УДК 517.518.2

В. В. СКАЛОЗУБ, Л. А. ПАНИК (ДИИТ)

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПЛАНИРОВАНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ В ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЯХ

В представленной статье выполнен анализ динамических потоков, когда единицы потока имеют индивидуальные свойства (неоднородности).

Ключевые слова: динамический поток, неоднородный поток

Введение

Задача нахождения максимальных потоков в сетях является одной из фундаментальных в теории графов и комбинаторной оптимизации. Она изучается на протяжении многих лет, что обусловлено широким спектром ее использования во многих практических приложениях, связанных с анализом транспортных систем, систем материальных потоков, вычислительных и коммуникационных сетей, энергетических и электрических систем и т.д. [2, 4]. Как правило, в этих приложениях рассматриваются однопродуктовые потоки не учитывающее индивидуальные свойства (неоднородности) единиц потока и время передвижения по дугам сети. Вместе с тем на сегодняшний день учет индивидуальных свойств является очень актуальным для планирования. В связи с этим аспектом потоковую задачу можно интерпретировать как неоднородную динамическую потоковую задачу. Индивидуальными свойствами потоков могут быть: перемещение по известным маршрутам, ограничения на возможность совместного движения по дугам, задание определенной последовательности движения носителей, право собственности, то есть индивидуальные оценки качества и цели перемещения носителей.

Двухкритериальный анализ задачи о потоке в сети

Рассмотрим модель задачи нахождения неоднородного динамического максимального потока, рассмотренную в [1]. Припишем каждой дуге (x, y) графа $G=(X, A)$ целое положительное число $t(x, y)$, которое определяет количество некоторых временных интервалов, необходимых для прохождения единицы потока по дуге (x, y). Величина $t(x, y)$ называется временем прохождения по дуге (x, y). Будем обозначать через $c(x, y, T)$ максимальное число единиц потока, которое может входить в дугу (x, y) в момент времени T, где $T=0,1,\ldots$. Динамическим потоком в графе G из вершины s в вершину t называется любой поток из s в t, который удовлетворяет ограничениям на пропускные способности дуг в каждый рассматриваемый момент времени. Точнее, динамическим потоком из s в t называется любой поток между указанными вершинами, для которого в каждую дугу (x, y) в любой рассматриваемый момент времени T входит не более чем $c(x, y, T)$ единиц потока. Отметим, что в динамическом потоке отдельные его единицы могут отправляться из источника в момент времени $0, 1, 2, \ldots$. Также каждая единица потока должна удовлетворять некоторому индивидуальному свойству из набора свойств Is.

Максимальным динамическим неоднородным потоком из вершины s в вершину t за период в p интервалов времени является такой динамический поток из, для которого в сток t за период времени p проходит максимально возможное количество единиц потока.

Рассмотри пример, в котором задача нахождения динамического максимального потока становится актуальной. Пусть агент бюро путешествий должен переправить в течение *P* часов *K* пассажиров из города *A* в город *B*. Данная проблема может быть следующим образом сведена к задаче о динамическом максимальном потоке. В соответствующем графе городу *A* соответствует источник, а городу *B* – сток. Каждый аэропорт, принадлежащий возможному маршруту перелета из *A* в *B*, также представлен некоторой вершиной. В рассматриваемом графе соединим вершины x и y дугой только в том случае, если имеется беспосадочный рейс между соответствующими аэропортами. Время прохождения каждой дуги (x, y) соответствует времени полета между соответствующими аэропортами, округленному до часов. (В длительность полета должно быть включено время пересадки в соответствующем аэропорту с одного рейса на другой.) Пропускная способность

$c(x, y, T)$ дуги (x, y) в момент времени T равна числу мест на соответствующий рейс с временем отправления T. Если указанного рейса нет, то полагается $c(x, y, T) = 0$. Рассматриваемая практическая задача имеет решение, если в построенном выше графе существует динамический поток в K единиц из источника в сток за период в P интервалов времени и если мы можем этот поток построить.

Задача поиска максимального динамического потока является более сложной, чем задача поиска максимального потока. Это связано с тем, что при рассмотрении задачи о динамическом потоке необходимо прослеживать перемещение каждой единицы потока с тем, чтобы ни в один момент времени ни для одной дуги не была превышена ее пропускная способность. В [2] показано, что такое дополнительное усложнение задачи о динамическом потоке (по сравнению с задачей о статическом потоке) можно обойти путем сведения первой задачи ко второй в «развернутом во времени» варианте исходного графа.

Обозначим через G_p развернутый во времени вариант исходного графа $G = (X, A)$ для периода в p интервалов времени. Множество вершин графа G_p определяется как:

$$X_p = \{x_i : x \in X, i = 0, 1, 2, \ldots, p\}. \qquad (1)$$

Множество дуг графа G_p определяется как:

$$A_p = \left\{ \begin{matrix} (x_i, y_j) : (x, y) \in A, \\ i = 0, 1, \ldots, p - t(x, y), j = i + t(x, y) \end{matrix} \right\}. \qquad (2)$$

Положим

$$c(x_i, y_j) = c(x, y, i). \qquad (3)$$

Заметим, что множество вершин X_p графа G_p формируется из вершин множества X, каждая из которых продублирована p раз для каждого момента времени рассматриваемого периода. В графе G_p вершины x_i и y_j соединяются дугой (x_i, y_j), если в исходном графе G поток может пройти из вершины x в вершину y за время $(j - i)$. Например, единица потока, выходящая из вершины x в момент времени 5 и затрачивающая при прохождении по дуге (x, y) время 8 единичных интервалов времени, может быть представлена в графе G_p единицей потока, проходящей по дуге (x_5, y_{13}).

Любой динамический поток из s в t в графе G эквивалентен потоку из группы источников в группу стоков в графе G_p. Справедливо и обратное утверждение [1].

Поскольку каждый динамический поток эквивалентен статическому потоку в развернутом во времени варианте исходного графа, то максимальный динамический поток за период в p интервалов времени может быть определен с помощью соответствующего алгоритма поиска максимального (статического) потока в развернутом во времени варианте исходного графа (развернутом на период времени p). Таким образом, нет необходимости в разработке нового алгоритма для решения задачи о динамическом потоке. Однако если p достаточно велико, то достаточно большим становится и граф G_p. Соответственно существенно возрастает объем вычислений, необходимых для поиска максимального потока в графе G_p.

Форд и Фалкерсон [2] разработали алгоритм поиска максимального динамического потока, который строит соответствующий поток значительно более эффективно, чем алгоритм поиска максимального потока после сведения задачи о динамическом потоке к обычной задаче о потоке. Алгоритм поиска максимального динамического потока может быть использован только для независящих от времени входных пропускных способностей, т. е. выполняться при условии, что $c(x, y, T) = c(x, y)$ для всех $T = 0, 1, \ldots, p$ и всех дуг $(x, y) \in A$.

Заметим, что при обсуждении динамических потоков не рассматривалась возможность остановки или задержки в какой-либо вершине единицы потока в течение некоторого периода времени, прежде чем эта единица потока продолжит свое движение к стоку. Однако такая возможность является вполне реальной.

Для случая, когда допускается задержка потока, граф G следует скорректировать, добавив к нему дуги вида (x_i, x_{i+1}). При этом единицы потока, достигнув вершины x, могут быть отправлены из нее спустя некоторое время.

Поставим следующий вопрос: изменится ли величина максимального динамического потока за период в p интервалов времени при условии допустимости задержек потока? Очевидно, возможность задержки потока не может привести к уменьшению этой величины. На самом деле, легко также показать, что величина максимального динамического потока за период в p единичных интервалов времени при наличии задержек не может и возрасти.

Т.к., в итоге, динамический поток эквивалентен статическому потоку в развернутом во времени варианте исходного графа то, используя рассмотренную в статье [3] методику, мы можем находить неоднородный динамический поток в транспортных сетях. Для этого модернизируем граф соответствующий статическому потоку, добавляя фиктивный источник s^* соединив его со всеми вершинами группы источников s_i для всех $i = 0, 1, \ldots, p$, также добавим фиктивный сток t^* соединив его со всеми вершинами группы стоков t_i для всех $i = 0, 1, \ldots, p$. Пропускные способности дуг $\left(s^*, s_i\right)$ и $\left(t_i, t^*\right)$ будут равны бесконечности для всех $i = 0, 1, \ldots, p$. Таким образом, мы получили сеть с одним источником s^* и одним стоком t^*.

Динамические потоки с ограничениями

Исследуем зависимость величины динамического максимального потока от ограничения, накладываемого индивидуальным свойством, на следующем примере. Рассмотрим задачу о динамическом максимальном потоке в сети (представленной в виде графа) с однородными носителями (рис. 1, 2), и с индивидуальными свойствами носителей потока (рис. 1, 3). Примем, что индивидуальным свойством является требование, согласно которому только 1 носитель должен перемещаться по траектории $s \to x \to t$. Такое индивидуальное свойство возникает в том случае, если среди носителей потока существуют такие, которые не могут совместно перемещаться по определенной траектории (например одни носители перевозят пассажиров, а другие опасный для жизни груз). Для нашего примера это траектория $s \to x \to t$.

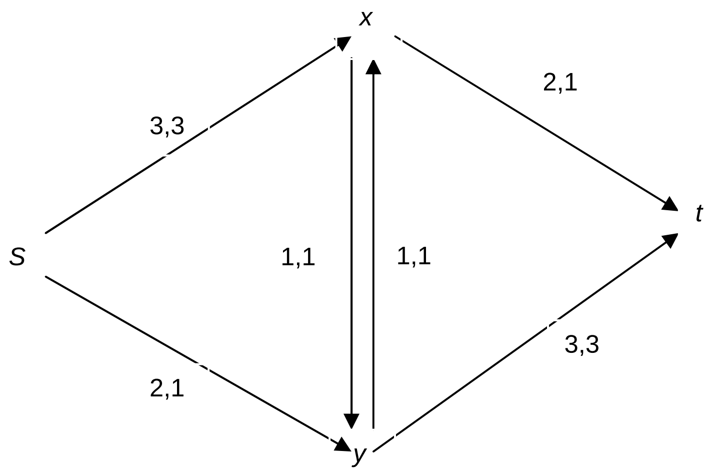

Рис. 1. Исходный граф (первое число, написанное около дуги, есть ее пропускная способность, а второе – время прохождения этой дуги)

Следует уточнить, что для «развернутых во времени» вариантах исходного графа (рис. 2, 3) вверху рисунков расположены значения единиц времени $i = 0, 1, 2, 3, 4$. Заметим, что множество вершин X_p графа G_p (рис. 2, $p = 4$) формируется из вершин множества X графа G (рис. 1), каждая из которых продублирована p раз для каждого момента времени рассматриваемого периода. На рис. 2, 3 первое число, написанное возле дуги, есть ее пропускная способность, а второе – поток по этой дуге. Также в этих сетевых графах жирными линиями выделены дуги, которые включены в возможные маршруты перемещения единиц потока от источника s к стоку t. Для задачи рис. 1, 2 максимальный поток, рассчитанный согласно [4], равен 4, а для задачи рис. 1, 3 он равен 3. Это значит, что есть прямая зависимость величины динамического потока от индивидуальных свойств (неоднородностей) носителей потока.

Выводы

Показано, что проблема оптимизации динамических потоков с учетом индивидуальных свойств носителей обобщает известные подходы планирования. В динамических потоковых задачах с учетом индивидуальных свойств носителей, на значение потока существенно влияют не только виды и характеристики этих индивидуальных свойств, но и период времени, за который рассматриваем поведение носителей потока.

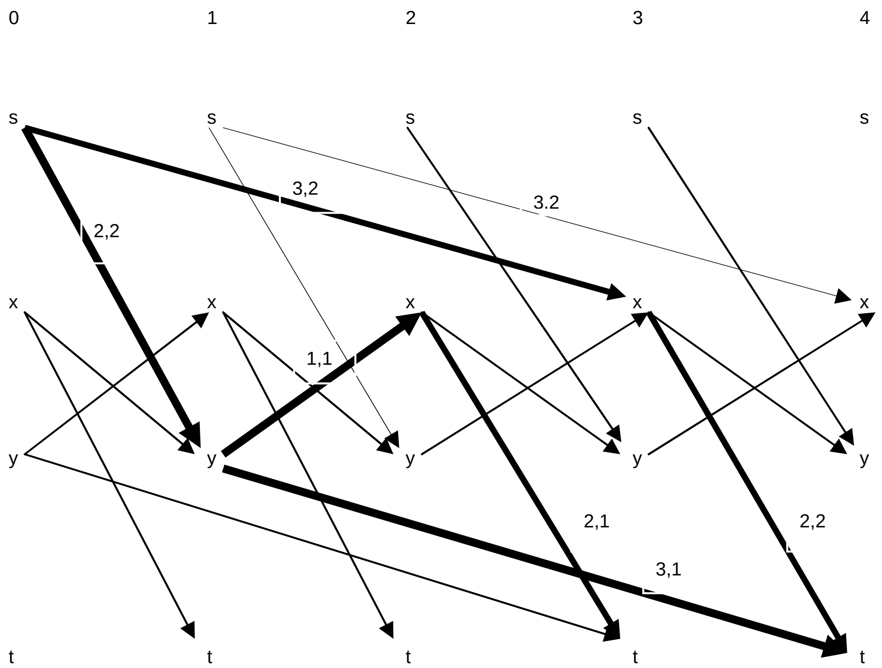

Рис. 2. «Развернутый во времени» вариант исходного графа ($p = 4$) с найденным максимальным потоком без индивидуальных свойств носителей

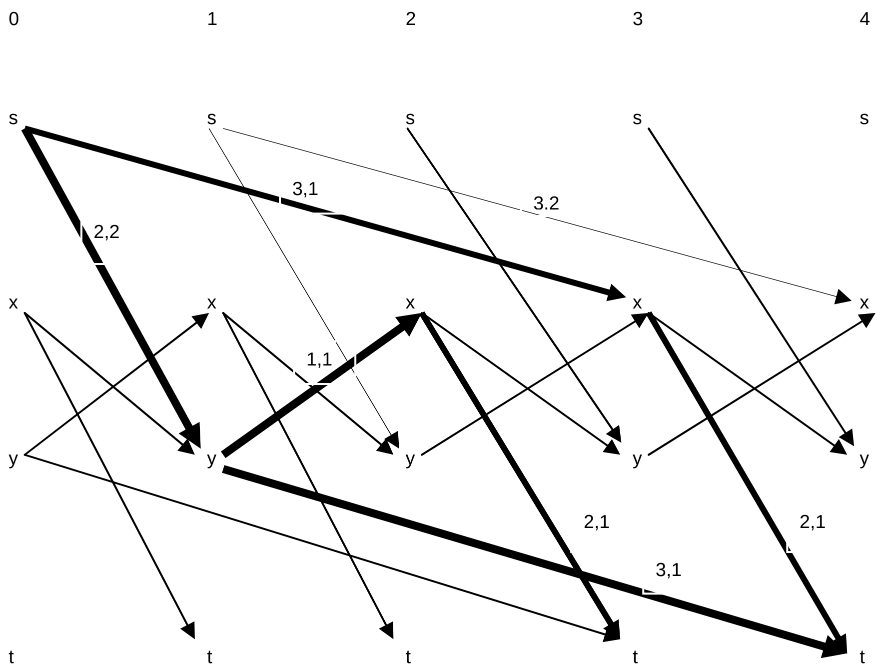

Рис. 3. «Развернутый во времени» вариант исходного графа ($p = 4$) с найденным максимальным потоком с индивидуальными свойствами носителей

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мейника, Э. И. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах [Текст] / Э. И. Мейника. – М.: Мир, 1981. – 325 с.
2. Форд, Л. Р. Потоки в сетях [Текст] / Л. Р. Форд, Д. Р. Фалкерсон. – М.: Мир. 1966. – 276 с.
3. Скалозуб, В. В. Моделирование и анализ потоковых задач с неоднородными носителями [Текст] / В. В. Скалозуб, Л. А. Паник // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – 2007. – № 19. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2007. – С. 27–31.
4. Филипс, Д. И. Методы анализа сетей [Текст] / Д. И. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.

Поступила в редколлегию 22.03.2011.
Принята к печати 31.03.2011.

В. В. СКАЛОЗУБ, Л. О. ПАНІК

АВТОМАТИЗАЦІЯ ПЛАНУВАННЯ НЕОДНОРІДНИХ ДИНАМІЧНИХ ПОТОКІВ У ТРАНСПОРТНИХ МЕРЕЖАХ

У представленій статті виконаний аналіз динамічних потоків, коли одиниці потоку мають індивідуальні властивості (неоднорідності).

Ключові слова: динамічний потік, неоднорідний потік

V. V. SKALOZUB, L. A. PANIK

AUTOMATION OF PLANNING THE HETEROGENEOUS DYNAMIC STREAMS IN TRANSPORT NETWORKS

The dynamic streams, when stream units have individual characteristics (heterogeneity), are analyzed in the article.

Keywords: dynamic stream, heterogeneous stream