

УДК [629.4.027.5:543.1]-047.58

С. В. МЯМЛИН¹, О. А. КИРИЛЬЧУК^{2*}, В. С. МЕТЫЖЕНКО³

¹Каф. «Вагоны и вагонное хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днипро, Украина, 49010, тел. +38 (056) 776 84 98, эл. почта sergeyamyamlin@gmail.com, ORCID 0000-0002-7383-9304

^{2*}Каф. «Вагоны и вагонное хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днипро, Украина, 49010, тел. +38 (056) 776 82 27, эл. почта kirilchuk.o@mail.ru, ORCID 0000-0002-0565-1692

³Каф. «Вагоны и вагонное хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днипро, Украина, 49010, тел. +38 (099) 709 85 34, эл. почта VladR.K.I.S.M@yandex.ua, ORCID 0000-0001-5318-7559

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ КОЛЕСНОЙ ПАРЫ С НЕЗАВИСИМЫМ ВРАЩЕНИЕМ КОЛЕС В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Цель. Работа посвящена исследованию горизонтальных колебаний и оценке устойчивости движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес, а также сравнению показателей устойчивости типовой колесной пары и колесной пары с независимым вращением колес. Это связано с необходимостью повышения скоростей движения подвижного состава, увеличением показателей безопасности движения, а также улучшением комфорта перевозки пассажиров. **Методика.** Для достижения поставленной цели использованы методы математического моделирования динамики железнодорожного подвижного состава, а также методы линейной алгебры – для оценки устойчивости решения системы линейных однородных дифференциальных уравнений. **Результаты.** Для решения поставленной задачи была построена расчетная схема одиночной колесной пары с независимым вращением колес. Колесная пара представлена единым твердым телом, каждая из полуосей колесной пары имеет дополнительные степени свободы. Таким образом, получили систему с 4 степенями свободы. На основе расчетной схемы была получена система линейных однородных дифференциальных уравнений, описывающая колебания представленной колесной пары в горизонтальной плоскости на прямом участке пути. С использованием ЭВМ вычислены собственные числа матрицы коэффициентов системы дифференциальных уравнений и выполнен анализ асимптотической устойчивости движения колесной пары с независимым вращением колес. Инкремент и частоту колебаний сравнивали с аналогичными показателями для типовой колесной пары. Также рассмотрены неколебательные формы движения колесной пары и вопросы самостоятельного центрирования колесной пары в колее. **Научная новизна.** По результатам работы разработана математическая модель извилистого движения одиночной колесной пары в плоской постановке задачи с независимым вращением колес и выполнена оценка динамических показателей при ее движении по прямому участку пути без неровностей. Также рассмотрены способы обеспечения самостоятельного центрирования в колее колесной пары с независимым вращением колес. **Практическая значимость.** Разработанная авторами математическая модель движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес может быть использована при создании перспективных конструкций ходовых частей вагонов.

Ключевые слова: колесная пара; извилистое движение; зависимое вращение колес; горизонтальные колебания; подвижной состав; устойчивость движения

Введение

Во время движения по рельсовому пути элементы вагона осуществляют сложные колебания. Эти колебания возбуждаются динамическими усилиями и обуславливаются неровностями пути, наличием зазоров на стыковых рельсовых соединениях, коничностью поверхности катания колесных пар, а также наличием неровностей на этой

поверхности, непостоянством физических свойств материалов пути и колесных пар, типом рессорного подвешивания, изменением скорости вагона и другими [1, 2, 4, 5]. В данной работе подробно рассмотрены колебания, вызванные коничностью профиля катания колес.

При анализе движения колесной пары по рельсовому пути нетрудно увидеть, что она

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

двигается не только поступательно вдоль оси пути, но также совершает поперечные и вращательные перемещения около своей вертикальной оси. За счет конической поверхности катания колес происходит попеременное опережение одного колеса другим, при этом геометрический центр оси колесной пары отклоняется от центральной оси пути и вместе с тем происходит поворот оси колесной пары от перпендикулярного к оси пути положения [6, 9, 10, 13]. Таким образом, при движении колесная пара описывает сложную волнообразную траекторию. Это движение впервые было описано в 1883 г. Клингелем [3]. В связи с этим на большой скорости движения вагон теряет устойчивость, возникают боковые колебания и качество хода становится неудовлетворительным. Возникает угроза схода с рельсов.

Цель

Цель работы заключается в исследовании горизонтальных колебаний и оценке устойчивости движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес, а также сравнении показателей устойчивости типовой колесной пары и колесной пары с независимым вращением колес.

Методика

Для достижения поставленной цели была разработана расчетная схема и составлена математическая модель, описывающая колебания одиночной колесной пары с независимым вращением колес в горизонтальной плоскости. После чего был выполнен анализ асимптотической устойчивости решения системы линейных однородных дифференциальных уравнений, описывающих колебания одиночной колесной пары с независимым вращением колес на прямом участке пути в горизонтальной плоскости.

Результаты

Колесная пара состоит из двух колес, жестко посаженных на соответствующие полуоси. Полуоси соединены подшипниковым

узлом. Таким образом, колесная пара может быть представлена единым твердым телом, однако полуоси могут вращаться в продольной плоскости друг относительно друга (имеют дополнительные степени свободы). При разработке математической модели движения одиночной колесной пары трением в подшипниковом узле пренебрегаем. Чтобы описать движение колесной пары с независимым вращением колес по прямому участку пути, найдем силы взаимодействия колеса с рельсом. В 1926 г. Ф. Картером установлено, что касательная сила контактного взаимодействия колеса и рельса пропорциональна относительному скольжению (крипу) контактирующих тел [3, 7, 8, 11]. Проекции касательной силы на продольную и поперечную оси равны соответственно:

$$\begin{aligned} X_i &= -k\varepsilon_{xi} \\ Y_i &= -k\varepsilon_{yi} \end{aligned} \quad (1)$$

где ε_{xi} , ε_{yi} – относительное проскальзывание в направлении оси x и оси y соответственно;

k – коэффициент крипа (согласно гипотезе Картера учитываем, что коэффициенты пропорциональности между продольным проскальзыванием и продольной силой и поперечным проскальзыванием и поперечной силой равны).

Расчетная схема колесной пары с независимым вращением колес приведена на рис. 1.

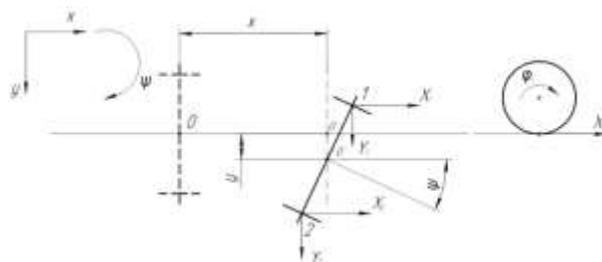


Рис. 1. Расчетная схема колесной пары с независимым вращением колес

Колесная пара с независимым вращением колес движется со скоростью V . Согласно приведенной выше расчетной схемы (рис.1) положение колесной пары определяется поперечным отнесом y , углом виляния ψ и дополнительным углом поворота каждой из

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

полуосей колесної пари в продольній площині ϕ_1, ϕ_2 так, що кутова швидкість кожної полуосі составит:

$$\frac{V}{r} + \dot{\phi}_i.$$

Таким образом, рассмотрим систему с 4 степенями свободы. Принимаем, что угол виляния колесной пары достаточно невелик. Относительное проскальзывание $\varepsilon_{xi}, \varepsilon_{yi}$ можно определить по формулам:

$$\varepsilon_{xi} = \frac{\eta_{xi}}{V}$$

$$\varepsilon_{yi} = \frac{\eta_{yi}}{V}$$

где η_{xi}, η_{yi} – скорость проскальзывания в точках контакта колеса и рельса;

Скорость проскальзывания определяется как разность скоростей рельса и колеса:

$$\eta_{x1} = [V + d_1\dot{\psi} - (r - \mu y)\left(\frac{V}{r} + \dot{\phi}_1\right)]$$

$$\eta_{x2} = [V - d_1\dot{\psi} - (r + \mu y)\left(\frac{V}{r} + \dot{\phi}_2\right)]$$

$$\eta_{y1} = \dot{y} - \psi V$$

$$\eta_{y2} = \dot{y} - \psi V$$

где μ – уклон профиля катания колеса;

r – радиус круга катания по средней линии.

Тогда относительное проскальзывание составляет:

$$\varepsilon_{x1} = \frac{1}{V} [V + d_1\dot{\psi} - (r - \mu y) \times$$

$$\times \left(\frac{V}{r} + \dot{\phi}_1\right)] = \frac{d_1\dot{\psi}}{V} + \frac{\mu y}{r} - \frac{r\dot{\phi}_1}{V}$$

$$\varepsilon_{x2} = \frac{1}{V} [V - d_1\dot{\psi} - (r + \mu y)\left(\frac{V}{r} + \dot{\phi}_2\right)] =$$

$$= -\frac{d_1\dot{\psi}}{V} - \frac{\mu y}{r} - \frac{r\dot{\phi}_2}{V}$$

$$\varepsilon_{y1} = \frac{1}{V} [\dot{y} - \psi V] = \frac{\dot{y}}{V} - \psi$$

$$\varepsilon_{y2} = \frac{1}{V} [\dot{y} - \psi V] = \frac{\dot{y}}{V} - \psi$$

Причем слагаемым $\mu y \dot{\phi}_i$ пренебрегаем, учитывая, что он на несколько порядков меньше остальных.

Подставив выражения для проскальзывания в формулу (1) получим формулы:

$$X_1 = -\frac{kd_1\dot{\psi}}{V} - \frac{k\mu y}{r} + \frac{kr\dot{\phi}_1}{V}$$

$$X_2 = \frac{kd_1\dot{\psi}}{V} + \frac{k\mu y}{r} + \frac{kr\dot{\phi}_2}{V}$$

$$Y_1 = k\psi - \frac{k\dot{y}}{V}$$

$$Y_2 = k\psi - \frac{k\dot{y}}{V}$$

Тогда главный момент, действующий по вертикальной оси, составляет:

$$M_z = X_1 d_1 - X_2 d_1 =$$

$$= -\frac{2kd_1^2\dot{\psi}}{V} - \frac{2kd_1\mu y}{r} + \frac{kr d_1}{V} (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)$$

Главный вектор в поперечном направлении равен:

$$Y = Y_1 + Y_2 = -2\frac{k}{V}\dot{y} + 2k\psi$$

Момент, действующий в поперечном направлении на полуоси соответственно:

$$M_{y1} = -X_1 r = \frac{kr d_1 \dot{\psi}}{V} + k\mu y - \frac{kr^2 \dot{\phi}_1}{V}$$

$$M_{y2} = -X_2 r = -\frac{kr d_1 \dot{\psi}}{V} - k\mu y - \frac{kr^2 \dot{\phi}_2}{V}$$

Уравнения движения:

$$I_z^{kn} \ddot{\psi} = M_z$$

$$m^{kn} \ddot{y} = Y$$

$$I_y^{n, kn} \ddot{\phi}_1 = M_{y1}$$

$$I_y^{n, kn} \ddot{\phi}_2 = M_{y2}$$

(2)

Полученная система уравнений описывает движение одиночной колесной пары на прямом участке пути.

Для оценки устойчивости движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес запишем уравнения 2 в матричном виде:

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

$$M\ddot{q} + F\dot{q} + Kq = 0, \quad (3)$$

где q – вектор обобщенных координат:

$$q = \begin{pmatrix} y \\ \Psi \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix},$$

M – матрица инерциальных коэффициентов;

$$M = \begin{pmatrix} m & & & \\ & I_z & & \\ & & I_y^{n.kn} & \\ & & & I_y^{n.kn} \end{pmatrix},$$

F – матрица демпфирующих коэффициентов

$$F = \frac{k}{V} \begin{pmatrix} 2 & & & \\ & 2d_1^2 & -d_1r & d_1r \\ & -d_1r & r^2 & \\ & d_1r & & r^2 \end{pmatrix},$$

K – матрица коэффициентов при перемещениях

$$K = k \begin{pmatrix} & -2 \\ \frac{2\mu d_1}{r} & \\ -\mu & \\ \mu & \end{pmatrix}.$$

Для определения собственных чисел матрицы коэффициентов систему уравнений (3) запишем в виде:

$$\ddot{q} = -M^{-1}[F\dot{q} + Kq].$$

После некоторых преобразований получим:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -M^{-1}F & -M^{-1}K \\ 1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix}.$$

Таким образом, рассчитав собственные числа матрицы коэффициентов для различных скоростей движения и различных значений жесткости упругого элемента можно получить графики зависимости инкремента и частоты колебаний от скорости (рис. 2, 3).

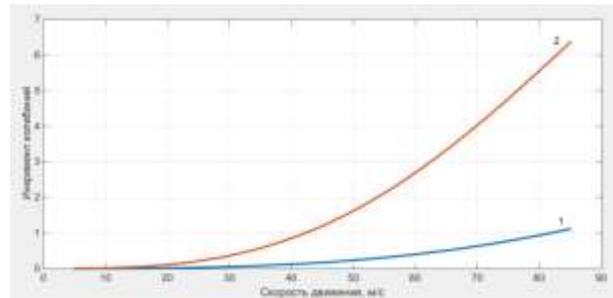


Рис.2. Зависимость инкремента колебаний от скорости движения:
 1 – колесная пара с независимым вращением колес;
 2 – типовая колесная пара

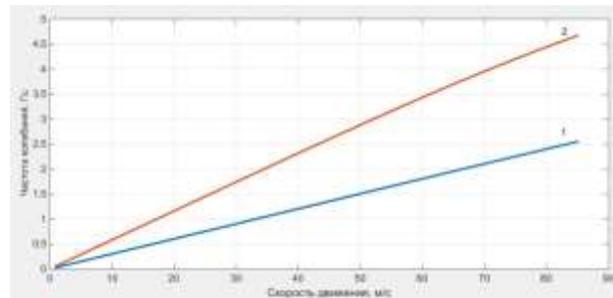


Рис.3. Зависимость частоты колебаний от скорости движения:
 1 – колесная пара с независимым вращением колес;
 2 – типовая колесная пара

Полученные результаты указывают на то, что для колесной пары с независимым вращением колес сохраняется форма колебаний виляния и бокового отбоя. При этом частота колебаний при тех же скоростях в два раза меньше, чем для типовой колесной пары. Инкремент колебаний в 5,5 раз меньше, чем для типовой колесной пары, хотя и остается положительным во всем диапазоне исследуемых скоростей. Это указывает на то, что применение колесных пар с независимым вращением колес позволит повысить устойчивость движения вагонов на высоких скоростях. Однако для колесной пары с независимым вращением колес появляются также не колебательные формы движения. В связи с этим при определенных условиях колесная пара теряет свойство самостоятельного центрирования в колее, что является ее существенным недостатком. Одним из вариантов обеспечения самостоятельного центрирования колесной пары в колее является использование элемента сопротивления взаимному повороту полуосей колесной пары.

При относительном вращении полуосей колесной пары такой элемент будет создавать момент сопротивления, стремящийся уравнивать угловые скорости полуосей. Это приведет к повороту колесной пары вокруг вертикальной оси таким образом, что колесная пара будет стремиться занять центральное относительно оси пути положение. Конечно, для подтверждения этого предложения необходимо проведение экспериментов на физической модели или на опытном образце колесной пары в составе тележки и вагона.

Научная новизна и практическая значимость

Разработана математическая модель извилистого движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес и выполнена оценка динамических характеристик при движении ее по прямому участку пути без неровностей. Разработанная математическая модель движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес может быть использована при создании перспективных конструкций ходовых частей вагонов на стадии выбора параметров ходовых частей с использованием математического моделирования.

Выводы

В результате сравнения инкремента и частоты колебаний одиночной колесной пары, типовой и с независимым вращением колес, установлено, что применение колесных пар с независимым вращением колес позволяет добиться более высоких динамических качеств движения. Однако это требует экспериментального подтверждения на стенде или на динамических ходовых испытаниях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Вериго, М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М. Ф. Вериго, А. Я. Коган. – Москва : Транспорт, 1986. – 560 с.
2. Дьомін, Ю. В. Основи динаміки вагонів : навч. посібник / Ю. В. Дьомін, Г. Ю. Черняк. – Київ : КУЕТТ, 2003. – 270 с.
3. Компьютерное моделирование ходовой динамики и износа колес грузового локомотива с радиальной установкой колесных пар / Г. С. Михальченко, В. Н. Языков, В. С. Коссов, А. В. Спиров // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2004. – Вип. 5. – С. 139–142.
4. Лазарян, В. А. Динамика вагонов / В. А. Лазарян. – Москва : Транспорт, 1964. – 256 с.
5. Лазарян, В. А. Динамика транспортных средств / В. А. Лазарян. – Киев : Наук. думка, 1985. – 528 с.
6. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств / В. Ф. Ушкалов, Л. М. Резников, В. С. Иккол [и др.]. – Киев : Наук. думка, 1989. – 240 с.
7. Математическое описание силового взаимодействия колес и рельсов / Л. Н. Дегтярева, Ю. И. Осенин, С. В. Мямлин // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2009. – Вип. 28. – С. 21–24.
8. Михайлов, Е. В. Анализ путей снижения износа в системе «ребро колеса-рельс» / Е. В. Михайлов, С. А. Семенов // Вісн. СХУ ім. В. Даля. – 2012. – Ч. 1, № 5 (176). – С. 71–76.
9. Мусаев, Ж. С. Сравнительный анализ продольной динамики железнодорожных экипажей при переходных режимах / Ж. С. Мусаев, В. Г. Солоненко, Т. М. Дюсенгалиева // Вестн. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Изв. высш. учебн. заведений. Машиностроение. – 2013. – № 1. – С. 33–37.
10. Основные динамические показатели пассажирского вагона / Ю. М. Федюшин, А. Н. Пшинько, С. В. Мямлин [и др.] // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2005. – Вип. 7. – С. 91–94.
11. Malavasi, G. Contact Forces and Running Stability of Railway Vehicles / G. Malavasi // Intern. J. of Railway Technology. – 2014. – Vol. 3. – Iss. 1. – P. 121–132. doi: 10.4203/ijrt.3.1.6.
12. Manashkin, L. A. To the question of modeling of wheels and rails wear processes / L. A. Manashkin, S. V. Myamlin // Наука та прогрес транспорту. – 2013. – № 3 (45). – С. 119–124. doi: 10.15802/stp2013/14791.
13. Myamlin, S. V. Investigation of dynamic characteristics of gondola cars on perspective bogies / S. V. Myamlin, V. M. Bubnov, Ye. O. Pysmennyi // Наука та прогрес транспорту. – 2014. – № 5 (53). – С. 126–137. doi: 10.15802/stp2014-30789.

14. Rozenblat, G. M. On the stability of motion of a railway wheel pair / G. M. Rozenblat // Doklady Physics. – 2012. – Vol. 57. – Iss. 2. – P. 87–91. doi: 10.1134/S1028335812020085.
15. Vil'ke, V. G. Stability of the Rectilinear Motion of a Railway Wheelset / V. G. Vil'ke, B. A. Maksimov, S. A. Popov // Moscow University Mechanics Bulletin. – 2010. – Vol. 65. – Iss. 2. – P. 31–37. doi: 10.3103/S0027133010020020.

С. В. МЯМЛІН¹, О. А. КИРИЛЬЧУК^{2*}, В. С. МЕТИЖЕНКО³

¹Каф. «Вагони та вагонне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 776 84 98, ел. пошта sergeyuyamlin@gmail.com, ORCID 0000-0002-7383-9304

^{2*}Каф. «Вагони та вагонне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 776 82 27, ел. пошта kirilchuk.o@mail.ru, ORCID 0000-0002-0565-1692

³Каф. «Вагони та вагонне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (099) 709 85 34, ел. пошта VladR.K.I.S.M@yandex.ua, ORCID 0000-0001-5318-7559

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОЛИВАНЬ КОЛІСНОЇ ПАРИ З НЕЗАЛЕЖНИМ ОБЕРТАННЯМ КОЛІС В ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ

Мета. Робота присвячена дослідженню горизонтальних коливань і оцінці стійкості руху одиночної колісної пари з незалежним обертанням коліс, а також порівнянню показників стійкості типової колісної пари і колісної пари з незалежним обертанням коліс. Це пов'язано з необхідністю підвищення швидкостей руху рухомого складу, підвищенням показників безпеки руху а також покращенням комфорту перевезення пасажирів. **Методика.** Для досягнення поставленої мети використані методи математичного моделювання динаміки залізничного рухомого складу, а також методи лінійної алгебри для оцінки стійкості розв'язку системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь. **Результати.** Для вирішення поставленої задачі була побудована розрахункова схема одиночної колісної пари з незалежним обертанням коліс. Колісна пара представлена єдиним твердим тілом, проте кожна з півосей колісної пари має додаткові ступені свободи. Таким чином отримали систему з 4 ступенями свободи. На основі розрахункової схеми була отримана система лінійних однорідних диференціальних рівнянь, що описує коливання представленої колісної пари в горизонтальній площині на прямій ділянці шляху. З використання ЕОМ були обчислені власні числа матриці коефіцієнтів системи диференціальних рівнянь і виконаний аналіз асимптотичної стійкості руху колісної пари з незалежним обертанням коліс. Інкремент і частоту коливань порівнювали з аналогічними показниками для типової колісної пари. Також розглянуті не коливальні форми руху колісної пари і питання самостійного центрування колісної пари в колії. **Наукова новизна.** Розроблена математична модель звивистого руху одиночної колісної пари в плоскій постановці задачі з незалежним обертанням коліс і виконана оцінка динамічних характеристик при русі її по прямому ділянці шляху без нерівностей. Також розглянуті способи забезпечення самостійного центрування в колії колісної пари з незалежним обертанням коліс. **Практична значимість.** Розроблена авторами математична модель руху одиночної колісної пари з незалежним обертанням коліс може бути використана при створенні перспективних конструкцій ходових частин вагонів.

Ключові слова: колісна пара; звивистий рух; залежне обертання коліс; горизонтальні коливання; рухомий склад; стійкість руху

S. V. MYAMLIN¹, O. A. KIRILCHUK^{2*}, V. S. METYZHENKO³

¹Dep. «Car and Car Facilities», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel./fax +38 (056) 776 84 98, e-mail sergeymyamin@gmail.com, ORCID 0000-0002-7383-9304

^{2*}Dep. «Car and Car Facilities», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel./fax +38 (056) 776 82 27, e-mail kirilchuk.o@mail.ru, ORCID 0000-0002-0565-1692

³Dep. «Car and Car Facilities», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel./fax +38 (099) 709 85 34, e-mail VladR.K.I.S.M@yandex.ua, ORCID 0000-0001-5318-7559

MATHEMATICAL MODEL OF WHEELSET OSCILLATIONS WITH INDEPENDENT WHEEL ROTATION IN THE HORIZONTAL PLANE

Purpose. The work is devoted to the study of horizontal oscillation and the assessment of the motion stability of a single wheelset with independent wheel rotation, and to the comparison of stability indicators of the typical wheelset and the wheelset with independent wheel rotation. This is connected with the necessity to increase traffic speed of rolling stock, improve road safety and comfort of passengers. **Methodology.** To achieve this purpose we used the methods of mathematical simulation of railway rolling stock dynamics, as well as the linear algebra methods to assess the stability of solutions of the linear homogeneous differential equations. **Findings.** To solve the set task the design model of a single wheelset with independent wheel rotation was created. The wheelset is not a single solid body; each of the wheelset axles has a surplus degree of freedom. Thus we obtained the system with 4 degrees of freedom. The design model allowed obtaining the system of linear homogeneous differential equations describing the oscillations of the represented wheelset in a horizontal plane on a straight track section. The computer calculations resulted in the eigenvalues of the coefficients of the differential equation system and the analysis of asymptotic stability of the motion of the wheelset with independent wheel rotation. The increment and the frequency of fluctuations were compared with similar indicators for the standard wheelset. The work also considered non-oscillatory forms of the wheelset motion and the issues of wheelset self-centering in the track. **Originality.** The result of the work is the mathematical model of the sinuous movement of a single wheelset, in two-dimensional formulation, with independent wheel rotation and the estimate of the dynamic indices during its motion on a straight track section without any irregularities. There were also considered the ways to ensure the self-centering in the track of the wheelset with independent wheel rotation. **Practical value.** The developed mathematical model of the motion of the single wheelset with independent wheel rotation can be used to create the advanced designs of railroad car undercarriage.

Keywords: wheelset; sinuous movement; dependent wheel rotation; horizontal oscillations; rolling stock; motion stability

REFERENCES

1. Verigo M.F., Kogan A.Ya. *Vzaimodeystviye puti i podvizhnogo sostava* [Interaction of track and rolling stock]. Moscow, Transport Publ., 1986. 560 p.
2. Domin Yu.V., Cherniak H.Yu. *Osnovy dynamiky vagoniv* [Fundamentals of car dynamics]. Kyiv, KUETT Publ., 2003. 270 p.
3. Mikhalchenko G.S., Yazykov V.N., Kossov V.S., Spirov A.V. *Kompyuternoye modelirovaniye khodovoy dinamiki i iznosa koles gruzovogo lokomotiva s radialnoy ustanovkoy kolesnykh par* [Computer simulation of the dynamics and wear of the freight locomotive wheels with radial layout of wheel sets]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2004, issue 5, pp. 139-142.
4. Lazaryan V.A. *Dinamika vagonov* [Car dynamics]. Moscow, Transport Publ., 1964. 256 p.
5. Lazaryan V.A. *Dinamika transportnykh sredstv* [Dynamics of vehicles]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1985. 528 p.

6. Ushkalov V.F., Reznikov L.M., Ikkol V.S. *Matematicheskoye modelirovaniye kolebaniy relsovykh transportnykh sredstv* [Mathematical modeling of rail vehicles oscillations]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1989. 240 p.
7. Degtyareva L.N., Osenin Yu.I., Myamlin S.V. Matematicheskoye opisaniye silovogo vzaimodeystviya koles i relsov [Mathematical description of the force interaction of wheels and rails]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2009, issue 28, pp. 21-24.
8. Mikhaylov Ye.V., Semenov S.A. Analiz putey snizheniya iznosa v sisteme «greben koleasa-rels» [Analysis of ways to reduce the wear in the system, «wheel flange-rail»]. *Visnyk Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu imeni V. Dalia* [Volodymyr Dahl East Ukrainian National University], 2012, part 1, no. 5 (176), pp. 71-76.
9. Musayev Zh.S., Solonenko V.G., Dyusengalieva T.M. Sravnitelnyy analiz prodolnoy dinamiki zheleznodorozhnykh ekipazhey pri perekhodnykh rezhimakh [Comparative analysis of longitudinal dynamics of railway vehicles during transient conditions]. *Vestnik MGTU imeni N. E. Baumana. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye – Bulletin of Bauman Moscow State Technical University*, 2013, no. 1, pp. 33-37.
10. Fedyushin Yu.M., Pshinko A.N., Myamlin S.V., Donchenko A.V., Lobyko L.M. Osnovnyye dinamicheskiye pokazateli passazhirskogo vagona [The basic dynamic performance of passenger car]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2005, issue 7, pp. 91-94.
11. Malavasi G. Contact Forces and Running Stability of Railway Vehicles. *International Journal of Railway Technology*, 2014, vol. 3, issue 1, pp. 121-132. doi: 10.4203/ijrt.3.1.6.
12. Manashkin L.A., Myamlin S.V. To the question of modeling of wheels and rails wear processes. *Nauka ta proghres transportu – Science and Transport Progress*, 2013, no. 3 (45), pp. 119-124. doi: 10.15802/stp2013/14791.
13. Myamlin S.V., Bubnov V.M., Pysmennyi Ye.O. Investigation of dynamic characteristics of gondola cars on perspective bogies. *Nauka ta proghres transportu – Science and Transport Progress*, 2014, no. 5 (53), pp. 126-137. doi: 10.158022/stp2014/30789.
14. Rozenblat G.M. On the stability of motion of a railway wheel pair. *Doklady Physics*, 2012, vol. 57, issue 2, pp. 87-91. doi: 10.1134/S1028335812020085.
15. Vil'ke V.G., Maksimov B.A., Popov S.A. Stability of the Rectilinear Motion of a Railway Wheelset. *Moscow University Mechanics Bulletin*, 2010, vol. 65, issue 2, pp. 31-37. doi: 10.3103/S0027133010020020.

Статья рекомендована к публикации д.т.н., проф. В. Л. Горобцем (Украина)

Поступила в редколлегию: 17.05.2016

Принята к печати: 01.08.2016