

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДУ ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ НА ОСНОВІ УЗАГАЛЬНЕНОГО ЛОГІСТИЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ

В роботі наведено результати дослідження та оперативного прогнозування властивостей часових рядів, отриманих з використанням моделі узагальненого логістичного відображення.

Ключові слова: прогнозування властивостей вагонопотоків, методи оперативного прогнозування, аналіз часових рядів, узагальнене логістичне відображення

В работе представлены результаты исследования и оперативного прогнозирования свойств временных рядов, полученных с использованием модели обобщенного логистического отображения.

Ключевые слова: прогнозирование свойств вагонопотоков, методы оперативного прогнозирования, анализ временных рядов, обобщенное логистическое отображение

The results of research and operational forecasting the properties of economic time series derived from models of the generalized logistic map are presented.

Keywords: forecasting of wagon stream properties, operational forecasting methods, time series analysis, generalized logistic map

Проблеми прогнозування недетермінованих економічних процесів, представлених за допомогою часових рядів

Рішення задач прогнозування і планування параметрів економічних, а також багатьох інших процесів, було і залишається актуальним і важливим для ефективної організації діяльності в різних сферах. На практиці вирішення цих завдань відбувається в умовах неповної інформації, а також при невизначеності, пов'язаній зі специфікою тих або ж інших виробничо-економічних, технологічних процесів, при відсутності достатньо повних відповідних моделей [1, 2]. З урахуванням зазначених особливостей і невизначеностей одним із загальних підходів до аналізу та прогнозування властивостей таких процесів є розгляд їх часових рядів [2, 3]. Завдання оперативного прогнозування на основі часових рядів спостережень параметрів процесів широко використовується для організації ефективного прогнозування, планування та управління [3, 4]. Останнім часом все більше уваги приділяється питанням щодо урахування фрактальних властивостей процесів, застосуванню методів хаотичної динаміки [4, 5], які дозволяють виявити і врахувати при прогнозуванні нову, раніше не використовувану при статистичній обробці, інформацію стосовно властивостей досліджуваних процесів. Математичні моделі та методи хаотичної динаміки все більше використовуються при вирішенні завдань аналізу та прогнозування економічних систем [2 – 4]. Серед таких методів аналізу ча-

сових рядів виділимо R/S -аналіз Херста [4, 5, 7], за допомогою якого вдається встановити деякі додаткові властивості щодо тенденцій і параметрів недетермінованих процесів.

Прикладом іншого методу хаотичної динаміки, дослідженню властивостей якого присвячена наша стаття, є нелінійне логістичне відображення [6, 7], яке є детермінованим, але в [7] та інших дослідженнях показано, що нелінійні моделі при певних значеннях параметрів можуть мати «хаотичну» поведінку. В роботі [9] модель узагальненого логістичного відображення запропоновано використовувати для оперативного прогнозування значень рівнів часових рядів, що характеризують властивості потоків вагонів залізничного транспорту. У статті наведено комплекс досліджень, які розкривають можливості цього нового методу, призначеного для оперативного прогнозування, а також виконано порівняльний аналіз з іншими загальноприйнятими моделями прогнозування рівнів часових рядів, встановлюються властивості адекватності узагальнених логістичних моделей для недетермінованих процесів.

Метод прогнозування часових рядів на основі логістичного відображення

Оперативне прогнозування на основі часових рядів спостережень представляє важливе завдання для ефективного планування та управління багатьма економічними процесами [1 – 5], при цьому часто вони мають складну поведінку, що схожа на «хаотичну». Існують моделі хаотичної динаміки, які все більше за-

стосовуються в управлінні економічними системами. Розвитку цих досліджень і присвячена ця робота.

Прогнозування наступних значень рівнів часових рядів будемо виконувати на основі моделі узагальненого логістичного відображення (УЛВ), що задається таким рекурентним співвідношенням [6, 7]:

$$x_{n+1} = \lambda x_n^\alpha (N - x_n^\beta), \quad (1)$$

де λ , α і β параметри моделі, які розраховують методом найменших квадратів (МНК);

N – максимальне значенням рівнів ряду.

Відображення (1) є одновимірним нелінійним і використовує лише попередній рівень ряду. Відповідно [1, 2] та інших досліджень навіть прості нелінійні моделі, для деяких значень параметрів мають при достатній кількості рівнів ряду хаотичне поведіння, яке здається випадковим. Разом з тим у детермінованих нелінійних моделях така хаотична поведінка породжується саме нелінійністю. Для наших завдань на практиці встановити довжину моделі ряду (1), з якої почнеться «хаотична поведінка», не можливо. Тому прогнозування виконується на основі узагальнення результатів розрахунків для кількох моделей виду (1), параметри кожної з яких розраховують методом МНК для фрагментів часових рядів різної довжини (і є суттєво відмінні). Побудова прогнозу, у нашому дослідженні оперативного, відбувається рекурентно. Для прогнозування на основі відображення (1) на 1 або 2 кроки виконується наступна послідовність операцій (які утворюють узагальнений алгоритм).

Для побудови моделі виду (1) використовувалися 15, 10 та 5 попередніх значень ряду. За МНК проводився пошук таких значень λ , α і β , щоб мінімізувати квадрат похибки.

У відповідності до вибраної кількості попередніх значень ряду визначається N і проводиться розрахунок параметрів (λ , α і β).

Проводиться побудова прогнозу на наступний період за знайденими параметрами – визначення наступного рівня ряду (або двох).

На основі прогнозів для 15, 10 і 5 попередніх значень ряду, знаходимо середнє значення результатів моделей із 15 і 10, та 5 рівнів, так само і для 10 і 15 рівнів.

Знаходиться середнє значення для початкового ряду і його абсолютне відхилення від середнього.

Додається абсолютне відхилення до середніх значень моделей із 15 і 10, та 5, так само і

для моделей із 10 і 15 попередніх рівнів ряду. При цьому отримуємо Прогноз № 1 та Прогноз № 2, відповідно на один і два кроки уперед.

У табл. 1 подано результати числових розрахунків щодо побудови оперативного прогнозу, а також відносні похибки величин прогнозів, указані у відсотках. Останні два рядки безпосередньо представляють значення оперативного прогнозу, відповідно на один та два кроки. Саме вони (два останні рядки 02.02.10 і 03.02.10) являють мету попередніх розрахунків і є прийнятними для практичного застосування методу. На рис. 1 подано графіки цих процесів оперативного прогнозування часових рядів на основі УЛВ, (1). Необхідно відзначити, що запропонований метод розрахований у першу чергу на оперативне прогнозування, тому досить значні розбіжності між рівнями вихідного ряду та значеннями, отриманими із моделі УЛВ для деяких внутрішніх рівнів, не характеризують точність методу у цілому. Вони лише демонструють можливості моделі УЛВ (1) щодо покрокового представлення дуже складного процесу, описаного за допомогою часового ряду («Кількість вагонів», табл. 1). Графіки (табличні значення) рис. 1 прогнозних оцінок рівнів ряду отримують шляхом послідовного виконання наведених вище кроків алгоритму моделі УЛВ для попередніх і останнього фактичного значення рівня ряду. При цьому, зрозуміло, будуть змінюватися параметри моделі УЛВ для наступного етапу оперативного прогнозу.

В дослідженнях були з'ясовані значні можливості застосування запропонованого методу використання УЛВ для побудови у нашому випадку оперативного прогнозу параметрів вагонопотоку, а також його практичного застосування для планування (тут роботи залізниць). Щоб дати більш достовірну оцінку методу УЛВ зупинимось на загальних питаннях аналізу властивостей вихідних часових рядів, для яких виконується прогнозування, хоча із рис. 1 та наступних у цілому зрозуміла складність завдань прогнозування відповідних процесів. Розглянемо ці питання більш докладно.

Важливе значення для прогнозування має виконання вимог до початкової інформації (інтервали між сусідніми рівнями ряду, зіставність рівнів ряду, наявність аномальних значень, а також присутність у даних тенденції та ін. ([2, 6, 7])). Для виявлення аномальних рівнів часових рядів можна використовувати метод Ірвіна [2, 8]. Метод полягає у використанні наступного рівняння:

$$\lambda_t = |y_t - y_{t-1}| / \sigma_y, \quad t=1, n, \quad (2)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\left[\sum (y_i - \bar{y})^2 \right] / (n-1)}, \quad (3)$$

$$\bar{y} = \sum y_i / n.$$

де σ_y – середнє квадратичне вiдхилення часо-
вого ряду $y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n$:

Таблиця 1

**Результати оперативного прогнозування параметрiв
часових рядiв на основi логiстичного вiдображення**

Дата	Кiлькiсть вагонiв	Середнє (5, 10 и 15)	Середнє (5 и 10)	Прогноз № 1	Прогноз № 2	Похибка прогнозу № 1	Похибка прогнозу № 2
12.01.10	3 059						
13.01.10	3 577	2 916	2 851	3 363	3 298	5,98 %	7,79 %
14.01.10	3 232	2 760	2 658	2 862	2 761	11,45 %	14,59 %
15.01.10	3 100	2 859	2 781	2 889	2 810	6,81 %	9,34 %
16.01.10	3 465	2 902	2 834	3 237	3 169	6,57 %	8,54 %
17.01.10	3 468	2 790	2 696	3 129	3 034	9,79 %	12,51 %
18.01.10	3 388	2 789	2 695	3 048	2 953	10,04 %	12,84 %
19.01.10	2 782	2 812	2 723	3 160	3 070	13,58 %	10,36 %
20.01.10	3 103	3 018	2 979	3 045	3 006	1,87 %	3,13 %
21.01.10	2 674	2 901	2 833	3 357	3 288	25,53 %	22,97 %
22.01.10	3 441	3 063	3 035	3 374	3 347	1,94 %	2,75 %
23.01.10	2 907	2 797	2 704	3 020	2 927	3,87 %	0,68 %
24.01.10	3 716	2 970	2 919	3 556	3 505	4,29 %	5,68 %
25.01.10	3 412	2 724	2 614	3 006	2 897	11,89 %	15,10 %
26.01.10	2 625	2 805	2 714	3 310	3 219	26,09 %	22,62 %
27.01.10	3 199	3 084	3 062	3 153	3 131	1,42 %	2,12 %
28.01.10	2 774	2 870	2 794	3 225	3 149	16,27 %	13,53 %
29.01.10	2 849	3 021	2 983	3 302	3 264	15,91 %	14,56 %
30.01.10	2 523	2 992	2 946	3 599	3 553	42,63 %	40,82 %
31.01.10	3 299	3 130	3 120	3 300	3 290	0,02 %	0,28 %
02.02.10	2 817	2 839	2 755	3 151	3 068	11,86 %	8,91 %
03.02.10	3 356	3 005	2 970	3 231	3 196	3,71 %	4,76 %

Розрахунковi значення $\lambda_2, \lambda_3 \dots$ порiвнюютьсЯ з табличними значеннями критерiю Ирвiна, i якщо виявляютьсЯ бiльше табличних, то вiдповiдне значення, рiвня ряду вважаєтьсЯ аномальним.

У [8] подано таблицю значень критерiю Ирвiна для рiзних рiвнiв значущостi α . Питання щодо виникнення та усунення аномальних рiвнiв часових рядiв, як правило, вирiшуютьсЯ окремо.

Перевiрка гiпотези iснування тенденцiї часових рядiв являє важливий етап iх досліджен-

ня, тому що в них не завжди простежуєтьсЯ присутнiсть тренда. Перевiрка цiєї гiпотези за критерiєм «висхiдних i низхiдних» серiй виконуєтьсЯ за наступною схемою [8]. Нехай даний часовий ряд:

$$y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n, \quad (4)$$

де $t = 1, \dots, n$.

Вiдповiдно до критерiю «висхiдних i низхiдних» серiй виконуютьсЯ такі розрахунки.

1. ВизначаєтьсЯ послiдовнiсть знаків у рядi:
+, якщо $y_{t+1} - y_t > 0$; -, якщо $y_{t+1} - y_t < 0$.

2. Підраховується число серій $v(n)$ – послідовності підряд розташованих плюсів або мінусів.

3. Визначається протяжність найдовшої серії $l_{\max}(n)$.

4. Знаходиться табличне значення $l(n)$.

5. З довірчою вірогідністю 0,95 гіпотеза про відсутність тренда відкидається, якщо порушується хоч би одна з наступних нерівностей,

$$v(n) > \left[(2n-1)/3 - 1,96\sqrt{(16n-29)/90} \right],$$

$$l_{\max}(n) \leq l(n), \quad (5)$$

де квадратні дужки нерівності означають цілу частину числа.

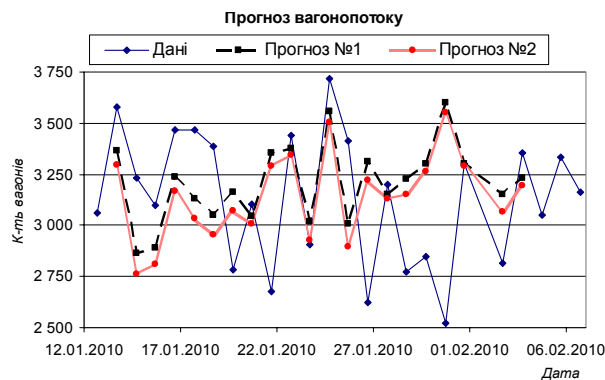


Рис. 1. Графіки прогнозування рівнів часових рядів на основі методу логістичного відображення

Відзначимо, що для представленого у цій роботі прикладу, табл. 1, далі табл. 2, з довірчою вірогідністю 0,95 тенденція у рівнях ряду відсутня: обидві нерівності (5) виконуються,

$$v(n) > \left[(2n-1)/3 - 1,96\sqrt{(16n-29)/90} \right]; \quad 25 > 17;$$

$$l_{\max}(n) \leq l(n); \quad 3 < 6.$$

У зв'язку із наведеною оцінкою властивостей досліджуваного часового ряду отримані у табл. 1 прогнозні оцінки його рівнів можна вважати достатніми для практики.

Порівняльний аналіз результатів прогнозування рівнів часових рядів на основі лінійної, квадратичної моделей та ковзної середньої

Розглянемо питання порівняльного аналізу можливостей прогнозування рівнів часових рядів на основі лінійної, квадратичної моделей та ковзної середньої, коли використовуються три (МА(3) або КС(3)) чи п'ять рівнів (МА(5) або КС(5)). Відповідні вихідні дані, коли по суті «тренду не-

має», та результати прогнозування на основі цих моделей дані у табл. 2 та на рис. 2 – 4. Для кожної із перелічених моделей процесу, побудованих на основі методу найменших квадратів, було виконано перевірку адекватності на основі методики [1, 5, 8]. Застосування критерію Дарбіна-Уотсона підтвердило неадекватність цих моделей. Разом з тим запропонована модель УЛВ на основі (1), досліджена тим же методом, виявилась адекватною.

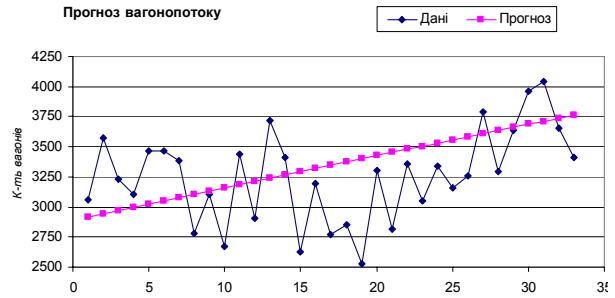


Рис. 2. Прогноз обсягів вагонопотоку на основі квадратичної моделі

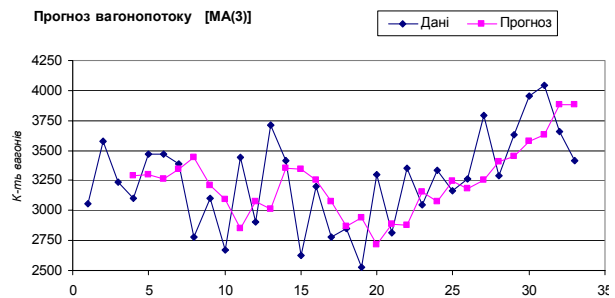


Рис. 3. Прогноз обсягів вагонопотоку на основі ковзної середньої для МА(3)

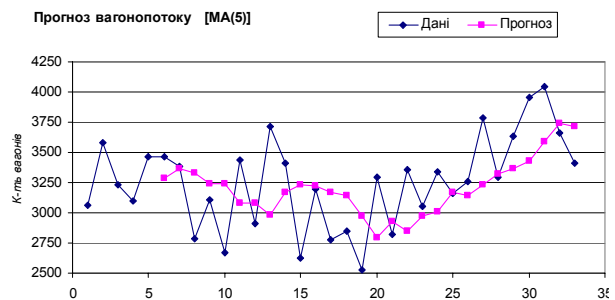


Рис. 4. Прогноз обсягів вагонопотоку на основі ковзної середньої для МА(5)

Наведений приклад аналізу та прогнозування часових рядів приводить до такого висновку. За рахунок запропонованого методу підбору параметрів моделей детермінованого хаотичного процесу (1) вдалося отримати таку послідовність прогнозованих рівнів ряду, яка дозволяє вважати модельні значення адекватними відповідно вихідного часового ряду. При цьому оперативні прогнозні значення рівнів часового ряду на один та два кроки мають похибку, що не перевищує 12 %, табл. 1.

**Прогнозування рівнів часових рядів на основі лінійної,
квадратичної моделі та ковзної середньої**

Дані	Похибка (%)	Лінійна	Похибка (%)	Квадратична	Похибка (%)	КС(3)	Похибка (%)	КС (5)
3059		2934	4,10	2916	4,68			
3577		2959	17,27	2943	17,71			
3232		2985	7,64	2971	8,08			
3100		3011	2,88	2998	3,28	3289	6,11	
3465		3036	12,37	3026	12,68	3303	4,68	
3468	5,23	3062	11,71	3053	11,97	3266	5,8	3287
3388	0,58	3088	8,87	3080	9,09	3344	1,29	3368
2782	19,72	3113	11,90	3107	11,68	3440	23,66	3331
3103	4,43	3139	1,15	3134	1,00	3213	3,53	3241
2674	21,21	3164	18,34	3161	18,22	3091	15,59	3241
3163	0,28	3549	12,20	3558	12,48	3248	2,68	3172
3261	3,57	3575	9,62	3584	9,89	3183	2,38	3145
3790	14,69	3600	5,01	3609	4,76	3253	14,16	3233
3293	0,83	3626	10,11	3635	10,39	3405	3,39	3320
3635	7,33	3651	0,45	3661	0,71	3448	5,14	3369
3957	13,36	3677	7,07	3687	6,84	3573	9,71	3428
4043	11,27	3703	8,42	3712	8,18	3628	10,26	3587
3658	2,34	3728	1,92	3738	2,18	3878	6,02	3744
3413	8,91	3754	9,99	3763	10,26	3886	13,86	3717
4446	15,85	3780	14,99	3788	14,79	3705	16,67	3741

Висновки

У роботі досліджено можливості оперативного прогнозування недетермінованих процесів, поданих часовими рядами, на основі моделі узагальненого логістичного відображення. Запропоновано рекурентну процедуру розрахунку прогнозних оцінок рівнів часових рядів. Порівняльний аналіз результатів прогнозування на основі запропонованої моделі показав, що вона є адекватною і має переваги перед декількома загальноприйнятими моделями. Оцінки похибок оперативних прогнозів, розрахованих на основі запропонованої моделі, свідчать про її практичну придатність.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

- Андерсен, Т. Статистический анализ временных рядов [Текст] / Т. Андерсен. – М.: Мир, 1976. – 680 с.
- Иванов, В. В. Анализ временных рядов и прогнозирование экономических показателей [Текст] / В. В. Иванов. – Х.: ХНУ, 1999. – 230 с.
- Ширяев, А. Н. Основы стохастической финансовой математики [Текст] / А. Н. Ширяев. – Т. 1. Факты. Модели. – М.: ФАЗИС, 1998. – 512 с.
- Петерс, Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике [Текст] / Э. Петерс. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
- Сергеева, Л. Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса) [Текст] / Л. Н. Сергеева. – Запорожье: Запорожский гос. ун-т, 2002. – 227 с.
- Безручко, Б. П. Математическое моделирование и хаотические временные ряды [Текст] / Б. П. Безручко, Д. А. Смирнов. – Саратов: Гос. УНЦ «Колледж», 2005. – 320 с.
- Шарапов, О. Д. Экономична кібернетика [Текст] : навч. посібник / О. Д. Шарапов, В. Д. Дербенцев, Д. Є. Семьонов. – К.: КНЕУ, 2004. – 231 с.
- Моделі і методи соціально-економічного прогнозування [Текст] : підручник / В. М. Геєць [та ін.]. – Х.: Видавн. дім «ІНЖЕК», 2005. – 396 с.
- Скалозуб, В. В. Метод прогнозування часових рядів на основі логістичного відображення [Текст] / В. В. Скалозуб, І. В. Клименко // Тез. докл. V Межд. науч.-практ. конф. «Современные информационные технологии на транспорте, в промышленности и образовании». – Д., 2011. – С. 67-68.

Надійшла до редколегії 11.05.2011.

Прийнята до друку 19.05.2011.