**УДК 621.332.3 : 629.423**

П. Є. МИХАЛІЧЕНКО (ДІІТ)

# РОЗВИТОК ТЕОРІЇ СПЕКТРІВ ТА ЇЇ АДАПТАЦІЯ ДО ЗАДАЧ АНАЛІЗУ ПЕРЕХІДНИХ АВАРІЙНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ СИСТЕМ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ТЯГИ

У статті введено поняття поточного і миттєвого спектрів для аналізу детермінованих функцій електричних величин системи тягового електропостачання постійного струму в аварійних режимах її роботи.

*Ключові слова*: енергетичні показники, спектральний аналіз, перетворення Фур'є, спектр

Ця робота є розвитком робіт [1, 2] по теорії спектрального аналізу перехідних величин, отриманих при дослідженні аварійних режимів в системі електричної тяги постійного струму. Зазначені перехідні величини можуть бути отримані у вигляді детермінованих чи випадкових імпульсів. Тому подальше викладення розвитку теорії спектрів в цій роботі викладено як для детермінованих, так і для стохастичних імпульсних процесів.

### 1. Детермінований імпульсний процес

В попередніх роботах [1, 2] визначали частотний спектр, точніше спектральну функцію $F(j\omega)$, імпульсу перехідної величини (напруги чи струму), як неперіодичної функції $f(t)$ за весь термін часу $T$ її існування за умови розглядання цієї функції, що $T \to \infty$; для цього використано пряме перетворення Фур'є:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt . \qquad (1)$$

Згідно з (1) неперіодична $f(t)$ може бути представлена сумою нескінченно великої кількості нескінченно малих синусоїдних коливань нескінченно близьких за частотою. Комплексна амплітуда кожного окремого коливання нескінченно мала і дорівнює:

$$d\underline{C} = \frac{1}{n} \cdot F(j\omega) d\omega . \qquad (2)$$

Частотний інтервал між двома сусідніми коливаннями також нескінченно малий і дорівнює $d\omega$, тобто має місце неперервна послідовність усіх частот (суцільний спектр). Тобто у випадку інтеграла Фур'є (1) сума не володіє істотною властивістю своїх доданків, що треба пам'ятати при спектральному розкладанні за Фур'є.

Для визначення частотного спектру за виразом (1) інтегрування здійснюється в нескінченних границях. Однак для знаходження нових певних ознак, на яких базувався б релейний захист тягового електропостачання (або з іншою метою), часто потрібно розглядати лише частину імпульсу перехідної величини, найчастіше початкову його частину (крутизну) поточною тривалістю $t$. Тому для спектрального аналізу лише цієї частини імпульсу введемо поняття поточного спектра $F_t(j\omega)$ [3], для визначення якого інтегрування в (1) може бути виконано в межах від $t_0$ (початку процесу) до поточного моменту часу $t$ існування імпульсу (рис. 1):

$$F_t(j\omega) = \int_{t_0}^{t} f(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{0}^{t} f(t) e^{-j\omega t} dt . \qquad (3)$$

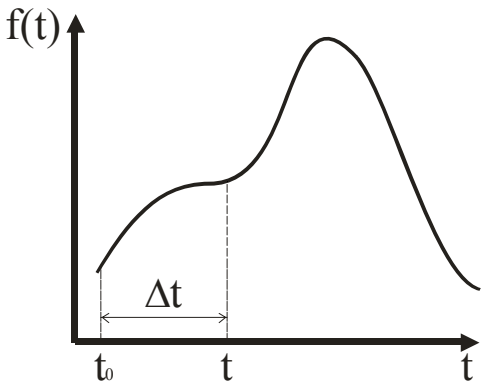


Рис. 1

Спектр короткого відрізку імпульсу, за невеликий термін часу від його початку, однорідний, бо це спектр короткого імпульсу.

Уведення поняття поточного спектру значно розширює уявлення спектрального аналізу, бо воно перекидає місток між частотним і часовим описанням перехідного процесу. Для подальшого зближення частотної і часової точок зору розглянемо ще одне поняття: поняття миттєвого спектру, введеного Пейджем [3] для потужності (миттєвий спектр потужності) у вигляді:

$$\rho(\omega, t) = \frac{d}{dt} \left| F_t(j\omega) \right|^2 , \qquad (4)$$

де $F_t(j\omega)$ – поточний спектр.

© Михаліченко П. Є., 2012

Інтеграл від миттєвого спектру потужності по всій вісі частот дає миттєву потужність

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\omega}\rho(\omega,t)\,d\omega=\rho(t), \qquad (5)$$

а інтеграл від $\rho(\omega,t)$ за часом дає квадрат модуля поточного спектру

$$\int_{-\omega}^{t}\rho(\omega,t)\,dt=\left|F_t(j\omega)\right|^2. \qquad (6)$$

Однак з розрахунковою метою доцільно мати більш простіший вираз миттєвого спектру, який можна записати у вигляді (рис. 2):

$$F_t(j\omega,t)=\int_{t-T}^{t}f(\tau)e^{-j\omega T}d\tau. \qquad (7)$$

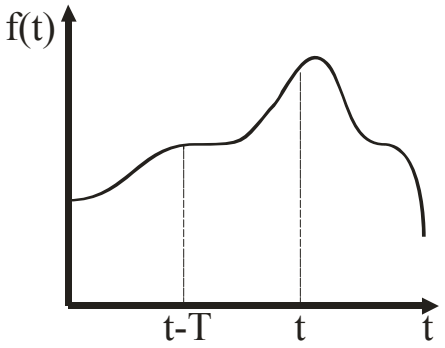


Рис. 2

Тобто, миттєвий спектр визначається як спектр відрізка імпульсу тривалістю $T$, що безпосередньо передує даному моменту часу $t$. У виразі (7) ми маємо справу з «ковзним» інтегруванням: це коли інтервал інтегрування має постійну довжину, але переміщується по вісі часу; розташування ж інтервалу незмінне відносно поточного моменту $t$.

Як відомо, для розв'язання багатьох задач, зокрема електромагнітної сумісності, потрібен дискретний спектр перехідних величин, а в той час як поточний, так і миттєвий спектри є суцільними і отже мають усі частоти. Тому для використання цих спектрів будемо визначати діапазон частот цього суцільного спектру, в якому зосереджена значно переважна частина електроенергії $W$ розглядуваної перехідної величини. Цей діапазон частот називають «ефективною шириною спектру» або просто – «шириною спектру», $\Delta\omega$, а інколи ще простіше – «спектром».

Як відомо, зв'язок між енергією неперіодичної електричної величини $f(t)$ та її спектром $F(j\omega)$ дається рівнянням теореми Рейлі (рівністю Парсеваля):

$$W=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}F^2(\omega)\,d\omega, \qquad (8)$$

або з урахуванням понять і формул (3) і (7) поточного і миттєвого спектрів можна записати відповідно як:

$$W_t=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}F_t^2(\omega)\,d\omega; \qquad (9)$$

$$W_T=\frac{1}{\pi}\int_{t-T}^{t}F_T^2(\omega)\,d\omega. \qquad (10)$$

При спектральному аналізі за допомогою поточного і миттєвого спектрів будемо виділяти в імпульсі досліджуваної перехідної величини певний інтервал $\Delta t$ (мініімпульс) (рис. 1) з шириною спектру $\Delta f$, який і потрібен для розв'язування практичних задач. Між тривалістю $\Delta t$ і шириною імпульсу $\Delta\omega$ існують різні співвідношення в залежності від форми мініімпульсу [3]:

- для прямокутного:

$$\Delta t\cdot\Delta f=1, \qquad (11)$$

- для трикутникового:

$$\Delta t\cdot\Delta f=2. \qquad (12)$$

Із виразів (11) і (12) при заданій тривалості $\Delta t$ може бути знайдена ефективна ширина спектру. Особливо це стосується формули (11), оскільки тривалість $\Delta t$ мініімпульсу мала, і тому він може бути представлений як прямокутний мініімпульс.

З практичної точки зору також важливо знати, за якої найменшої тривалості $\Delta t$ буде найменшою ширина спектру $\Delta f$, тобто щоб добуток $\Delta t\cdot\Delta f$ мав найменше значення. В [3] мінімізація цього добутку дала таке співвідношення:

$$\Delta t\cdot\Delta f\geq\frac{1}{4\sqrt{3\pi}}=0{,}046. \qquad (13)$$

Отже, із виразів (11)–(13) випливає, що в загальному випадку добуток тривалості мініімпульсу і ширини спектру являє собою деяку сталу величину, яка залежить від форми імпульсу, а також його параметрів $\Delta t$ і $\Delta f$.

### 2. Випадковий імпульсний процес

Як відомо [5, 6], фідерна напруга, напруга в тяговій мережі та на струмоприймачі ЕРС, параметри тягової мережі, а також, і особливо, тягове навантаження є випадковими процесами чи величинами. Тому і всі перехідні величини

$a(t)$, в аварійному чи експлуатаційному режимах, є також випадковими (рис. 3), в яких окремий імпульс є детермінованим. У зв'язку з цим розглянемо поняття поточного та миттєвого спектрів відносно випадкових імпульсів.

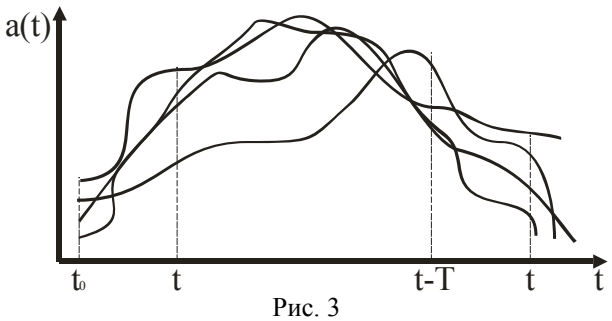

Рис. 3

За аналогією з формулами (3) і (7) запишемо вираз поточного спектру однієї реалізації випадкової функції $a(t)$ (див. рис. 3):

$$F_T^{(1)}(j\omega) = \int_{t-T}^{T} a(t) e^{-j\omega t} dt, \qquad (14)$$

а миттєвого – у вигляді (див. рис. 3)

$$F_t^{(1)}(j\omega) = \int_{0}^{t} a(t) e^{-j\omega t} dt. \qquad (15)$$

Оскільки $a(t)$ – випадкова функція часу $t$, то і спектри $F_T^{(1)}(j\omega)$, $F_t^{(1)}(j\omega)$ будуть випадковими функціями змінної $\omega$.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК


1. Костін, М. О. Гармонійний склад фідерних напруг та струмів при аварійних режимах тягової мережі [Текст] / М. О. Костін, П. Є. Михаліченко // Матеріали XIII міжн. наук.-техн. конф. «Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта, практика». – 2011. – Вип. 1. – С. 164–165.
2. Михаліченко, П. Є. Спектральний аналіз перехідних електричних величин системи тягового електропостачання постійного струму в аварійних режимах її роботи [Текст] / П. Є. Михаліченко // Праці Луганськ. відділення Міжн. акад. інформатизації. – 2011. – № 3 (25). – С. 47–53.
3. Харкевич, А. А. Спектры и анализ [Текст] / А. А. Харкевич. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962. – 236 с.
4. Page, C. H. Instantaneous power spectra [Текст] / C. H. Page // J. Appl. Phys. – 1952. – P. 103–106.
5. Саблин, О. И. Спектральный анализ случайных функций тягового тока и напряжения на токоприемнике электроподвижного состава [Текст] / О. И. Саблин // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – 2007. – Вип. 15. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2007. – С. 41–47.
6. Петров, А. В. Методи спектрального аналізу випадкових технологічних коливань напруги та струму фідера тягової підстанції постійного струму [Текст] / А. В. Петров // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – 2010. – Вип. 34. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2010. – С. 77–80.



Надійшла до редколегії 02.11.2011.
Прийнята до друку 09.11.2011.



П. Е. МИХАЛИЧЕНКО, Н. А. КОСТИН


## РОЗВИТИЕ ТЕОРИИ СПЕКТРОВ И ЕЕ АДАПТАЦИЯ К ЗАДАЧАМ АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ АВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СИСТЕМ ЕЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГИ


В статье введено понятие текущего и мгновенного спектра для анализа детерминированных функций электрических величин системы тягового электроснабжения постоянного тока в аварийных режимах ее работы.



*Ключевые слова*: энергетические показатели, спектральный анализ, преобразование Фурье, спектр



P. Ye. MIKHALICHENKO, N. A. KOSTIN


## DEVELOPMENT OF THEORY OF SPECTRA AND ITS ADAPTATION TO THE TASKS OF ANALYSIS OF TRANSIENT EMERGENCY REGIMES FOR ELECTRIC TRACTION SYSTEMS


In the article the notion of current and instantaneous spectrum is introduced for the analysis of the deterministic functions of electric values of the system of DC electric traction supply in the case of its emergency operation regimes.



*Keywords:* energy indices, spectral analysis, Fourier transformation, spectrum