приводят в конечном итоге к существенным погрешностям при определении искомых характеристик на кручение  $\beta_\varphi$  и  $U_\varphi$ ;  $U_\varphi^{(T)}$  и  $\beta_\varphi^{(T)}$ .

Нетрудно показать, что исходная формула (21), представляющая собой жесткость рельсовой нити при кручении  $\beta_\varphi$  и после преобразований приведенная к заключительному виду (26), будет иметь другой заключительный вид, если подставить другие соотношения коэффициентов, не равные  $r_2/r_1 \neq 0,15$ . Для пояснения рассмотрим внутренние преобразования формулы (21)

$$\begin{aligned} 2Dh_Q^2 r_1 r_2 (r_1 + r_2) &= \\ &= 2D \cdot h_Q^2 \cdot r_1 \cdot r_2 (1 + r_2/r_1) \end{aligned} \quad (21-1)$$

После подстановки  $r_2/r_1 = 0,15$  получим:

$$2D \cdot h_Q^2 \cdot r_1 \cdot r_2 (r_1 + r_2) = 2,30D \cdot h_Q^2 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \quad (21-2)$$

## ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

А после подстановки значений  $r_1$  и  $r_2$  по формулам (22) и (23) исходная формула (21) приводится к виду:

$$\beta_{\varphi} = 2,30D \cdot h_Q^2 \cdot r_1^2 \cdot r_2 = 2,30 \cdot C_{кр} \cdot \sqrt{\frac{U_{\varphi}}{C_{кр}}} \quad (26)$$

Как уже отмечено, формула (26) выведена применительно к рельсам типов Р43 и Р50 на деревянных шпалах. Однако, для рельсов типа Р65 вычисления дают другое соотношение  $r_2/r_1 = 0,17$ , и поэтому заключительная формула для определения  $\beta_{\varphi}$  примет вид, отличающийся от (26), а именно:

$$\begin{aligned} \beta_{\varphi} &= 2Dh_Q^2 r_1 r_2 (r_1 + r_2) = \\ &= 2,34 \cdot C_{кр} \cdot \sqrt{\frac{U_{\varphi}}{C_{кр}}} \quad (26-2) \end{aligned}$$

А для рельсов типа UIC60 при  $r_2/r_1 = 0,16$  будет иметь место другое выражение:

$$\begin{aligned} \beta_{\varphi} &= 2Dh_Q^2 r_1 r_2 (r_1 + r_2) = \\ &= 2,32 \cdot C_{кр} \cdot \sqrt{\frac{U_{\varphi}}{C_{кр}}} \quad (26-3) \end{aligned}$$

Таким образом, заключительная формула (27), выражающая взаимосвязь между величинами  $U_{\varphi}$  и  $\beta_{\varphi}$  для рельсов типа Р65 будет иметь вид:

$$U_{\varphi} = \frac{\beta_{\varphi}^2}{5,475 \cdot C_{кр}}, \quad (27-2)$$

а для рельсов типа UIC60 будет иметь вид:

$$U_{\varphi} = \frac{\beta_{\varphi}^2}{5,382 \cdot C_{кр}} \quad (27-3)$$

Приведенные коррективы в формулах (27-2), (27-3), (26-2) и (26-3) с учетом большого порядка величин характеристик  $C_{кр}$  и  $D$  существенно изменяют значения характеристик  $U_{\varphi}$  и  $\beta_{\varphi}$  для рельсов типа Р65 и UIC60 по сравнению с известной формулой (27), приведенной в трудах О. П. Ершкова, которая может применяться только к рельсам Р43 и Р50.

2. Также требует уточнения физический смысл характеристик  $\beta_{\varphi}$  и  $U_{\varphi}$  в связи с установленными между ними зависимостями.

Как уже указано, методика проф. О. П. Ершкова легла в основу расчетов и опубликования справочных данных по крутильным характеристикам рельсов в отечественной печати [1, 2, 9, 13]. При этом было принято обозначать через  $U_{\varphi}$  – модуль упругости подрельсового основания при кручении, а через  $\beta_{\varphi}$  – жесткость рельсовой нити при кручении.

Дело в том, что характеристика жесткости рельсовой нити  $\beta_{\varphi}$ , определяемая по формуле (21), получена из рассмотрения только работы рельса на горизонтальный изгиб под воздействием горизонтальной силы  $H$  и на одновременно происходящее кручение рельса под действием крутящего момента  $M_{кр}$  от внецентренно приложенных горизонтальной силы  $H$  и вертикальной силы  $P$ , при этом вертикальный изгиб рельса в данной задаче не учитывался и, соответственно, не учитывались силы трения по подошве между рельсом и рельсовым основанием от действия вертикальной силы. Таким образом, характеристика  $\beta_{\varphi}$ , вычисляемая по формуле (21), характеризует жесткость рельсовой нити, не связанной скреплениями с основанием и зависящую только от формы рельса и жесткости элементов его сечения. Именно поэтому характеристика  $U_{\varphi}$  в формулах (27), (27-2), (27-3) – не может называться модулем упругости реального подрельсового основания, так как получена она из решения задачи, где влияние основания не учитывалось. Правильно называть эту характеристику  $U_{\varphi}$  – модулем упругости при кручении фиктивного рельсового основания. Исследования показали, что значения характеристик  $U_{\varphi}$ , определяемых по формуле (27) для рельсов Р43 и Р50 (или по формулам (27-2) и (27-3) для рельсов Р65 и UIC60), могут быть корректно применимы только для случаев отсутствия вертикальной нагрузки (при  $P=0$ ), что практически не имеет места в реальных условиях взаимодействия подвижного состава и пути.

Реальное значение жесткости рельсовой нити при кручении, с учетом ее связей с подрель-

## ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

совым основанием  $\beta_{\phi}^{(T)}$ , следует определять из формул вида (27-1), (27-2), (27-3) после подстановки в них вместо фиктивного модуля упругости при кручении рельсового основания  $U_{\phi}$ , значений реальных модулей упругости рельсового основания при кручении рельсовой нити  $U_{\phi}^{(T)}$ , определяемых по формуле (15) и, соответственно, различающихся для разных типов рельсов, а именно:

– для рельсов типа Р50 и Р43 по формуле:

$$\beta_{\phi}^{(T)} = \sqrt{5,30 \cdot C_{кр} \cdot U_{\phi}^{(T)}}; \quad (28-1)$$

– для рельсов типа Р65 по формуле:

$$\beta_{\phi}^{(T)} = \sqrt{5,475 \cdot C_{кр} \cdot U_{\phi}^{(T)}}; \quad (28-2)$$

– для рельсов типа UIC60 по формуле:

$$\beta_{\phi}^{(T)} = \sqrt{5,382 \cdot C_{кр} \cdot U_{\phi}^{(T)}}. \quad (28-3)$$

Результаты поверочных расчетов [4, 5] показали, что реальные значения модуля упругости при кручении  $U_{\phi}^{(T)}$  существенно больше

значений модуля упругости фиктивного основания  $U_{\phi}$  и отличаются порядка в 3,5–5,0 раза для реальных эксплуатационных соотношений вертикальных и горизонтальных сил  $P/H$ . А реальные значения жесткости рельсовой нити при кручении  $\beta_{\phi}^{(T)}$  (с учетом связей ее с подрельсовым основанием) отличаются в сторону увеличения от фиктивного значения жесткости  $\beta_{\phi}$  порядка в 1,5–2,5 раза для реальных эксплуатационных соотношений вертикальных и горизонтальных сил  $P/H$ .

В табл. 1 приведены результаты вычислений по изложенной методике значений значений  $U_{\phi}$  и  $U_{\phi}^{(T)}$  для рельсов типов Р50, Р65, UIC60 для случая воздействия на путь грузового вагона при  $P/H = 2,336 \div 2,55$  при железобетонных и деревянных шпалах соответственно. На рис. 2 приведен общий вид зависимости  $U_{\phi}^{(T)} = f(P/H)$  для всего спектра  $P/H$  от 0 до max.

Таблица 1

**Значение модулей упругости пути при кручении рельсовой нити  $U_{\phi}$  и  $U_{\phi}^{(T)}$  для разных конструкций пути**

Table 1

**The values of track elasticity modulator at rail thread torsion  $U_{\phi}$ ,  $U_{\phi}^{(T)}$  for different designs of a railway track**

Тип скрепления	Тип рельса	Эпюра, шп/км	Модуль упругости пути при кручении рельсовой нити $U_{\phi}$ ; $U_{\phi}^{(T)*}$ , кг/рад	
			$U_{\phi}$ (при $P=0$ , $H \neq 0$ )	$U_{\phi}^{(T)*}$ (при $P \neq 0$ , $H \neq 0$ )
КБ	Р65	1 680	34 834,906	166 335,323
		1 840	38 152,517	182 188,737
КБ	UIC60	1 680	25 989,831	149 732,617
		1 840	28 465,053	164 003,760
КБ	Р50	1 680	25 054,575	93 150,919
		1 840	27 440,725	102 029,718
КПП-5	Р65	1 680	34 834,906	162 536,382
		1 840	38 152,517	178 106,519



Тип скрепления	Тип рельса	Эпюра, шп/км	Модуль упругости пути при кручении рельсовой нити $U_\phi$ ; $U_\phi^{(T)*}$ , кг/рад	
			$U_\phi$ (при $P=0$ , $H \neq 0$ )	$U_\phi^{(T)*}$ (при $P \neq 0$ , $H \neq 0$ )
КПП-5	UIC60	1 680	25 989,831	151 732,437
		1 840	28 465,053	166 282,583
КПП-1	P65	1 680	34 834,906	126 415,101
		1 840	38 152,517	138 520,024
Д0	P65	1 840	38 152,517	80 080,311
		2 000	41 470,127	87 051,831
Д0	P50	1 840	27 440,725	53 453,482
		2 000	29 826,875	58 104,937
Д0	P43	1 840	22 991,733	43 461,505
		2 000	24 991,014	47 245,834

(\*) – значение вертикальной и горизонтальной сил принято равным наиболее вероятным значением: на железобетонных шпалах  $P_{дин} = 16\,350$  кг,  $H_{дин} = 7\,000$  кг; на деревянных шпалах  $P_{дин} = 17\,850$  кг,  $H_{дин} = 7\,000$  кг, имеющих место в динамике при взаимодействии грузового 4-осного вагона с рельсовым путем в кривой  $R \approx 800$  м при движении со скоростью  $V = 90$  км/год.

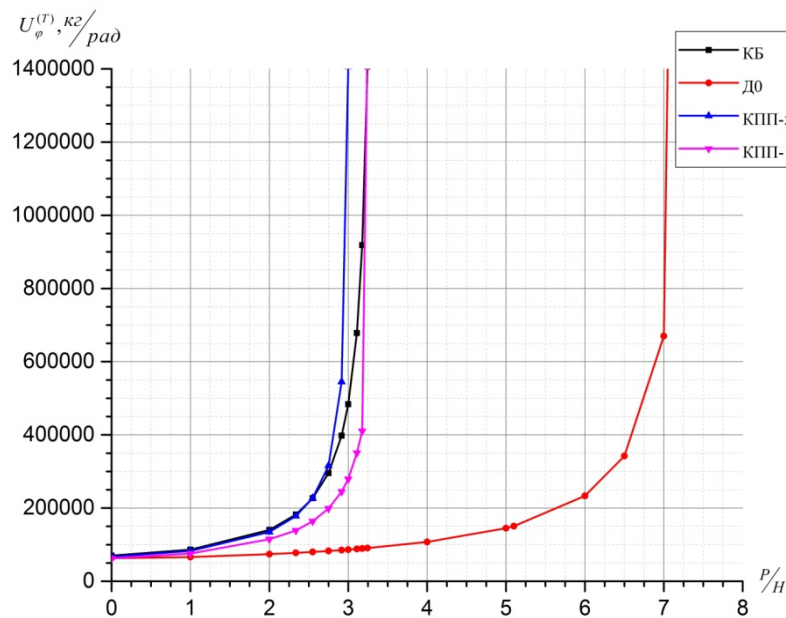


Рис. 2. График функциональной зависимости  $U_\phi^{(T)} = f(P/H)$

Fig. 2. Graf of the functional dependence  $U_\phi^{(T)} = f(P/H)$

### Научная новизна и практическая значимость

Впервые в отечественных исследованиях выполнено экспериментально-теоретическое решение задачи по определению реальных значений жесткости и модуля упругости рельсовой нити при кручении при совместном действии на рельс вертикальных и горизонтальных колесных нагрузок. Решение представлено в функциональной зависимости от соотношения совместно действующих на рельс вертикальной и горизонтальной сил  $\beta_{\phi}^{(T)} = f(P/H)$ ;  $U_{\phi}^{(T)} = f(P/H)$ . Решение выполнено для современных конструкций рельсов отечественного стандарта Р65, Р50, Р43 и международного стандарта UIC60.

Следует отметить, что результаты (табл. 1 и рис. 2) новейших исследований модуля упругости рельсовой нити на кручение (в функции от соотношения действующих сил и с учетом трения рельсов по подошве и работы скреплений) даются впервые в отечественной технической литературе. Таких данных нет также в зарубежной технической литературе [14, 15].

Полученные результаты позволяют с большей точностью в сравнении с действующей методикой выполнять расчеты реальных действующих напряжений и деформаций в рельсах разных типов, при совместном действии на рельс вертикальных и горизонтальных сил для пути на железобетонных и деревянных шпалах при разных конструкциях жестких и упругих рельсовых скреплений: КБ, КПП, ДО.

### Выводы

Приведено решение задачи по определению жесткости и модуля упругости рельсовой нити при кручении от совместного действия вертикальной и горизонтальной сил и крутящего момента для разных типов подрельсового основания с учетом сопротивляемости скреплений и сил трения по подошве рельса.

В результате выполненных исследований получены новые результаты по характеристикам пространственной упругости рельсовой нити для современных конструкций железнодорожного пути на железобетонных и деревянных шпалах со скреплениями типов КБ, КПП-5,

КПП-1, ДО при их работе под совместным воздействием вертикальной и горизонтальной сил.

Впервые получены аналитические и графоаналитические зависимости между реальными характеристиками жесткости и упругости рельсовой нити при кручении  $\beta_{\phi}^{(T)}$ ,  $U_{\phi}^{(T)}$  и соотношением действующих сил  $P$  и  $H$ .

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Басилов, В. В. Справочник инженера-путейца / В. В. Басилов, М. А. Чернышев. – Москва : Транспорт, 1972. – 2 т.
2. Вериго, М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М. Ф. Вериго, А. Я. Коган. – Москва : Транспорт, 1986. – 559 с.
3. Вериго, М. Ф. Общие положения для корректировки «Правил расчетов железнодорожного пути на прочность» / М. Ф. Вериго, С. С. Крепкогорский. – Тр. ВНИИЖТа. – Москва, 1972. – Вып. 466. – С. 4–50.
4. Даниленко, Е. І. Експериментальні дослідження характеристик горизонтальної поперечної жорсткості і модуля пружності залізничної колії при різних конструкціях рейкових скріплень / Е. І. Даниленко, В. П. Велинець // Залізнич. трансп. України. – 2015. – № 4. – С. 3–11.
5. Даниленко, Е. І. Новітні дослідження бічної пружності рейкових ниток при спільній дії вертикальних і горизонтальних сил // Наука та прогрес транспорту. – 2015. – № 6 (60). – С. 65–77. doi: 10.15802/stp2015/57021.
6. Даниленко, Э. И. Теоретическое решение задачи по определению реального бокового модуля упругости пути, при совместном действии на рельсовую нить горизонтальных и вертикальных сил / Э. И. Даниленко, В. П. Велинец // 36. науч. пр. Держ. економ.-техн. ун-ту трансп. Серія: Трансп. системи і технології. – Київ, 2014. – Вип. 24. – С. 106–122.
7. Ершков, О. П. Расчет рельса на действие боковых сил в кривых / О. П. Ершков // Тр. ВНИИЖТа. – Москва, 1960. – Вып. 192. – С. 5–59.
8. Ершков, О. П. Характеристики пространственной упругости рельсовой нити / О. П. Ершков // Тр. ВНИИЖТа. – Москва, 1960. – Вып. 192. – С. 59–101.
9. Татуревич, А. П. Результаты определения фактических значений жесткости пути для исследований взаимодействия пути и подвижного состава / А. П. Татуревич // Вісн. Дніпропетр.

## ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

- нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2003. – Вип. 2. – С. 95–100.
10. Тимошенко, С. П. Метод исследований статических и динамических напряжений в рельсе / С. П. Тимошенко // Статич. и динам. проблемы теории упругости. – Киев, 1975. – С. 209–220.
  11. Тимошенко, С. П. Напряжения в железнодорожном рельсе / С. П. Тимошенко // Статич. и динам. проблемы теории упругости. – Киев, 1975. – С. 318–355.
  12. Феодосьев, В. И. Соппротивление материалов / В. И. Феодосьев. – Москва : Наука, 1970. – 544 с.
  13. Шахунянц, Г. М. Железнодорожный путь / Г. М. Шахунянц. – Москва : Транспорт, 1969. – 536 с.
  14. Experimental study on the transverse stiffness of WJ-8 rail fastening / C. Liu, Z. Ping Zeng, B. Wu [et al.] // Applied Mechanics and Materials. – 2014. – Vol. 596. – P. 3–6. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.596.3.
  15. Tests on lateral resistance in railway tracks during the operation of a tamping machine / W. Koc, A. Wilk, P. Chrostowski, S. Grulkowski // Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: J. of Rail and Rapid Transit. – 2011. – Vol. 225. – Iss. 3. – P. 325–334. doi: 10.1243/09544097-jrrt324.

Е. І. ДАНИЛЕНКО<sup>1\*</sup>

<sup>1\*</sup>Каф. «Залізнична колія та колійне господарство», Державний економіко-технологічний університет транспорту, вул. М. Лукашевича, 19, Київ, Україна, 03049, тел. +38 (044) 591 51 47, ел. пошта danilenko2010@mail.ru, ORCID 0000-0002-8518-5272

## РОЗРАХУНОК ХАРАКТЕРИСТИК ЖОРСТКОСТІ ТА ПРУЖНОСТІ РЕЙКОВОЇ НИТКИ ПРИ КРУЧЕННІ ПІД ДІЄЮ ВЕРТИКАЛЬНИХ І ГОРИЗОНТАЛЬНИХ СИЛ

**Мета.** Наявні в літературі відомості про характеристики жорсткості та пружності рейкових ниток при крученні є суперечливими. Це є наслідком відсутності точного аналітичного рішення задачі та складності експериментального вивчення зазначених характеристик при спільній дії на рейку вертикальних і горизонтальних сил. У статті представлений новий метод вирішення задачі по визначенню жорсткості й модуля пружності рейкової нитки при крученні під спільною дією вертикальної і горизонтальної сил. **Методика.** У роботі використано комплексний метод вирішення задачі, що включає теоретичну частину і результати експерименту. За допомогою експерименту були виміряні характеристики горизонтальної поперечної жорсткості рейкових ниток по голівці та підшві при різних конструкціях сучасних рейкових скріплень. Подальша задача по визначенню реальних значень модуля пружності й жорсткості рейкової нитки при крученні  $U_{\phi}^{(T)}$  і  $\beta_{\phi}^{(T)}$  вирішена теоретичними методами. **Результати.** Отримано нові значення характеристик жорсткості та модуля пружності рейкової нитки при крученні для сучасних конструкцій рейок Р65, UIC60, Р50 і рейкових скріплень типів КПП, КБ, ДО при спільній дії на рейку вертикальної та горизонтальної сил і кручення. **Наукова новизна.** Вперше у вітчизняних дослідженнях виконано експериментально-теоретичні рішення задачі по визначенню реальних значень жорсткості та модуля пружності рейкової нитки при крученні під спільною дією на рейку вертикальних і горизонтальних колісних навантажень. Рішення представлено у функціональній залежності від співвідношення спільно діючих на рейку вертикальної і горизонтальної сил  $\beta_{\phi}^{(T)} = f(P/H)$ ;  $U_{\phi}^{(T)} = f(P/H)$ . Рішення виконано для сучасних конструкцій рейок вітчизняного стандарту Р65, Р50, Р43 і міжнародного стандарту UIC60. **Практична значимість.** Отримані результати дозволяють із більшою точністю, в порівнянні з діючою методикою, виконувати розрахунки реальних напруг і деформацій у рейках різних типів. Це виникає при спільній дії на рейку вертикальних і горизонтальних сил (для колії на залізобетонних і дерев'яних шпалах) при різних конструкціях жорстких і пружних рейкових скріплень: КБ, КПП, ДО.

*Ключові слова:* рейкова нитка; жорсткість; пружність; кручення; сили вертикальні; сили горизонтальні

E. I. DANILENKO<sup>1\*</sup>

<sup>1\*</sup>Dep. «Railway Track and Track Facilities», State Economic and Technological University of Transport, Lukashevich St., 19, Kyiv, Ukraine, 03049, tel. +38 (044) 591 51 47, e-mail danilenko2010@mail.ru, ORCID 0000-0002-8518-5272

## CALCULATION OF CHARACTERISTICS OF STIFFNESS AND ELASTICITY OF RAIL THREADS WHEN TORSION UNDER COMBINED ACTION OF VERTICAL AND HORIZONTAL FORCES

**Purpose.** Reference data in technical literature about such characteristics as stiffness and elasticity of rail threads at torsion are rather contradictory. This is due to the absence of correct analytical solution of this task and because of complexity of experimental studies of this problem under combined action of vertical and horizontal lateral forces. The article presents the new method of solving the task of calculation the real values of stiffness and elasticity modules of rail thread when torsion under combined action of vertical and horizontal lateral forces. **Methodology.** The complex method of solving the problem was used in the paper. It includes the theoretical part and the results of the experiment. Using the experiment the characteristics of horizontal lateral stiffness of the rail threads of the head and bottom at different constructions of the modern rail fastenings was measured. The second task of determination of the real values of elasticity  $U_{\varphi}^{(T)}$  and stiffness  $\beta_{\varphi}^{(T)}$  modulus of the rail thread when torsion was solved by the theoretical methods. **Findings.** New values of stiffness characteristics and elasticity module of rail thread when torsion for the modern rail constrictions P65, UIC60, P50 and the rail fastenings of the types КПП, КБ, Д0, under combined action of vertical and horizontal forces and torsion were obtained. **Originality.** For the first time in domestic research it was carried out the experimental and theoretical solution of the task for determination of the real values of the stiffness and elasticity modulus of rail thread when torsion under combined action of vertical and horizontal forces of the wheel loadings. The solution is represented in the functional dependence on the correlation of vertical and horizontal forces  $U_{\varphi}^{(T)} = f(P/H)$ ;  $\beta_{\varphi}^{(T)} = f(P/H)$  acting together. The solution is carried out for the modern designs of the rails of domestic standard P65, P50, P43 and international standard UIC60. **Practical value.** The obtained results make it possible to carry out calculations of the real acting strains and deformations in the rails of different types under the joint action of vertical and horizontal forces for railway track on concrete and wooden sleepers with different designs of rigid and elastic rail fastenings КБ, КПП, Д0 with higher accuracy as compared to the current calculation methodology.

*Keywords:* rail thread; rail stiffness; elasticity; torsion; vertical forces; horizontal forces

### REFERENCES

1. Basilov V.V., Chernyshev M.A. *Spravochnik inzhenera-puteytsa. 2 Toma* [Reference of a railway engineer]. Moscow, Transport Publ., 1972. 2 volumes.
2. Verigo M.F., Kogan A.Ya. *Vzaimodeystviye puti i podvizhnogo sostava* [Track and rolling stock interaction]. Moscow, Transport Publ., 1986. 559 p.
3. Verigo M.F., Krepkogorskiy S.S. Obshchiye polozheniya dlya korrektyrovki «Pravil raschetov zheleznodorozhnogo puti na prochnost» [General provisions for adjusting the «Rules of calculation of railway track for strength»]. *Trudy Vserossiyskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta zheleznodorozhnogo transporta* [Proc. of All-Russian Research Institute of Railway Transport], 1972, issue 466, pp. 4-50.
4. Danilenko E.I., Velinets V.P. Eksperymentalni doslidzhennia kharakterystyk horyzontalnoi poperechnoi zhorstkosti i modulua pruzhnosti zaliznychnoi kolii pry riznykh konstruktsiiakh reikovykh skriplen [Experimental studies of characteristics of horizontal and lateral stiffness and elasticity modulus of railway track in various designs of rail fasteners]. *Zaliznychnyi transport Ukrainy – Railway Transport of Ukraine*, 2015, no. 4, pp. 3-11.
5. Danilenko E.I. Novitni doslidzhennia bichnoi pruzhnosti reikovykh nytok pry spilnii dii vertykalnykh i horyzontalnykh syl [Recent researches of the lateral flexibility of the rail threads under combined action of vertical and horizontal forces]. *Nauka ta prohres transportu – Science and Transport Progress*, 2015, no. 6 (60), pp. 65-77. doi: 10.15802/stp2015/57021.

## ЗАЛІЗНИЧНА КОЛІЯ

6. Danilenko E.I., Velinets V.P. Teoreticheskoye resheniye zadachi po opredeleniyu realnogo bokovogo modulya uprugosti puti, pri sovmestnom deystvii na relsovuyu nit gorizontalnykh i vertikalnykh sil [The theoretical solution of the problem to determine the real lateral modulus of the track elasticity under the joint action of the horizontal and vertical forces]. *Zbirnyk naukovykh prats Derzhavnoho ekonomichno-tekhnichnoho universytetu transportu* [Proc. of State Economic and Technical University of Transport], 2014, issue 24, pp. 106-122.
7. Yershkov O.P. Raschet relsa na deystviye bokovykh sil v krivykh [Rail calculation for the action of the lateral forces in the curves]. *Trudy Vserossiyskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta zheleznodorozhnogo transporta* [Proc. of All-Russian Research Institute of Railway Transport], 1960, issue 192, pp. 5-59.
8. Yershkov O.P. Kharakteristiki prostranstvennoy uprugosti relsovoy niti [Characteristics of the spatial elasticity of rail thread]. *Trudy Vserossiyskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta zheleznodorozhnogo transporta* [Proc. of All-Russian Research Institute of Railway Transport], 1960, issue 192, pp. 59-101.
9. Taturevich A.P. Rezultaty opredeleniya fakticheskikh znacheniy zhestkosti puti dlya issledovaniy vzaimodeystviya puti i podvizhnogo sostava [The results of determining the actual values of track stiffness to study the interaction of track and rolling stock]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2003, issue 2, pp. 95-100.
10. Timoshenko S.P. Metod issledovaniy statisticheskikh i dinamicheskikh napryazheniy v relse [Method of research of statistical and dynamic stresses in the rail]. *Statisticheskkiye i dinamicheskkiye problemy teorii uprugosti* [Statistical and dynamic problems of the elasticity theory]. Kyiv, 1975, pp. 209-220.
11. Timoshenko S.P. Napryazheniya v zheleznodorozhnom relse [Stresses in the rail]. *Statisticheskkiye i dinamicheskkiye problemy teorii uprugosti* [Statistical and dynamic problems of the elasticity theory]. Kyiv, 1975, pp. 318-355.
12. Feodosyev V.I. *Soprotivleniye materialov* [Strength of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 544 p.
13. Shakhunyants G.M. *Zheleznodorozhnyy put* [Railway track]. Moscow, Transport Publ., 1969. 536 p.
14. Liu C., Ping Zeng Z., Wu B., Yuan J. Yu, He X.F. Experimental study on the transverse stiffness of WJ-8 rail fastening. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, vol. 596, pp. 3-6. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.596.3.
15. Koc W., Wilk A., Chrostowski P., Grulkowski S. Tests on lateral resistance in railway tracks during the operation of a tamping machine. *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2011, vol. 225, issue 3, pp. 325-334. doi: 10.1243/09544097jrrt324.

*Статья рекомендована к публикации д.т.н., проф. Н. Б. Курганом (Украина); научн. комитетом XIV Междунар. конф. «Проблемы механики железнодорожного транспорта. Безопасность движения, динамика, прочность подвижного состава, энергосбережение»*

Поступила в редколлегию: 12.05.2016

Принята к печати: 14.09.2016