

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

УДК 621.311.61

С. С. БЕЛИМЕНКО<sup>1\*</sup>, В. А. ИЩЕНКО<sup>2</sup>, В. А. ГАБРИНЕЦ<sup>3</sup>

<sup>1\*</sup>ООО «Теплотехника», пр. Д. Яворницького, 102, Дніпро, Україна, 49000, тел./факс +38 (0562) 33 33 06, эл. почта director@teplotehnika.dp.ua, ORCID 0000-0002-9935-4778

<sup>2</sup>Каф. «Теплотехника», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел./факс +38 (056) 373 15 76, эл. почта ivatire@mail.ru, ORCID 0000-0002-5948-9483

<sup>3</sup>Каф. «Теплотехника», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 87, эл. почта gabrin62@mail.ru, ORCID 0000-0002-6115-7162

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ТЕПЛОВЫХ АККУМУЛЯТОРАХ

**Цель.** В настоящее время одним из приоритетных направлений энергосбережения является экономия затрат на теплоснабжение в промышленных и жилых зданиях за счет запасенной в ночное время тепловой энергии и отдачи ее в дневные часы. Экономический эффект достигается за счет разницы тарифов на стоимость электрической энергии в дневное и ночное время. Одним из наиболее распространенных типов устройств, которые позволяют аккумулировать и отдавать полученное тепло, являются твердотельные тепловые аккумуляторы. Основная цель работы: 1) разработка математического обеспечения для расчета температурного поля плоского твердотельного теплового аккумулятора, работающего за счет накопления тепловой энергии в объеме теплоаккумулирующего материала без фазового перехода; 2) определение распределения температуры в его объемах при конвективной теплопередаче. **Методика.** Для достижения целей исследования использованы теория теплопередачи и интегральное преобразование Лапласа, на основе которого решены задачи определения температурных полей в каналах тепловых аккумуляторов, имеющих различные формы поперечного сечения. **Результаты.** Авторами разработана методика расчета и получены решения для определения температурных полей в каналах твердотельного аккумулятора в условиях конвективного теплообмена. Исследованы температурные поля по длине и по толщине каналов. Проведены экспериментальные исследования на физических моделях и промышленном оборудовании. **Научная новизна.** Впервые предложена методика расчета температурного поля в каналах различного поперечного сечения твердотельного теплового аккумулятора в режимах зарядки и разрядки. Результаты расчетов подтверждаются экспериментальными исследованиями. **Практическая значимость.** Предложенная методика используется при проектировании твердотельных тепловых аккумуляторов различной мощности; организовано серийное производство тепловых аккумуляторов различной мощности.

*Ключевые слова:* твердотельный тепловой аккумулятор; твердый аккумулирующий материал

#### Введение

В настоящее время одним из приоритетных направлений энергосбережения является экономия затрат на теплоснабжение в промыш-

ленных и жилых зданиях за счет запасенной тепловой энергией в ночное время и отдаче ее в дневные часы. В результате этого экономия достигается за счет разницы тарифов на стоимость электрической энергии в дневное и ноч-

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

ное время. Переход на «ночной» тариф позволяет платить за электрическую энергию в среднем в три раза дешевле в сравнении с обычным режимом работы [1]. Одним из наиболее распространенных типов устройств, которые позволяют аккумулировать и отдавать полученное разными способами тепло, являются тепловые аккумуляторы (ТА), тепловые трубы и термосифоны [2–6]. Теплоаккумулирующие устройства могут использоваться для реализации таких основных задач, как выполнение распределения в пространстве и во времени источника и приемника тепловой энергии, а также сглаживания температурного поля на поверхности или в объеме объекта. Наибольшее распространение теплоаккумулирующие устройства нашли в энергетике, машиностроении, транспорте, химической промышленности, сельском хозяйстве. Следовательно, изучение и разработка методики определения рабочих режимов работы и весогабаритных показателей ТА является важной задачей энергосбережения, актуальной в современных условиях дефицита энергоносителей.

## Цель

До настоящего времени опубликовано большое количество работ по ТА. Функционирование ТА в процессе аккумулирования тепла может осуществляться за счет двух основных механизмов: первый происходит вследствие изменения физических параметров теплоаккумулирующего тела (ТАТ); второй – за счет использования энергии связи атомов и молекул веществ.

Наиболее распространенными и простыми в применении являются аккумуляторы емкостного типа, в которых используется теплоемкость вещества, нагреваемого без изменения его агрегатного состояния. Типичная конструктивная схема ТА представлена на рис.1, из которой видно, что ТА всегда содержит теплоизолированное теплоаккумулирующее тело (ТАТ), нагреватель, системы охлаждения, безопасности, регулирования подвода и отвода тепла.

Для расчетов весогабаритных характеристик, ограничиваются определением массы [1]. При определении режимов работы ТА рассматривают процессы теплопередачи, применяя классические подходы анализа тепловых полей, а также методики, основанные на математическом моделировании теплопередачи [7]. Математические модели функционирования ТА направлены на описание теплового поля ТА [8–10] и не могут быть напрямую применены для расчета распределения температурного поля, например, при конвективном теплообмене на режиме зарядки или разрядки ТА. Для определения температурных напряжений можно воспользоваться [9]. Однако, предложенные ранее методы расчета [10–14] не отражают картину теплопередачи при активном конвективном теплообмене имеющим место при зарядке и разрядке ТА.

Основная цель работы состоит в разработке метода расчета температурного поля ТАТ в процессе накопления и отдачи тепла на этапе проектирования на основе математического моделирования температурного поля в условиях активного конвективного теплообмена.

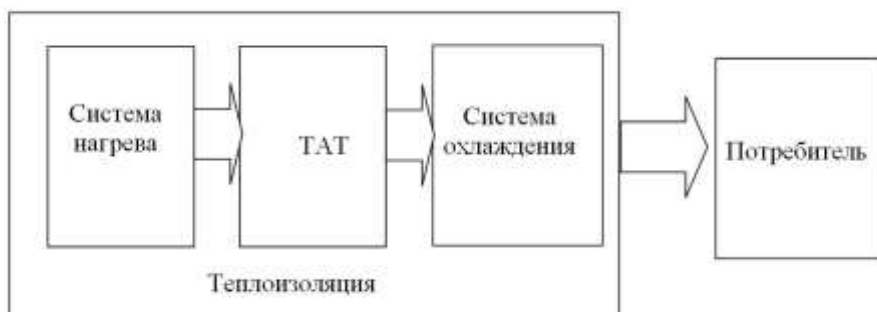


Рис. 1. Структурная схема ТА

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Твердотельний ТА представляє собою совокупність декількох систем, конструктивно об'єднаних в єдину конструкцію. Так обов'язковим елементом ТА є система нагріву, в нашому випадку – це трубчасті електричні нагрівачі (ТЭН), виробляване ними тепло накопичується в твердому акумулюючому тілі ТА – здійснюється заряд ТА. Для використання накопленого тепла ТА має систему охолодження, в нашому випадку це повітряні канали. При активній циркуляції теплоносія – повітря, тепло відбирається від ТАТ і подається споживачу. Система розподілу тепла по простору об'єкта теплопостачання в складі ТА не входить.

Конструктивна схема твердотельного ТА з конвективним теплообміном представлена на рис. 2. ТА складається з корпусу 1, який може бути закріплений на будь-якій жорсткій опорі, спереду корпус закритий кришкою 2, на корпусі закріплена теплоізоляція 3, 4, в якій розміщено теплоакумулююче тіло 5. На передній поверхні ТАТ встановлені направляючі перегородки 6 для забезпечення напрямку потоку охолоджуючого повітря, який подається в нижню частину ТА через входні жалюзі 7, далі проходячи через канали ТА потрапляє в змішувач 8 і через вихідні жалюзі 9 потрапляє в об'єм об'єкта теплопостачання.

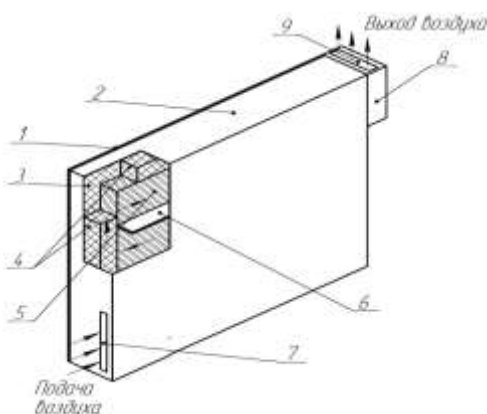


Рис. 2. Конструктивна схема ТА

## Методика

Розрахункова схема для аналізу температурного поля в теплому акумулюючому тілі, може бути представлена на рис. 3, де  $C_u$  – шар теплоізоляції,  $K$  – канал,  $C_a$  – шар ТАТ,  $T_{кв}$  – температура верхньої межі каналу,  $T_{кн}$  – температура нижньої межі каналу,  $T_{ав}$  – температура верхньої межі ТАТ,  $T_{ан}$  – температура нижньої межі ТАТ.

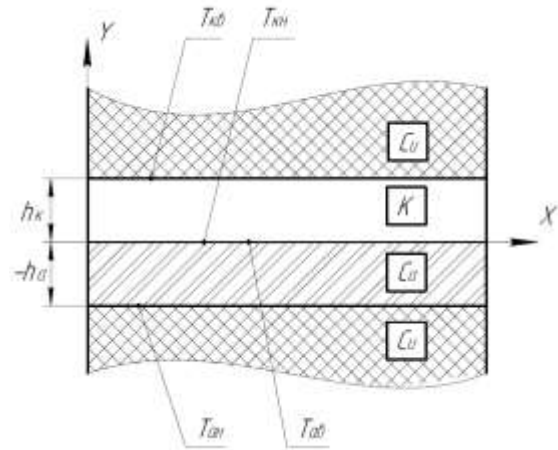


Рис. 3. Розрахункова схема аналізу температурного поля

Якщо нехувати зміною теплових потоків вздовж координати  $x$ , яка направлена перпендикулярно площині ТАТ 5 (рис. 2), то температурне поле буде залежати від трьох незалежних змінних, а саме: просторових координат  $y$  і  $z$ , а також часу  $t$ . Використовуючи співвідношення  $t = z/V_1$ , де  $V_1$  представляє собою швидкість руху повітря в каналі  $K$ , можна визначити рівняння, які можна привести до виду, де будуть мати місце дві незалежні змінні  $y$  і  $z$ . Тоді можна записати такі рівняння теплопередачі для системи, представленій на рис. 3:

$$\rho_1 \cdot C_{p1} \cdot 2 \cdot V_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_1 \cdot \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}; \quad (1)$$

$$\rho_2 \cdot C_{p2} \cdot V_1 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial z} = \lambda_2 \cdot \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2}, \quad (2)$$

де  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\lambda$  – теплофізичні характеристики матеріалу: густина, коефіцієнти теплоємності та теплопровідності (індекси 1 і

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

2 используются, соответственно, для воздуха и ТАТ) соответственно;  $T$  – температура.

Каждое из двух уравнений будет иметь по два граничных условия по координате  $y$  и по одному начальному условию по координате  $z$ .

Наличие теплоизоляции на верхней границе канала и нижней границе ТАТ позволяет пренебречь тепловым потоком за границы теплового аккумулятора, то есть можно записать

$$\frac{\partial T_1}{\partial y} = 0 \text{ при } y = h_1; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial y} = 0 \text{ при } y = -h_2. \quad (4)$$

Два других граничных условия можно представить так

$$\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial y} = q_{21} \text{ при } y = 0; \quad (5)$$

$$-\lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial y} = \alpha_{12} \cdot (T_{1b} - T_{2t}) \text{ при } y = 0, \quad (6)$$

где  $q_{21}$  – тепловой поток, приходящий в канал от нагретого ТАТ;  $T_{1b}$  – температура теплоносителя на нижней поверхности канала;  $T_{2t}$  – температура на верхней поверхности ТАТ;  $\alpha_{12}$  – коэффициенты теплоотдачи между охлаждающим теплоносителем и верхней поверхностью нагретого ТАТ.

Начальные условия соответственно для уравнений (1) и (2) будут иметь вид

$$T_1 = f_1(y) \text{ при } z = 0; \quad (7)$$

$$T_2 = f_2(y) \text{ при } z = 0, \quad (8)$$

где  $f_1(y)$ ,  $f_2(y)$  – температурные функциональные зависимости от координаты  $y$ .

В первом приближении температурные функциональные зависимости можно принять как постоянные величины. Тогда вместо (7) и (8) будем иметь

$$T_1 = T_{1n} \text{ при } z = 0; \quad (9)$$

$$T_2 = T_{2n} \text{ при } z = 0. \quad (10)$$

Для решения уравнений (1) и (2) воспользуемся интегральным преобразованием Лапласа [13, 14].

Используя теорему о дифференцировании оригинала, получаем операторные аналоги уравнений (1) и (2) в таком виде

$$\frac{d^2 T_1^L}{dy^2} - \frac{s}{a_1} \cdot T_1^L = -\frac{T_{1n}}{a_1}; \quad (11)$$

$$\frac{d^2 T_2^L}{dy^2} - \frac{s}{a_2} \cdot T_2^L = -\frac{T_{2n}}{a_2}, \quad (12)$$

где  $T^L$  – изображение температуры  $T$ , с учетом соответствующих индексов;  $S$  – переменная преобразования Лапласа;

$$a_1 = \lambda_1 / (2 \cdot \rho_1 \cdot C_{p1} \cdot V_1);$$

$$a_2 = \lambda_2 / (\rho_2 \cdot C_{p2} \cdot V_1).$$

Таким образом, используя интегральное преобразование Лапласа, выполнен переход от дифференциальных уравнений в частных производных (1) и (2) (в оригиналах) к дифференциальным уравнениям в обыкновенных производных (в изображениях), которые решаются гораздо проще.

Операторные уравнения для граничных условий (3)–(6) будут соответственно иметь вид:

$$\frac{dT_1^L}{dy} = 0 \text{ при } y = h_1; \quad (13)$$

$$\frac{dT_2^L}{dy} = 0 \text{ при } y = -h_2; \quad (14)$$

$$\lambda_1 \cdot \frac{dT_1^L}{dy} = \frac{q_{21}}{s} \text{ при } y = 0; \quad (15)$$

$$-\lambda_2 \cdot \frac{dT_2^L}{dy} = \alpha_{12} \cdot \left( \frac{T_{1b}}{s} - \frac{T_{2t}}{s} \right) \text{ при } y = 0. \quad (16)$$

Решения уравнений (11) и (12) имеют вид

$$T_1^L = \frac{T_{1n}}{s} + C_{11} \cdot \sinh \left( \sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot y \right) + C_{12} \cdot \cosh \left( \sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot y \right); \quad (17)$$

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

$$T_2^L = \frac{T_{2n}}{s} + C_{21} \cdot \sinh\left(\sqrt{\frac{s}{a_2}} \cdot y\right) + C_{22} \cdot \cosh\left(\sqrt{\frac{s}{a_2}} \cdot y\right). \quad (18)$$

Для определения констант интегрирования  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{21}$  и  $C_{22}$  необходимо продифференцировать последние два уравнения по координате  $y$  и подставить граничные условия (13)–(16).

Подставляя граничные условия (13) и (15) в уравнение (17), а также – (14) и (16) в уравнение (18), получаем (после определения констант интегрирования  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{21}$  и  $C_{22}$ ) такие уравнения в изображениях для определения температурных полей

$$T_1^L = \frac{T_{1n}}{s} - \frac{q_{21} \cdot \sqrt{a_1}}{\lambda_1 \cdot s} \cdot \frac{1}{\sqrt{s}} \times \frac{\cosh\left[\sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot (h_1 - y)\right]}{\sinh\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot h_1\right)}; \quad (19)$$

$$T_2^L = \frac{T_{2n}}{s} - \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_2} \cdot (T_{1b} - T_{2t})}{\lambda_2 \cdot s} \times \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \frac{\cosh\left[\sqrt{\frac{s}{a_2}} \cdot (h_2 + y)\right]}{\sinh\left(\sqrt{\frac{s}{a_2}} \cdot h_2\right)}; \quad (20)$$

Принимая во внимание выражения (16) и (20), можно записать такое соотношение при  $y = 0$

$$q_{21} = -\alpha_{12} \cdot \left(\frac{T_{1b}}{s} - \frac{T_{2t}}{s}\right).$$

Тогда уравнение (19) переписывается так

$$T_1^L = \frac{T_{1n}}{s} + \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_1} \cdot (T_{1b} - T_{2t})}{\lambda_1 \cdot s} \times \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \frac{\cosh\left[\sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot (h_1 - y)\right]}{\sinh\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}} \cdot h_1\right)}; \quad (21)$$

Для того чтобы перейти от изображения температуры к оригиналу, запишем гиперболические функции через показательные

$$\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2,$$

$$\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2.$$

После соответствующих преобразований выражение (21) можно представить таким образом

$$T_1^L = \frac{T_{1n}}{s} + \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_1} \cdot (T_{1b} - T_{2t})}{\lambda_1 \cdot s} \times \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-d1_k \cdot \sqrt{s}) + \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-d2_k \cdot \sqrt{s}), \quad (22)$$

где

$$d1_k = \sqrt{\frac{1}{a_1}} \cdot [y + 2 \cdot h_1 \cdot k],$$

$$d2_k = \sqrt{\frac{1}{a_1}} \cdot [-y + 2 \cdot h_1 \cdot (k + 1)].$$

По аналогии с выражением (22) можно преобразовать уравнение (20), а именно

$$T_2^L = \frac{T_{2n}}{s} - \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_2} \cdot (T_{1b} - T_{2t})}{\lambda_2 \cdot s} \times \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-d3_k \cdot \sqrt{s}) + \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-d4_k \cdot \sqrt{s}). \quad (23)$$

где

$$d3_k = \sqrt{\frac{1}{a_2}} \cdot [-y + 2 \cdot h_2 \cdot k],$$

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

$$d4_k = \sqrt{\frac{1}{a_2}} \cdot [y + 2 \cdot h_2 \cdot (k+1)].$$

Используя общую формулу перехода от изображения к оригиналу [2]

$$\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \exp(-C \cdot \sqrt{s}) \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot z}} \cdot \exp\left(-\frac{C^2}{4 \cdot z}\right), \quad (24)$$

а также теорему умножения (теорему Бореля) можно получить из выражения (22) такой оригинал для распределения температуры в твердой пробке вдоль оси  $y$

$$T_1(y, z) = T_{1n} + \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_1} \cdot (T_{1b} - T_{2t})}{\lambda_1} \times [E1X_1(y, z) + E1X_2(y, z)], \quad (25)$$

где

$$E1X_1(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{d1_k^2}{4 \cdot z}\right) - d1_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d1_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right],$$

$$E1X_2(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \times \exp\left(-\frac{d2_k^2}{4 \cdot z}\right) - d2_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d2_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right].$$

Используя такую же методику, что и при получении выражения (25), находим из (23) оригинал для распределения температурного поля в теле ТАТ

$$T_2(y, z) = T_{2n} - \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_2} \cdot (T_{1b} - T_{2t})}{\lambda_2} \times [E2X_1(y, z) + E2X_2(y, z)], \quad (26)$$

где

$$E2X_1(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{d3_k^2}{4 \cdot z}\right) - d3_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d3_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right],$$

$$E2X_2(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \times \exp\left(-\frac{d4_k^2}{4 \cdot z}\right) - d4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d4_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right].$$

Для определения коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{12}$  в уравнениях (25) и (26), в общем случае, можно воспользоваться таким выражением [15]

$$\alpha_{12} = \frac{Nu \cdot \lambda_1}{b_e}, \quad (27)$$

где  $Nu$  – критерий Нуссельта;  $b_e$  – эквивалентный размер канала.

В общем случае следует выделить три режима: турбулентный ( $Re > 10\,000$ ); переходной ( $2\,300 \leq Re \leq 10\,000$ ) и ламинарный ( $Re < 2\,300$ ).

В случае турбулентного режима можно использовать для определения критерия Нуссельта следующее выражение

$$Nu = 0,021 \cdot \varepsilon_l \cdot Re^{0,8} \times Pr^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_{CT}}\right)^{0,25}, \quad (28)$$

где  $\varepsilon_l$  – поправочный коэффициент, учитывающий влияние на коэффициент теплоотдачи отношения длины охлаждающей полости  $L_0$  к ее эквивалентному размеру  $b_e$ ;  $Re$  – критерий Рейнольдса;  $Pr$  – критерий Прандтля;  $Pr_{CT}$  – критерий Прандтля при температуре стенки охлаждающей полости.

Для переходного режима расчет рекомендуется выполнять по графику, представленному на рис. 4, при этом значение  $NP$  определяется из выражения

$$NP = Nu / \left[ Pr^{0,43} \cdot (Pr/Pr_{CT})^{0,25} \right]. \quad (29)$$

Для ламинарного режима наиболее приемлемой является следующая зависимость

$$Nu = 0,15 \cdot \varepsilon_l \cdot Re^{0,33} \cdot Pr^{0,43} \times Gr^{0,1} \left(\frac{Pr}{Pr_{CT}}\right)^{0,25}, \quad (30)$$

где  $Gr$  – критерий Грасгофа.

Для определения критериев можно воспользоваться такими выражениями

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{V_1 \cdot b_e \cdot \rho_1}{\eta_1}; \quad \text{Pr} = \frac{C_{p1} \cdot \eta_1}{\lambda_1}; \\ \text{Gr} &= \frac{g \cdot b_e^3 \cdot \rho_1^2}{\eta_1^2} \cdot \beta \cdot \Delta T, \end{aligned} \quad (31),$$

где  $\eta_1$  – коэффициент вязкости охлаждающей среды;  $\beta$  – коэффициент объемного расширения;  $\Delta T$  – разность температур поверхности стенки и охлаждающей жидкости.

Поправочный коэффициент уменьшается при возрастании отношения длины охлаждающей полости  $L_0$  к ее эквивалентному размеру. При выполнении соотношения  $L_0/b_e > 50$  можно принять  $\varepsilon_1 = 1$ .

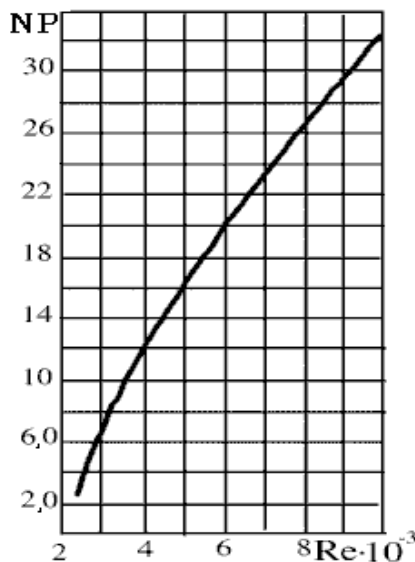


Рис. 4. График для определения критерия Нуссельта при переходном режиме

Эквивалентный размер можно определить из формулы

$$b_e = \frac{4 \cdot S_g}{\Pi},$$

где  $S_g$  – площадь живого сечения потока;  $\Pi$  – полный (смоченный) периметр, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене.

Для нагреваемых капельных жидкостей можно принять  $(\text{Pr}/\text{Pr}_{CT})^{0,25} \approx 1$ .

Таким образом, для нахождения распределения температурного поля в двухслойной системе по рис. 2 необходимо решить уравнения

(25) и (26). Однако данная система содержит в общем случае две неизвестных величины, а именно:  $T_{1b}$  и  $T_{2t}$ . Причем данные величины в граничном условии (6) приняты как постоянные величины. Реально они будут зависеть от координаты  $z_j$ . Чтобы учесть последнее замечание и достичь необходимой точности вычислений, следует  $T_{1b}$  и  $T_{2t}$  находить на небольших отрезках по оси  $z$ .

При этом также необходимо постоянно, на каждом отрезке изменять начальные значения  $T_{1n}$  и  $T_{2n}$ . Таким образом, конечные значения распределения температурного поля на предыдущем отрезке будут соответствовать начальным значениям на последующем отрезке по оси  $z$ .

Для определения неизвестных граничных значений температур из этих уравнений получаем следующую систему уравнений

$$T_{1b,j} = T_{1n,j} + \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_1} \cdot (T_{1b,j} - T_{2t,j})}{\lambda_1} \times [E1X_{1,j} + E1X_{2,j}], \quad (32)$$

$$T_{2t,j} = T_{2n,j} - \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_2} \cdot (T_{1b,j} - T_{2t,j})}{\lambda_2} \times [E2X_{1,j} + E2X_{2,j}]. \quad (33)$$

В двух последних уравнениях индекс  $j$  характеризует значения соответствующих величин на каждом отрезке  $z_j$  при нулевом значении для второй координаты ( $y = 0$ ).

Для удобства решения уравнений (32)–(33) представим их в матричной форме

$$\begin{bmatrix} T_{1b,j} \\ T_{2t,j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{0,0} & A_{0,1} \\ A_{1,0} & A_{1,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CV_0 \\ CV_1 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

где

$$A_{0,0} = 1 - \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_1}}{\lambda_1} \cdot E1X_j$$

$$A_{0,1} = \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_1}}{\lambda_1} \cdot E1X_j$$

$$A_{1,0} = \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_2}}{\lambda_2} \cdot E2X_j$$

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

$$A_{1,1} = 1 - \frac{\alpha_{12} \cdot \sqrt{a_2}}{\lambda_2} \cdot E2X_j$$

$$E1X_j = E1X_{1,j} + E1X_{2,j}$$

$$E2X_j = E2X_{1,j} + E2X_{2,j}$$

$$CV_0 = T_{1n,j}$$

$$CV_1 = T_{2n,j}$$

Для рішення приведенної задачі розробтан програмний блок в математическом пакете MathCAD. Результати рішення приведені на рис. 4, 5. При цьому исходні значення прийняті наступними:

$$\rho_1 = 1,2 \text{ кг/м}^3; \quad \lambda_1 = 0,0281 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)};$$

$$C_{p1} = 1,03 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$\eta_1 = 2,27 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с};$$

$$\rho_2 = 3200 \text{ кг/м}^3;$$

$$\lambda_2 = 1,93 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)};$$

$$C_{p2} = 0,57 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$V_1 = 0,3 \text{ м/с}; \quad h_1 = 20 \text{ мм};$$

$$h_2 = 60 \text{ мм}; \quad L = 2000 \text{ мм}.$$

Індекси відповідають наступним означенням: 1 – канал, 2 – ТАТ, означення відповідають общепринятым. Следует учитывать, что длина канала  $L$  определяется количеством перегородок в ТА.

Характер изменения температуры ТАТ по длине при заданных условиях представлен на рис. 5. Количество разбиений по длине канала ( $jz$ ) равно 30, количество разбиений по глубине канала и толщине ТАТ ( $iy$ ) равно 20. Система координат соответствует изображенной на рис. 3.

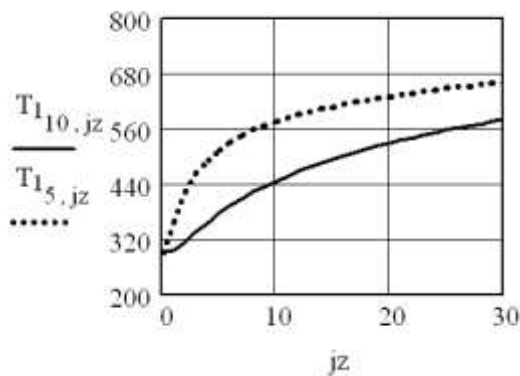


Рис. 5. График изменения температуры по длине ТАТ при фиксированной глубине

Как видно из рис. 5, температура на глубине ТАТ 15 мм возрастает от нормальной – в начале канала и при длине 2 м уже составляет 570 °С. В срединной плоскости ТАТ ( $iy=10$ ), температура будет выше и составляет 670 °С.

Характер изменения температуры воздуха в канале по длине при заданных условиях представлен на рис. 6. Температура воздуха в канале будет меняться незначительно, на выходе из ТАТ и входе в смеситель будет составлять 770 °С. Изменение температуры в зависимости от выбора фиксированной точки расчета также будет незначительным и изменяется в пределах 1–2 °С.

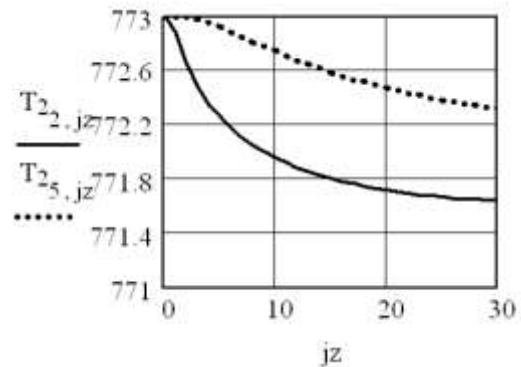


Рис. 6. График изменения температуры по длине канала, при фиксированной глубине

График изменения температуры ТАТ по глубине, при фиксированной длине при заданных условиях представлен на рис. 7.

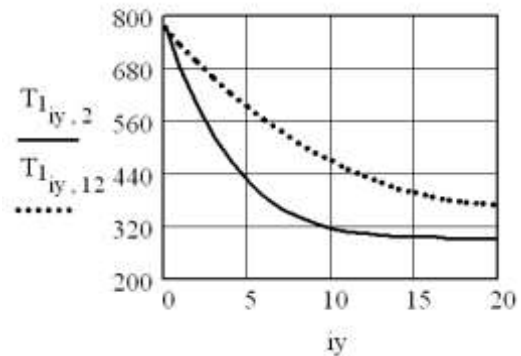


Рис. 7. График изменения температуры по глубине ТАТ, при фиксированной длине

Как видно из графика (рис. 7), изменение температуры ТАТ по глубине носит экспонен-



## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

ціальний характер, по глибині ТАТ змінюється в межах  $50^\circ\text{C}$ .

Графік змінення температури повітря в каналі по глибині, при фіксованій довжині каналу при заданих умовах представлений на рис. 8.

Як видно з графіка (рис.8), змінення температури повітря в каналі по глибині носить логарифмічний характер, по глибині каналу змінюється незначально в межах  $1\text{--}2^\circ\text{C}$ .

Проведя аналіз приведених даних, можна зробити наступний висновок: характер змінення температури ТАТ по глибині і довжині носить експоненціальний характер, температура змінюється по довжині більш суттєво, ніж по глибині. Змінення температури повітря по довжині і по глибині каналу змінюється незначально.

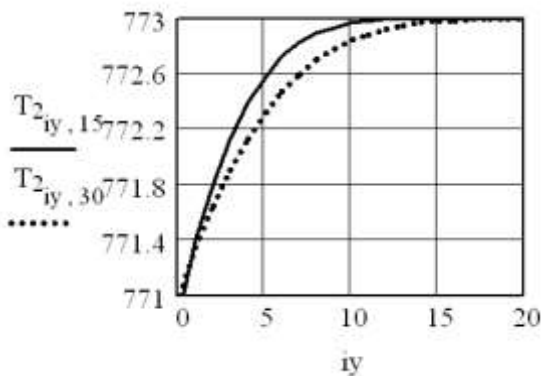


Рис. 8. Графік змінення температури повітря по глибині каналу при фіксованій довжині

### Научна новизна і практична значимість

Технічний аналіз показує, що запропонована методика оцінки розподілу температурного поля твердотілого теплового акумулятора на різних режимах є ефективною, технічно реалізуємою і дозволяє визначити режими роботи твердотілого теплового акумулятора при заданих вагових показателях на етапі проектування твердотілих теплових акумуляторів.

### Висновки

Представлено методика розрахунку температурних полів твердотілих теплових акумуляторів на режимі зарядки і розрядки.

### СПИСОК ІСПОЛЬЗОВАНИХ ІСТОЧНИКОВ

1. Белименко, С. С. Разработка критериев эффективности заряда и разряда твердотельного теплового аккумулятора / С. С. Белименко, В. А. Ищенко // Наука та прогрес транспорту. – 2014. – № 5 (53). – С. 7–16. doi: 10.15802/stp2014/29945.
2. Габриец, В. А. Оптимальная форма теплового аккумулятора с фазовым переходом в теплоаккумулирующем материале при вертикальном расположении канала подвода и отвода тепла / В. А. Габриец, И. В. Титаренко // Відновлювальна енергетика 21 століття : матер. XIII міжнар. конф. – Крим, 2012. – С. 285–289.
3. Габриец, В. А. Оптимизация грунтового теплового аккумулятора / В. А. Габриец, А. В. Трофименко, Л. В. Накашидзе // Відновлювальна енергетика та енергоефективність у 21 столітті : матер. VII міжнар. наук.-практ. конф. – Київ, 2015. – С. 315–323.
4. Дан, П. Д. Тепловые трубы : [пер. с англ.] / П. Д. Дан, Д. А. Рей. – Москва : Энергия, 1979. – 272 с.
5. Дружинин, П. В. Математическая модель процесса хранения теплоты в тепловом аккумуляторе / П. В. Дружинин, А. А. Коричев, И. А. Косенков // Технич.-технолог. проблемы сервиса. – 2009. – № 2. – С. 63–65.
6. Кузьяев, И. М. Построение математических моделей для анализа температурных напряжений в рабочих элементах технических систем / И. М. Кузьяев, И. П. Казимиров, С. С. Белименко // Вопр. химии и хим. технологии. – 2011. – № 6. – С. 211–217.
7. Левенберг, В. Д. Аккумуляция тепла / В. Д. Левенберг, М. Р. Ткач, В. А. Гольстрем. – Киев : Техника, 1991. – 315 с.
8. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – Москва : Высш. шк., 1967. – 600 с.
9. Лыков, А. В. Тепломассообмен / А. В. Лыков. – Москва : Энергия, 1972. – 560 с.
10. Математическая модель процесса разрядки теплового аккумулятора фазового перехода / П. В. Дружинин, А. А. Коричев, И. А. Косенков, Е. Ю. Юрчик // Технич.-технолог. проблемы сервиса. – 2009. – № 4 (10). – С. 18–22.
11. Резницкий, Л. А. Тепловые аккумуляторы / Л. А. Резницкий. – Москва : Энергоатомиздат, 1996. – 91 с.
12. McKechhie, J. The heat pipe: a list of pertinent references / J. McKechhie // National Engineering Laboratory, East Kilbride. Applied Heat SR. BIB. –1972. – P. 2–12.

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

13. Feldman, K. T. Applications of the heat pipe / K. T. Feldman, G. H. Whiting. / Mechanical Engineering. – 1968. – Vol. 90, № 11. – P. 48–53.
14. Behfard, M. Numerical investigation for finding the appropriate design parameters of a fin-and-tube heat exchanger with delta-winglet vortex generators / M. Behfard, A. Sohankar // Heat and Mass Transfer. – 2016. – Vol. 52. – Iss. 1. – P. 21–37. doi: 10.1007/s00231-015-1705-1.

С. С. БЕЛІМЕНКО<sup>1\*</sup>, В. О. ІЩЕНКО<sup>2</sup>, В. О. ГАБРИНЕЦЬ<sup>3</sup>

<sup>1\*</sup>ТОВ «Теплотехніка», пр. Д. Яворницького, 102, Дніпро, Україна, 49000, тел./факс +38 (0562) 33 33 06, ел. пошта director@teplotehnika.dp.ua, ORCID 0000-0002-9935-4778

<sup>2</sup>Каф. «Теплотехніка», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел./факс +38 (056) 373 15 76, ел. пошта ivatire@mail.ru, ORCID 0000-0002-5948-9483

<sup>3</sup>Каф. «Теплотехніка», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 87, ел. пошта gabrin62@mail.ru, ORCID 0000-0002-6115-7162

## МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ У ТВЕРДОТІЛЬНИХ ТЕПЛОВИХ АКУМУЛЯТОРАХ

**Мета.** На даний час одним із пріоритетних напрямків енергозбереження є економія витрат на теплопостачання в промислових та житлових будівлях за рахунок збереженої теплової енергії в нічний час і віддачі її у денні години. Економічний ефект досягається за рахунок різниці тарифів на вартість електричної енергії в денний і нічний часи. Одним із найбільш поширених типів пристроїв, які дозволяють акумулювати і віддавати отримане тепло, є твердотільні теплові акумулятори. Основна мета роботи: 1) розробка математичного забезпечення для розрахунку температурного поля плоского твердотільного теплового акумулятора, що працює за рахунок накопичення теплової енергії в обсязі теплоакуюючого матеріалу без фазового переходу; 2) визначення розподілу температури в його обсягах при конвективній теплопередачі. **Методика.** Для досягнення мети дослідження використані теорія теплопередачі та інтегральне перетворення Лапласа, на основі якого вирішені задачі визначення температурних полів у каналах теплових акумуляторів, що мають різні форми поперечного перерізу. **Результати.** Авторами розроблено методику розрахунку та отримано розв'язки для визначення температурних полів у каналах твердотільного акумулятора в умовах конвективного теплообміну. Досліджено температурні поля по довжині й по товщині каналів. Проведено експериментальні дослідження на фізичних моделях і промисловому обладнанні. **Наукова новизна.** Вперше запропоновано методику розрахунку температурного поля в каналах різного поперечного перерізу твердотільного теплового акумулятора в режимах зарядки і розрядки. Результати розрахунків підтверджуються експериментальними дослідженнями. **Практична значимість.** Запропонована методика використовується при проектуванні твердотільних теплових акумуляторів різної потужності; організовано серійне виробництво теплових акумуляторів різної потужності.

*Ключові слова:* твердотільний тепловий акумулятор; твердий акумулюючий матеріал

S. S. BELIMENKO<sup>1\*</sup>, V. O. ISHCENKO<sup>2</sup>, V. O. GABRINETZ<sup>3</sup>

<sup>1\*</sup>LLC «Teplotehnika», Yavornytskyi D. Ave., 102, Dnipro, Ukraine, 49000, tel./fax +38 (0562) 33 33 06, e-mail director@teplotehnika.dp.ua, ORCID 0000-0002-9935-4778

<sup>2</sup>Dep. «Heat Engineering», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel./fax +38 (056) 373 15 76, e-mail ivatire@mail.ru, ORCID 0000-0002-5948-9483

<sup>3</sup>Dep. «Heat Engineering», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 373 15 87, e-mail gabrin62@mail.ru, ORCID 0000-0002-6115-7162

## MODELING OF TEMPERATURE FIELDS IN A SOLID HEAT ACCUMULATORS

**Purpose.** Currently, one of the priorities of energy conservation is a cost savings for heating in commercial and residential buildings by the stored thermal energy during the night and its return in the daytime. Economic effect is achieved due to the difference in tariffs for the cost of electricity in the daytime and at night. One of the most common types of devices that allow accumulating and giving the resulting heat are solid heat accumulators. The main purpose of the work: 1) software development for the calculation of the temperature field of a flat solid heat accumulator, working due to the heat energy accumulation in the volume of thermal storage material without phase transition; 2) determination the temperature distribution in its volumes at convective heat transfer. **Methodology.** To achieve the study objectives a heat transfer theory and Laplace integral transform were used. On its base the problems of determining the temperature fields in the channels of heat accumulators, having different cross-sectional shapes were solved. **Findings.** Authors have developed the method of calculation and obtained solutions for the determination of temperature fields in channels of the solid heat accumulator in conditions of convective heat transfer. Temperature fields over length and thickness of channels were investigated. Experimental studies on physical models and industrial equipment were conducted. **Originality.** For the first time the technique of calculating the temperature field in the channels of different cross-section for the solid heat accumulator in the charging and discharging modes was proposed. The calculation results are confirmed by experimental research. **Practical value.** The proposed technique is used in the design of solid heat accumulators of different power as well as full-scale production of them was organized.

*Keywords:* solid heat accumulator; thermal storage material

### REFERENCE

1. Belimenko S.S., Ishchenko V.A. Razrabotka kriteriyev effektivnosti zaryada i razryada tverdotelnogo teplovogo akkumulyatora [Development of criteria of charge and discharge efficiency of solid state of heat accumulator]. *Nauka ta prohres transportu – Science and Transport Progress*, 2014, no. 5 (53), pp. 7-16. doi: 10.15802/stp2014/29945.
2. Gabrinets V.A., Titarenko I.V. Optimalnaya forma teplovogo akkumulyatora s fazovym perekhodom v teploak-kumuliruyushchem materiale pri vertikalnom raspolozhenii kanala podvoda i otvoda tepla [Optimal shape of the heat accumulator with a phase transition in heat-accumulating material at a vertical position of supply and removal of heat]. *Materialy XIII mizhnararodnoi konferentsii «Vidnovliuvalna enerhetyka 21 stolittia»* [Proc. of XIII Intern. Conf. «Renewable energy in the 21<sup>st</sup> century»]. Krym, 2012, pp. 285-289.
3. Gabrinets V.A., Trofimenko A.V., Nakashidze L.V. Optimizatsiya gruntovogo teplovogo akkumulyatora [Optimization of ground heat accumulator]. *Materialy VII mizhnarodnoi naukovopraktychnoi konferentsii «Vidnovliuvalna enerhetyka ta enerhoefektyvnist u 21 stolitti»* [Proc. of VII Intern. Sci. and Practical Conf. «Renewable energy and energy efficiency in the 21<sup>st</sup> century»]. Kyiv, 2015, pp. 315-323.
4. Dan P.D., Rey D.A. *Teplovyye truby* [Heat pipes]. Moscow, Energiya Publ., 1979. 272 p.
5. Druzhinin P.V., Korichev A.A., Kosenkov I.A. Matematicheskaya model protsessa khraneniya teploty v teplovom akkumulyatore [Mathematical model of the heat storage process in the heat accumulator]. *Tekhniko-tehnologicheskkiye problemy servisa – Technical and Technological Service Problems*, 2009, no. 2, pp. 63-65.
6. Kuzyaev I.M., Kazimirov I.P., Belimenko S.S. Postroyeniye matematicheskikh modeley dlya analiza temperaturnykh napryazheniy v rabochikh elementakh tekhnicheskikh sistem [Construction of mathematical models for the analysis of thermal stress in the working elements of technical systems]. *Voprosy khimii i khimicheskoye tekhnologii – Issues of Chemistry and Chemical Technologies*, 2011, no. 6, pp. 211-217.
7. Levenberg V.D., Tkach M.R., Golstrem V.A. *Akkumulirovaniye tepla* [Heat storage]. Kiyev, Tekhnika Publ., 1991. 315 p.
8. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* [Thermal conductivity theory]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967. 600 p.
9. Lykov A.V. *Teplomassoobmen* [Heat and mass transfer]. Moscow, Energiya Publ., 1972. 560 p.

## ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

10. Druzhinin P.V., Korichev A.A., Kosenkov I.A., Yurchik Ye.Yu. Matematicheskaya model protsessa razryadki teplovogo akkumulyatora fazovogo perekhoda [A mathematical model of the heat accumulator process for phase transition]. *Tekhniko-tehnologicheskiye problemy servisa – Technical and Technological Service Problems*, 2009, no. 4 (10), pp. 18-22.
11. Reznitskiy L.A. *Teplovyye akkumulyatory* [Heat accumulators]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1996. 91 p.
12. McKechhie J. The heat pipe: a list of pertinent references. National Engineering Laboratory, East Kilbride. Applied Heat SR. BIB. 2–12, 1972.
13. Feldman K.T., Whiting G.H. Applications of the heat pipe . *Mechanical Engineering*, 1968, vol. 90, no. 11, pp. 48-53.
14. Behfard M., Sohankar A. Numerical investigation for finding the appropriate design parameters of a fin-and-tube heat exchanger with delta-winglet vortex generators. *Heat and Mass Transfer*, 2016, vol. 52, issue 1, pp. 21-37. doi: 10.1007/s00231-015-1705-1.

*Статья рекомендована к публикации д.т.н., проф. М. В. Губинским (Украина); д.т.н., проф. В. Г. Сыченко (Украина)*

Поступила в редколлегию: 07.07.2016

Принята к печати: 27.10.2016