

UDC [629.4.027.5:543.1]-047.58

S. V. MYAMLIN¹, O. A. KIRILCHUK^{2*}, V. S. METYZHENKO³

¹Dep. «Car and Car Facilities», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel./fax +38 (056) 776 84 98, e-mail sergeymyamin@gmail.com, ORCID 0000-0002-7383-9304

^{2*}Dep. «Car and Car Facilities», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel./fax +38 (056) 776 82 27, e-mail kirilchuk.o@mail.ru, ORCID 0000-0002-0565-1692

³Dep. «Car and Car Facilities», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel./fax +38 (099) 709 85 34, e-mail VladR.K.I.S.M@yandex.ua, ORCID 0000-0001-5318-7559

MATHEMATICAL MODEL OF WHEELSET OSCILLATIONS WITH INDEPENDENT WHEEL ROTATION IN THE HORIZONTAL PLANE

Purpose. The work is devoted to the study of horizontal oscillation and the assessment of the motion stability of a single wheelset with independent wheel rotation, and to the comparison of stability indicators of the typical wheelset and the wheelset with independent wheel rotation. This is connected with the necessity to increase traffic speed of rolling stock, improve road safety and comfort of passengers. **Methodology.** To achieve this purpose we used the methods of mathematical simulation of railway rolling stock dynamics, as well as the linear algebra methods to assess the stability of solutions of the linear homogeneous differential equations. **Findings.** To solve the set task the design model of a single wheelset with independent wheel rotation was created. The wheelset is not a single solid body; each of the wheelset axles has a surplus degree of freedom. Thus, we obtained the system with 4 degrees of freedom. The design model allowed to obtain the system of linear homogeneous differential equations describing the oscillations of the represented wheelset in a horizontal plane on a straight track section. On the basis of the computer modeling were calculated the eigenvalues of the differential equation system coefficients and the asymptotic stability analysis of the wheelset motion with independent wheel rotation. The increment and the frequency of fluctuations were compared with similar indicators for the standard wheelset. The authors also discussed non-oscillatory forms of the wheelset motion and the issues of wheelset self-centering on the track. **Originality.** The result of the work is the mathematical model of the sinuous movement of a single wheelset, in two-dimensional formulation, with independent wheel rotation and the estimate of the dynamic indices during its motion on a straight track section without any irregularities. There were also proposed the ways to ensure the self-centering on the track of the wheelset with independent wheel rotation. **Practical value.** The developed mathematical model of the single wheelset motion with independent wheel rotation can be used to create the advanced designs of railway running gear of cars.

Keywords: wheelset; sinuous movement; independent wheel rotation; horizontal oscillations; rolling stock; motion stability

Introduction

During movement along the track the car components perform complex oscillations. These oscillations are caused by dynamic forces and by the track irregularities, gaps on the rail junctions, wheel bearing surface conicity, as well as the irregularities on wheel bearing surface, variability of physical properties of track and wheelset materials, spring suspension type, changes of car speed, etc. [1, 2, 4, 5]. This paper examines in detail the oscillations caused by wheel bearing surface conicity.

Analyzing the movement of the wheelset on the rail track it is not difficult to see that it moves not only progressively along the track axis, but also

makes lateral and rotational movements around its vertical axis. The conical wheel bearing surface causes the alternate lead of one wheel in relation to the other, herewith the geometric center of the wheelset axle deviates from the track central axis and at the same time the wheelset axle is rotated from the perpendicular to the track center position [6, 9, 10, 13]. So during the motion the wheelset traces out a complex wavy trajectory. This motion was first described in 1883 by Klingel [3]. In this regard, at high speed the train becomes unstable, there are lateral oscillations and the motion quality becomes unsatisfactory. There is a danger of derailment.

Purpose

The purpose of the work is to study horizontal oscillation and to assess the motion stability of a single wheelset with independent wheel rotation, as well as to compare the stability indicators of the typical wheelset and the wheelset with independent wheel rotation.

Methodology

To achieve this purpose we developed the design model and composed the mathematical model describing the oscillations of a single wheelset with independent wheel rotation and in a horizontal plane. After that we analyzed the asymptotic solutions stability of linear homogeneous differential equations describing the oscillations of a single wheelset with independent wheel rotation in a horizontal plane on a straight track section.

Findings

The wheelset consists of two wheels firmly fixed on the relevant axle shafts. The axle shafts are connected with bearing units. Thus the wheelset may be represented as a single solid body, but the axle shafts can be rotated in a longitudinal plane on each other (have surplus degree of freedom). In the proposed mathematical model of the single wheelset motion, the friction in the bearing unit is ignored. To describe the motion of the wheelset with independent wheel rotation on the straight track section, we should calculate the rail-wheel interaction forces. In 1926, F. Carter found that the tangential force of contact wheel-rail interaction is proportional to the relative slip (creep) of the contacting bodies [3, 7, 8, 11]. The tangential force projections onto the longitudinal and transversal axis are, respectively:

$$\begin{aligned} X_i &= -k\varepsilon_{xi}, \\ Y_i &= -k\varepsilon_{yi}, \end{aligned} \quad (1)$$

where ε_{xi} , ε_{yi} – relative slip towards x-axis and y-axis, respectively; k – creep coefficient (according to Carter's hypothesis we consider that the proportionality coefficients between longitudinal slip and longitudinal force and between lateral slip and lateral force are equal).

Design model of wheelset with independent wheel rotation is shown in Fig. 1.

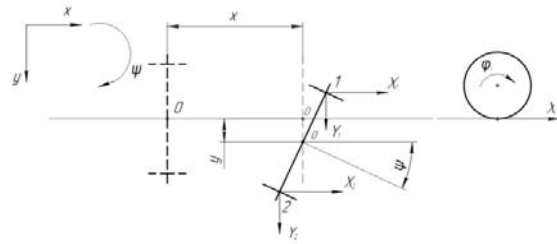


Fig. 1. Design model of wheelset with independent wheel rotation

The wheelset with independent wheel rotation moves at a speed V . According to the above design model (Fig. 1) the wheelset position is determined by the lateral swaying y , the hunting angle ψ , and the additional angle of rotation of each of wheelset axle shaft in the longitudinal plane ϕ_1 , ϕ_2 , so the angular velocity of each axle shaft is:

$$V/r + \dot{\phi}_i.$$

Thus, we consider a system with four degrees of freedom. We accept that the hunting angle of the wheelset is small enough. The relative slip ε_{xi} , ε_{yi} can be determined by the formulas:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xi} &= \eta_{xi}/V, \\ \varepsilon_{yi} &= \eta_{yi}/V, \end{aligned}$$

where η_{xi} , η_{yi} – slip velocity at the wheel-rail contact points;

The slip rate is determined as the difference between the rail and the wheel speeds:

$$\begin{aligned} \eta_{x1} &= [V + d_1\dot{\psi} - (r - \mu y)(\frac{V}{r} + \dot{\phi}_1)] \\ \eta_{x2} &= [V - d_1\dot{\psi} - (r + \mu y)(\frac{V}{r} + \dot{\phi}_2)] \\ \eta_{y1} &= \dot{y} - \psi V \\ \eta_{y2} &= \dot{y} - \psi V \end{aligned} \quad (1)$$

where μ – wheel tread grade; r – rim radius on neutral axis.

The relative slip is:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x1} &= \frac{1}{V} [V + d_1\dot{\psi} - (r - \mu y) \times \\ &\times (\frac{V}{r} + \dot{\phi}_1)] = \frac{d_1\dot{\psi}}{V} + \frac{\mu y}{r} - \frac{r\dot{\phi}_1}{V} \end{aligned}$$

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x2} &= \frac{1}{V} [V - d_1 \dot{\psi} - (r + \mu y) \left(\frac{V}{r} + \dot{\phi}_2 \right)] = \\ &= -\frac{d_1 \dot{\psi}}{V} - \frac{\mu y}{r} - \frac{r \dot{\phi}_2}{V} \\ \varepsilon_{y1} &= \frac{1}{V} [\dot{y} - \psi V] = \frac{\dot{y}}{V} - \psi \\ \varepsilon_{y2} &= \frac{1}{V} [\dot{y} - \psi V] = \frac{\dot{y}}{V} - \psi\end{aligned}$$

Herewith we ignore the summand $\mu y \dot{\phi}_i$, given that it is by several orders of magnitude smaller than the others.

Let us substitute the slip expressions into the formula 1 and we obtain the expression:

$$\begin{aligned}X_1 &= -\frac{kd_1 \dot{\psi}}{V} - \frac{k\mu y}{r} + \frac{kr\dot{\phi}_1}{V} \\ X_2 &= \frac{kd_1 \dot{\psi}}{V} + \frac{k\mu y}{r} + \frac{kr\dot{\phi}_2}{V} \\ Y_1 &= k\psi - \frac{k\dot{y}}{V} \\ Y_2 &= k\psi - \frac{k\dot{y}}{V}\end{aligned}$$

Then the principal moment acting on the vertical axis is:

$$\begin{aligned}M_z &= X_1 d_1 - X_2 d_1 = \\ &= -\frac{2kd_1^2 \dot{\psi}}{V} - \frac{2kd_1 \mu y}{r} + \frac{kr d_1}{V} (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)\end{aligned}$$

The principal vector in the transversal direction is equal to:

$$Y = Y_1 + Y_2 = -2 \frac{k}{V} \dot{y} + 2k\psi$$

The moment acting transversely on the axle shafts respectively:

$$\begin{aligned}M_{y1} &= -X_1 r = \frac{kr d_1 \dot{\psi}}{V} + k\mu y - \frac{kr^2 \dot{\phi}_1}{V} \\ M_{y2} &= -X_2 r = -\frac{kr d_1 \dot{\psi}}{V} - k\mu y - \frac{kr^2 \dot{\phi}_2}{V}\end{aligned}$$

The motion equations:

$$\begin{aligned}I_z^{ws} \ddot{\psi} &= M_z, \\ m^{ws} \ddot{y} &= Y, \\ I_y^{wsas} \ddot{\phi}_1 &= M_{y1}, \\ I_y^{wsas} \ddot{\phi}_2 &= M_{y2}.\end{aligned}\quad (2)$$

The resulting system of equations describes the motion of a single wheelset on a straight track section.

To assess the stability of the motion of the single wheelset with independent wheel rotation, we write the equation 2 in matrix form:

$$M\ddot{q} + F\dot{q} + Kq = 0 \quad (3)$$

where q – вектор обобщенных координат.

$$q = \begin{pmatrix} y \\ \psi \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$$

M – matrix of inertial coefficients;

$$M = \begin{pmatrix} m & & & \\ & I_z & & \\ & & I_y^{n.kn} & \\ & & & I_y^{n.kn} \end{pmatrix}$$

F – matrix of damping coefficients;

$$F = \frac{k}{V} \begin{pmatrix} 2 & & & \\ & 2d_1^2 & -d_1 r & d_1 r \\ & -d_1 r & r^2 & \\ & d_1 r & & r^2 \end{pmatrix}$$

K – coefficient matrix of the movements;

$$K = k \begin{pmatrix} & -2 & & \\ & \frac{2\mu d_1}{r} & & \\ & -\mu & & \\ & \mu & & \end{pmatrix}$$

To determine the eigenvalues of the coefficient matrix the system of equations 3 can be written as:

$$\ddot{q} = -M^{-1}[F\dot{q} + Kq]$$

After some transformations we obtain:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -M^{-1}F & -M^{-1}K \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix}$$

Thus, calculation of the eigenvalues of the coefficient matrix for different speeds and different values of the wheel rate allows obtaining the diagrams of oscillation increment and frequency dependency on speed (Fig. 3, 4).

- 1 – Wheelset with independent wheel rotation;
- 2 – Standard wheelset.

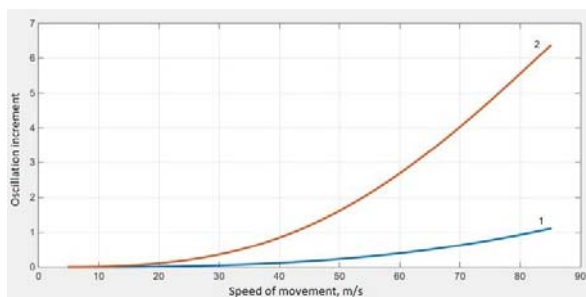


Fig.2. Dependency of oscillation increment on speed

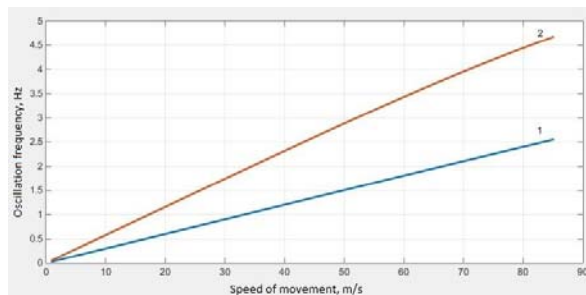


Fig. 3. Dependency of oscillation frequency on speed

The obtained results indicate that for the wheelset with independent wheel rotation the form of hunting oscillations and swaying remains. Here with the oscillation frequency at the same speed is half that of the standard wheelset. Oscillation increment is 5.5 times less than for the standard wheelset, although it remains positive over the entire range of the examined velocities. This indicates that the use of wheelsets with independent wheel rotation will increase the car movement stability at high speeds. However wheelset with independent wheel rotation is also characterized by non-oscillatory movement forms. In this regard, under certain conditions the wheelset loses its self-centering in the track that is its significant disad-

vantage. One of the variants to ensure wheelset self-centering in the track is the use of resistance element to the relative rotation of the wheelset axle-shafts [12]. During the relative rotation of the wheelset axle-shafts such an element will create a moment of resistance in an effort to equal the angular velocities of the axle-shafts. This will lead to the wheelset rotation around the vertical axis in such a way that the wheelset will tend to take the central position in relation to the track axis [14, 15]. Of course, to confirm this assumption it is necessary to conduct experiments on a physical model or prototype of the wheelset as part of a bogie and a car.

Originality and practical value

The result of the work is the mathematical model of the sinuous movement of a single wheelset with independent wheel rotation and the estimate of the dynamic indices during its motion on a straight track section without any irregularities. The developed mathematical model of the motion of the single wheelset with independent wheel rotation can be used to create the advanced designs of railroad car undercarriage at the stage of selection of running gear parameters using mathematical modeling.

Conclusions

As a result of comparison of the increment and the oscillation frequency of a single wheelset, standard and with independent wheel rotation, it was found that the use of wheelsets with independent wheel rotation allows achieving higher dynamic qualities of movement. However, this requires experimental verification on the stand or dynamic tests on the line.

LIST OF REFERENCE LINKS

1. Вериго, М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М. Ф. Вериго, А. Я. Коган. – Москва : Транспорт, 1986. – 560 с.
2. Дьомін, Ю. В. Основи динаміки вагонів : навч. посібник / Ю. В. Дьомін, Г. Ю. Черняк. – Київ : КУЕТТ, 2003. – 270 с.
3. Компьютерное моделирование ходовой динамики и износа колес грузового локомотива с радиальной установкой колесных пар / Г. С. Михальченко, В. Н. Языков, В. С. Коссов,

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

- А. В. Спиров // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2004. – Вип. 5. – С. 139–142.
4. Лазарян, В. А. Динамика вагонів / В. А. Лазарян. – Москва : Транспорт, 1964. – 256 с.
 5. Лазарян, В. А. Динамика транспортных средств / В. А. Лазарян. – Киев : Наук. думка, 1985. – 528 с.
 6. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств / В. Ф. Ушкалов, Л. М. Резников, В. С. Иккол [и др.]. – Киев : Наук. думка, 1989. – 240 с.
 7. Математическое описание силового взаимодействия колес и рельсов / Л. Н. Дегтярева, Ю. И. Осенин, С. В. Мямлин // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2009. – Вип. 28. – С. 21–24.
 8. Михайлов, Е. В. Анализ путей снижения износа в системе «ребень колеса-рельс» / Е. В. Михайлов, С. А. Семенов // Вісн. СХУ ім. В. Даля. – 2012. – Ч. 1, № 5 (176). – С. 71–76.
 9. Мусаев, Ж. С. Сравнительный анализ продольной динамики железнодорожных экипажей при переходных режимах / Ж. С. Мусаев, В. Г. Солоненко, Т. М. Дюсенгалиева // Вестн. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Изв. высш. учебн. заведений. Машиностроение. – 2013. – № 1. – С. 33–37.
 10. Основные динамические показатели пассажирского вагона / Ю. М. Федюшин, А. Н. Пшинько, С. В. Мямлин [и др.] // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2005. – Вип. 7. – С. 91–94.
 11. Malavasi, G. Contact Forces and Running Stability of Railway Vehicles / G. Malavasi // Intern. J. of Railway Technology. – 2014. – Vol. 3. – Iss. 1. – P. 121–132. doi: 10.4203/ijrt.3.1.6.
 12. Manashkin, L. A. To the question of modeling of wheels and rails wear processes / L. A. Manashkin, S. V. Myamlin // Наука та прогрес транспорту. – 2013. – № 3 (45). – С. 119–124. doi: 10.15802/stp2013/14791.
 13. Myamlin, S. V. Investigation of dynamic characteristics of gondola cars on perspective bogies / S. V. Myamlin, V. M. Bubnov, Ye. O. Pysmennyi // Наука та прогрес транспорту. – 2014. – № 5 (53). – С. 126–137. doi: 10.15802/stp2014-/30789.
 14. Rozenblat, G. M. On the stability of motion of a railway wheel pair / G. M. Rozenblat // Doklady Physics. – 2012. – Vol. 57. – Iss. 2. – P. 87–91. doi: 10.1134/S1028335812020085.
 15. Vil'ke, V. G. Stability of the Rectilinear Motion of a Railway Wheelset / V. G. Vil'ke, B. A. Maksimov, S. A. Popov // Moscow University Mechanics Bulletin. – 2010. – Vol. 65. – Iss. 2. – P. 31–37. doi: 10.3103/S0027133010020020.

С. В. МЯМЛІН¹, О. А. КИРИЛЬЧУК^{2*}, В. С. МЕТИЖЕНКО³

¹Каф. «Вагони та вагонне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 776 84 98, ел. пошта sergeyuyamlin@gmail.com, ORCID 0000-0002-7383-9304

^{2*}Каф. «Вагони та вагонне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 776 82 27, ел. пошта kirilchuk.o@mail.ru, ORCID 0000-0002-0565-1692

³Каф. «Вагони та вагонне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (099) 709 85 34, ел. пошта VladR.K.I.S.M@yandex.ua, ORCID 0000-0001-5318-7559

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОЛИВАНЬ КОЛІСНОЇ ПАРИ З НЕЗАЛЕЖНИМ ОБЕРТАННЯМ КОЛІС В ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ

Мета. Робота присвячена дослідженню горизонтальних коливань та оцінці стійкості руху одиночної колісної пари з незалежним обертанням коліс, а також порівнянню показників стійкості типової колісної пари і колісної пари з незалежним обертанням коліс. Це пов'язано з необхідністю підвищення швидкостей руху рухомого складу, підвищенням показників безпеки руху, а також покращенням комфорту перевезення пасажирів. **Методика.** Для досягнення поставленої мети використані методи математичного моделювання динаміки залізничного рухомого складу, а також методи лінійної алгебри – для оцінки стійкості розв'язку системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь. **Результати.** Для вирішення поставленої задачі була по-

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

будована розрахункова схема одиночної колісної пари з незалежним обертанням коліс. Колісна пара представлена єдиним твердим тілом, проте кожна з півосей колісної пари має додаткові ступені свободи. Таким чином, отримали систему з 4 ступенями свободи. На основі розрахункової схеми була отримана система лінійних однорідних диференціальних рівнянь, що описує коливання представленої колісної пари в горизонтальній площині на прямій ділянці шляху. З використання ЕОМ були обчислені власні числа матриці коефіцієнтів системи диференціальних рівнянь і виконаний аналіз асимптотичної стійкості руху колісної пари з незалежним обертанням коліс. Інкремент і частоту коливань порівнювали з аналогічними показниками для типової колісної пари. Також розглянуті неколивальні форми руху колісної пари і питання самостійного центрування колісної пари в колії. **Наукова новизна.** Розроблена математична модель звивистого руху одиночної колісної пари в плоскій постановці задачі з незалежним обертанням коліс і виконана оцінка динамічних характеристик при русі її по прямій ділянці шляху без нерівностей. Також розглянуті способи забезпечення самостійного центрування в колії колісної пари з незалежним обертанням коліс. **Практична значимість.** Розроблена авторами математична модель руху одиночної колісної пари з незалежним обертанням коліс може бути використана при створенні перспективних конструкцій ходових частин вагонів.

Ключові слова: колісна пара; звивистий рух; залежне обертання коліс; горизонтальні коливання; рухомий склад; стійкість руху

С. В. МЯМЛИН¹, О. А. КИРИЛЬЧУК^{2*}, В. С. МЕТЫЖЕНКО³

¹Каф. «Вагоны и вагонное хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепро, Украина, 49010, тел. +38 (056) 776 84 98, эл. почта sergeyuyamlin@gmail.com, ORCID 0000-0002-7383-9304

^{2*}Каф. «Вагоны и вагонное хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепро, Украина, 49010, тел. +38 (056) 776 82 27, эл. почта kirilchuk.o@mail.ru, ORCID 0000-0002-0565-1692

³Каф. «Вагоны и вагонное хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепро, Украина, 49010, тел. +38 (099) 709 85 34, эл. почта VladR.K.I.S.M@yandex.ua, ORCID 0000-0001-5318-7559

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ КОЛЕСНОЙ ПАРЫ С НЕЗАВИСИМЫМ ВРАЩЕНИЕМ КОЛЕС В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Цель. Работа посвящена исследованию горизонтальных колебаний и оценке устойчивости движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес, а также сравнению показателей устойчивости типовой колесной пары и колесной пары с независимым вращением колес. Это связано с необходимостью повышения скоростей движения подвижного состава, увеличением показателей безопасности движения, а также улучшением комфорта перевозки пассажиров. **Методика.** Для достижения поставленной цели использованы методы математического моделирования динамики железнодорожного подвижного состава, а также методы линейной алгебры – для оценки устойчивости решения системы линейных однородных дифференциальных уравнений. **Результаты.** Для решения поставленной задачи была построена расчетная схема одиночной колесной пары с независимым вращением колес. Колесная пара представлена единым твердым телом, каждая из полуосей колесной пары имеет дополнительные степени свободы. Таким образом, получили систему с 4 степенями свободы. На основе расчетной схемы была получена система линейных однородных дифференциальных уравнений, описывающая колебания представленной колесной пары в горизонтальной плоскости на прямом участке пути. С использованием ЭВМ вычислены собственные числа матрицы коэффициентов системы дифференциальных уравнений и выполнен анализ асимптотической устойчивости движения колесной пары с независимым вращением колес. Инкремент и частоту колебаний сравнивали с аналогичными показателями для типовой колесной пары. Также рассмотрены неколебательные формы движения колесной пары и вопросы самостоятельного центрирования колесной пары в колее. **Научная новизна.** По результатам работы разработана математическая модель извилистого движения одиночной колесной пары в плоской постановке задачи с независимым вращением колес и выполнена оценка динамических показателей при ее движении по прямому участку пути без неровностей. Также рассмотрены способы обеспечения самостоятельного центрирования в колее колесной пары с независимым вращением

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

колес. **Практическая значимость.** Разработанная авторами математическая модель движения одиночной колесной пары с независимым вращением колес может быть использована при создании перспективных конструкций ходовых частей вагонов.

Ключевые слова: колесная пара; извилистое движение; зависимое вращение колес; горизонтальные колебания; подвижной состав; устойчивость движения

REFERENCES

1. Verigo M.F., Kogan A.Ya. *Vzaimodeystviye puti i podvizhnogo sostava* [Interaction of track and rolling stock]. Moscow, Transport Publ., 1986. 560 p.
2. Domin Yu.V., Cherniak H.Yu. *Osnovy dynamiky vahoniv* [Fundamentals of car dynamics]. Kyiv, KUETT Publ., 2003. 270 p.
3. Mikhalchenko G.S., Yazykov V.N., Kossov V.S., Spirov A.V. Kompyuternoye modelirovaniye khodovoy dinamiki i iznosa koles gruzovogo lokomotiva s radialnoy ustanovkoy kolesnykh par [Computer simulation of the dynamics and wear of the freight locomotive wheels with radial layout of wheel sets]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2004, issue 5, pp. 139-142.
4. Lazaryan V.A. *Dinamika vagonov* [Car dynamics]. Moscow, Transport Publ., 1964. 256 p.
5. Lazaryan V.A. *Dinamika transportnykh sredstv* [Dynamics of vehicles]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1985. 528 p.
6. Ushkalov V.F., Reznikov L.M., Ikkol V.S. *Matematicheskoye modelirovaniye kolebaniy relsovykh transportnykh sredstv* [Mathematical modeling of rail vehicles oscillations]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1989. 240 p.
7. Degtyareva L.N., Osenin Yu.I., Myamlin S.V. Matematicheskoye opisaniye silovogo vzaimodeystviya koles i relsov [Mathematical description of the force interaction of wheels and rails]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2009, issue 28, pp. 21-24.
8. Mikhaylov Ye.V., Semenov S.A. Analiz putey snizheniya iznosa v sisteme «greben koleasa-rels» [Analysis of ways to reduce the wear in the system, «wheel flange-rail»]. *Visnyk Shkhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu imeni V. Dalia* [Volodymyr Dahl East Ukrainian National University], 2012, part 1, no. 5 (176), pp. 71-76.
9. Musayev Zh.S., Solonenko V.G., Dyusengalieva T.M. Sravnitelnyy analiz prodolnoy dinamiki zheleznodorozhnykh ekipazhey pri perekhodnykh rezhimakh [Comparative analysis of longitudinal dynamics of railway vehicles during transient conditions]. *Vestnik MGTU imeni N. E. Baumana. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye – Bulletin of Bauman Moscow State Technical University*, 2013, no. 1, pp. 33-37.
10. Fedyushin Yu.M., Pshinko A.N., Myamlin S.V., Donchenko A.V., Loboiko L.M. Osnovnyye dinamicheskiye pokazateli passazhirskogo vagona [The basic dynamic performance of passenger car]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2005, issue 7, pp. 91-94.
11. Malavasi G. Contact Forces and Running Stability of Railway Vehicles. *International Journal of Railway Technology*, 2014, vol. 3, issue 1, pp. 121-132. doi: 10.4203/ijrt.3.1.6.
12. Manashkin L.A., Myamlin S.V. To the question of modeling of wheels and rails wear processes. *Nauka ta prohres transportu – Science and Transport Progress*, 2013, no. 3 (45), pp. 119-124. doi: 10.15802/stp2013/14791.
13. Myamlin S.V., Bubnov V.M., Pysmennyi Ye.O. Investigation of dynamic characteristics of gondola cars on perspective bogies. *Nauka ta prohres transportu – Science and Transport Progress*, 2014, no. 5 (53), pp. 126-137. doi: 10.15802/stp2014/30789.
14. Rozenblat G.M. On the stability of motion of a railway wheel pair. *Doklady Physics*, 2012, vol. 57, issue 2, pp. 87-91. doi: 10.1134/S1028335812020085.
15. Vil'ke V.G., Maksimov B.A., Popov S.A. Stability of the Rectilinear Motion of a Railway Wheelset. *Moscow University Mechanics Bulletin*, 2010, vol. 65, issue 2, pp. 31-37. doi: 10.3103/S0027133010020020.

Prof. V. L. Horobets., D. Sc. (Tech.) (Ukraine) recommended this article to be published

Accessed: 17 May, 2016

Received: 01 Aug., 2016