

## МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПОКАЗНИКІВ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ТЯГИ В ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМАХ ЇЇ РОБОТИ.

### 1. ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ

У статті запропоновано три методи визначення енергетичних показників і непродуктивних втрат електроенергії в системі тягового електропостачання постійного струму, оснований на сучасному математичному апараті аналізу електричних величин, які є випадковими функціями часу.

*Ключові слова:* енергетичні показники, спектральний аналіз, перетворення Фур'є

В статье предложено три метода определения энергетических показателей и непродуктивных потерь электроэнергии в системе тягового электроснабжения постоянного тока, основанных на современном математическом аппарате анализа электрических величин, которые являются случайными функциями времени.

*Ключевые слова:* энергетические показатели; спектральный анализ; преобразование Фурье

In the article three methods for determination of the wasteful losses of electric energy in a system of DC traction supply based upon the advanced mathematical techniques for analysis of electric values, which are random functions of time, are suggested.

*Keywords:* energy factors; spectral analysis; Fourier transformation

#### Вступ. Сутність енергетичних показників

Існуюча на сьогоднішній день в електричних колах систем електротяги традиційна класична система показників ефективності електроенергетичних процесів включає в себе наступні показники, що подані в роботах О. Масвського [1] та Г. Зінов'єва [2]: коефіцієнт зсуву фаз основної гармоніки несинусоїдного струму відносно вхідної синусоїдної напруги ( $\cos \varphi_{(1)}$ ); коефіцієнт спотворення форми струму по відношенню до форми напруги ( $v$ ); коефіцієнт несиметрії навантаження по фазах ( $K_{HC}$ ); коефіцієнт нерівномірності споживання електроенергії ( $K_{HP}$ ). Ці коефіцієнти базуються на співвідношеннях відповідних потужностей активної  $P$ , реактивної  $Q_{(1)}$ , спотворення  $D$ , несиметрії  $H_C$ , нерівномірності  $H_P$  та повної  $S$ . Автори [1, 2] розглядали системи лише з вхідною синусоїдною напругою. Тому  $\cos \varphi_{(1)}$ ,  $P$  і  $Q_{(1)}$  визначались лише для першої гармоніки. У випадку несинусоїдних напруги та струму коефіцієнт  $\cos \varphi$  буде коефіцієнтом зсуву за фазою між кривими напруги та струму, потужність  $Q$  буде реактивною потужністю по Будеану  $Q_B$ , а потужність  $P$  буде обумовлена однойменними гармоніками напруги і струму. Тому зазначені коефіцієнти визначаються через ці потужності, як складові повної потужності  $S$ , таким чином:

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q_B^2}}; \quad (1)$$

$$v = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2}}{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2}}; \quad (2)$$

$$K_{HC} = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2}}{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2}}; \quad (3)$$

$$K_{HP} = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2}}{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2 + H_P^2}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q_B^2 + D^2 + H_C^2}}{S}. \quad (4)$$

Загальним показником в цій системі є коефіцієнт потужності  $\lambda$ , який об'єднує мультиплікативно всі локальні коефіцієнти (1) – (4) за виразом:

$$\lambda = \frac{P}{S} = (\cos \varphi) \cdot v \cdot K_{HC} \cdot K_{HP}. \quad (5)$$

Стосовно системи електротяги у класичному розумінні коефіцієнт потужності  $\lambda$ , по-перше, визначає ступінь використання повної потужності  $S$ , підведеної взагалі до тягової підстанції чи до електрорухомого складу зокрема. По-друге, величина  $\lambda$  також характеризує втрати активної потужності в силових тягових колах

електрорухомого складу і в тяговій мережі електропостачання.

Слід зауважити, що коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$  не завжди є достатньо очевидним енергетичним показником (для кіл і режимів, у яких потужності  $D \neq 0$ ,  $H_C \neq 0$ ,  $H_P \neq 0$ ), і тому в останні роки в тяговому електропостачанні, подібно промислового, в якості звітної величини використовують коефіцієнт реактивної потужності:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q_B}{P}, \quad (6)$$

який є більш енергетично практичним показником. Дійсно, наприклад, при  $\cos \varphi = 0,95$  величина  $\operatorname{tg} \varphi = 0,33$ . Отже, хоча  $\cos \varphi$  близький до 1, але споживана реактивна потужність  $Q_B$  складає майже 1/3 від активної, тобто порівняно велика.

Викладена вище система енергетичних показників базується на гармонійному підході і тому, по-перше, може призвести до невизначеності та ускладнень при характеристиці потоків енергії, коли вже треба оперувати з інтегралами функцій енергії. По-друге, вона володіє негативними сторонами, що обумовлюють неоднозначність розв'язання проблеми оцінки ефективності процесів передачі, споживання і перетворення електроенергії. Тому розглянута вище система (1)–(4) повинна бути доповнена іншими показниками, які б у першу чергу оцінювали ступінь споживання реактивної енергії й тим самим ступінь якості електроенергії. Таким показником, на нашу думку, можуть бути непродуктивні (додаткові) втрати електроенергії в елементах системи електротяги, бо лише вони базуються на усіх факторах неякісності енергії і відображають економічну сторону як енергопостачання, так і енергоспоживання [3]. Ці втрати характеризують не лише технічну сторону транспортування електроенергії від тягової підстанції до електрорухомого складу, але і якість організації та контролю електроенергетичних процесів в системі електричної тяги.

Для отримання формул додаткових втрат електроенергії скористаємося концепцією С. Фризе [4, 3]. Він запропонував будь-якого споживача зі струмом  $i(t)$  довільної форми представляти паралельним з'єднанням резистивного елемента  $R$ , що відображає споживану активну електроенергію, та реактивного елемента  $X$ , що характеризує споживання неактивних складових потужностей: реактивної потужності та потужності спотворення. Вважається, що у вітці з елементом  $R$  протікає активна складова струму  $i_a(t)$ , яка співпадає за формою

з прикладеною до споживача напругою  $u(t)$ . По елементу  $X$  протікає реактивна складова  $i_p(t)$ , що ортогональна до напруги  $u(t)$ . Тоді для довільного інтервалу часу  $[0 \dots \tau]$  імпульсу перехідного  $i(t)$  його можна представити сумою:

$$i(t) = i_a(t) + i_p(t), \quad (7)$$

чи

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i^2(t) dt &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_a^2(t) dt + \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_p^2(t) dt, \\ \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_p^2(t) dt &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i^2(t) dt - \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_a^2(t) dt. \end{aligned} \quad (8)$$

Помноживши всі складові (8) на  $\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt$ ,

отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_p^2(t) dt &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i^2(t) dt - \\ &- \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_a^2(t) dt. \end{aligned} \quad (9)$$

Ліва частина виразу (9) характеризує реактивну потужність Фризе  $Q_{\text{Фт}}$ , що споживається на інтервалі  $[0 \dots \tau]$ , тобто

$$Q_{\text{Фт}}^2 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_p^2(t) dt. \quad (10)$$

Тоді непродуктивні (додаткові) втрати активної електроенергії в споживачі  $R$  будуть визначатися виразом:

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{дт}} &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau R \cdot i_p^2(t) dt = \\ &= \frac{Q_{\text{Фт}}^2 \cdot R}{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt} = \frac{P_\tau^2 \cdot R}{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt} \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $Q_{\text{Фт}}$  та  $P_\tau$  – реактивна та активна потужності, що споживаються навантаженням  $R$ .

### Теоретичні передумови методів

Як впливає із виразів (1)–(6) і (11), для визначення потужностей, як енергетичних характеристик, а, отже, і власне енергетичних показників необхідно знання часових функцій перехідних напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$ . Ці зале-

жності можуть бути одержані або експериментальними дослідженнями на діючих енергодільняках залізниць, або моделюванням в умовах лабораторій. Задача визначення складових повної потужності на основі несинусоїдних кривих  $u(t)$  та  $i(t)$  вже розв'язувалась авторами робіт [5 – 7], але то були дослідження для часових залежностей неперервних технологічних коливань випрямних напруги і струму в установлених режимах для добових і місячних реєстрів. В той же час, як показує практика досліджень, в перехідних, і особливо в аварійних, режимах залежності  $u(t)$  та  $i(t)$  являють собою одинокі короточасні, тривалістю  $\tau$ , неперіодичні імпульси довільної форми, наприклад, вигляду рис. 1. Для визначення енергетичних показників системи електричної тяги у режимах з такими імпульсами пропонуються наступні три методи.

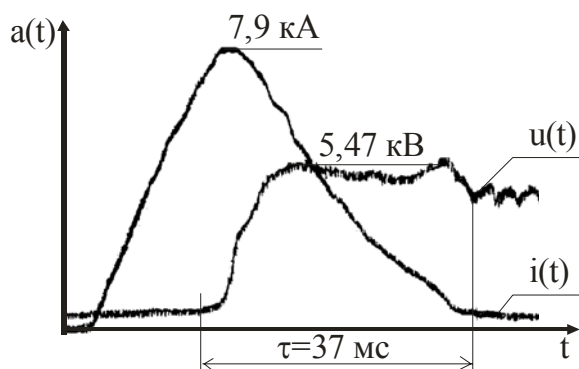


Рис. 1. Осцилограми перехідних фідерних напруги  $u(t)$  та струму  $i(t)$  при вимиканні швидкодіючим вимикачем типу АБ-2/4 короткого замикання в тяговій мережі

**Перший**, назвемо його **методом наближення**, полягає в такому. Для заданих графічно (осцилограм) чи таблицно перехідних  $u(t)$ ,  $i(t)$  (позначимо їх однією функцією  $a(t)$ ) знаходять наближені аналітичні вирази, тобто здійснюють їх аналітичну апроксимацію за критеріями збіжності або інтерполяцію. Особливістю і важливістю цих математичних операцій при розв'язанні поставлених енергетичних задач є те, що апроксимуючи ці інтерполюючі функції  $f(t)$  повинні найбільш точно відображати перехідні величини  $a(t)$ , інакше буде загублена важлива інформація, що призведе до неточних кінцевих результатів. Тому із усіх відомих у математиці критеріїв збіжності, збіжність в кожній точці

$$a(t) = \lim_{k \rightarrow \infty} f_k(t) \text{ в області } [0 \dots \tau],$$

рівномірна збіжність

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left( \max |a(t) - f_k(t)| \right) = 0,$$

збіжність у середньоквадратичному

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int |a(t) - f_k(t)|^2 dt = 0,$$

найбільш доцільним для апроксимації є перший, найбільш жорсткий, критерій. Система функцій  $f_1(t), f_2(t), \dots, f_k(t), \dots, f_\infty(t)$  в аналітичних виразах критеріїв збіжності являє собою функції, комбінацією яких можна представити перехідну величину  $a(t)$  (чи то напругу, чи то струм). При виборі методу наближення складної за формою  $a(t)$ , апроксимація чи інтерполяція, перевагу треба віддавати апроксимації, оскільки у цьому випадку інтерполяційний многочлен буде дуже високого порядку, що робить розрахунки недопустимо громіздкими. Більш того, не для всякої перехідної  $a(t)$  можливо простими способами побудувати многочлен, що забезпечує рівномірну збіжність до  $a(t)$  (якщо вона необхідна).

У подальшому розглядуваний метод полягає у визначенні енергетичних показників за виразами (1)–(6) і (11), в яких потужності оцінюють за нижченаведеними формулами на основі апроксимованих перехідних  $u(t)$ ,  $i(t)$ , а саме:

- миттєву потужність на інтервалі  $[0 \dots \tau]$  існування імпульсу перехідної величини визначають як:

$$p_\tau(t) = u(t) \cdot i(t); \quad (12)$$

- активну потужність за той же інтервал часу за виразом:

$$P_\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau p_\tau dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u(t) \cdot i(t) dt. \quad (13)$$

- повну потужність як:

$$S_\tau = U_\tau \cdot I_\tau, \quad (14)$$

де  $U_\tau$ ,  $I_\tau$  – діючі значення напруги і струму за інтервал часу  $[0 \dots \tau]$ :

$$U_\tau = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u^2(t) dt}; \quad I_\tau = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau i^2(t) dt}. \quad (15)$$

Для визначення реактивної потужності існує багато методів і підходів і це питання залишається дискусійним до цього часу. Найбільш перспективним підходом до визначення цієї неактивної складової є концепція С. Фризе [4], яка направлена на збереження функціонального характеру описання енергетичних властивостей кіл при синусоїдних і несинусоїдних процесах. В цьому випадку реактивна потужність за Фризе визначається за виразом:

$$Q_{\Phi\tau} = \sqrt{S_{\tau}^2 - P_{\tau}^2} . \quad (16)$$

У другому методі, методі «дискретної електротехніки» аналогові імпульси перехідних  $u(t)$  та  $i(t)$  (у подальшому те ж як  $a(t)$ ) шляхом дискретизації з певним інтервалом часу  $\Delta t$  перетворюють в імпульси, які містять масиви  $N$  значень (відліків) досліджуваної величини  $a(t)$  (рис. 2):  $a_1 = a(t_1)$ ;  $a_2 = a(t_2)$ ; ...,  $a_n = a(t_n)$ ; ...,  $a_N = a(t_N)$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  
 $\Delta t = \frac{\tau}{N}$  – інтервал дискретизації в реальному масштабі часу, вибір якого є дуже важливою операцією і його треба здійснювати виходячи із характеру зміни досліджуваної величини  $a(t)$ .

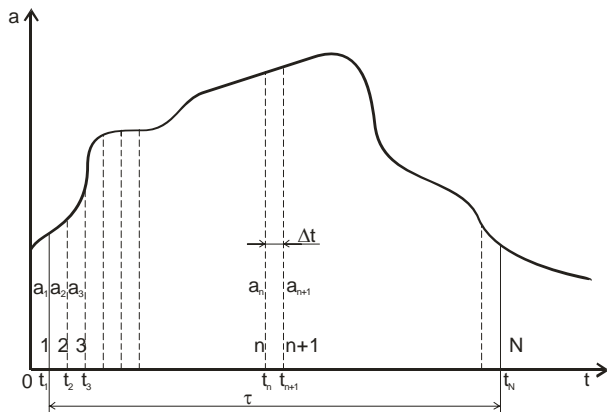


Рис. 2. Дискретизація неперервного імпульсу перехідної величини  $a(t)$

Останній може бути отриманий аналізом схеми досліджуваного пристрою чи системи, принципу її функціонування, вимог до  $a(t)$ , взаємних зв'язків між елементами тощо. У першому наближенні аналоговий імпульс-функція  $a(t)$  може бути адекватно представлений дискретними відліками, якщо його частота не перевищує половини частоти Найквіста (частоти дискретизації). Для точних розрахунків можна зробити припущення про максимальну (верхню)  $f_B$  і мінімальну (нижню)  $f_H$  частоти у спектрі перехідної величини або (у крайньому випадку на основі власного досвіду або непрямих передумов) можна задатись цими величинами і визначити  $\Delta t$  за теоремою Котельникова [8], згідно з якою будь-яка функція  $a(t)$ , спектр якої не містить складових з частотами вище певного значення  $\omega_B = 2\pi f_B$ , може бути без втрат інформації представлена своїми дискретними відліками  $a_1, a_2, \dots, a_n$  (рис. 2), взятими з інтервалом  $\Delta t$ , який визначається за такою нерівністю:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B} = \frac{\pi}{\omega_B} . \quad (17)$$

Дослідження також показують, що ефективно правильний результат відносно  $\Delta t$  при аналізі змін напруг і струмів навантаження дає оціночна формула [9]:

$$\Delta t = (0,1 \dots 0,25) T_1 ,$$

де  $T_1$  – найменший середній термін часу циклу роботи пристрою чи системи.

У подальшому, після визначення  $\Delta t$  дискретизації імпульсів перехідної напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$  і визначення їх відліків, згідно з розглядуваним методом, а, отже, і рис. 2, необхідні потужності розраховують таким чином [5].

Активну потужність  $P_{\tau}$ , згідно (13), знаходять як середнє арифметичне за інтервал  $[0 \dots \tau]$ :

$$P_{\tau} = \frac{\sum_{n=1}^N u_n \cdot i_n}{N} , \text{ або } P_{\tau} = \frac{\sum_{n=1}^N P_n}{N} , \quad (18)$$

де  $u_n, i_n, p_n$  –  $n$ -і значення напруги, струму або миттєвої потужності;

$N$  – загальна кількість точок дискретизації за термін часу  $[0 \dots \tau]$ .

На перший погляд, активну потужність  $P_{\tau}$  для розглянутих режимів можна визначити і як добуток середніх за час споживання енергії системою напруги  $U_{cp}$  та струму  $I_{cp}$ :

$$P_{cp} = U_{cp} \cdot I_{cp} ,$$

$$\text{де } U_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n , I_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N i_n .$$

Однак значення потужності  $P_{\tau}$  в цьому разі будуть менш точні, бо тоді вона визначається лише потужністю нульової гармоніки (якщо припустити можливість розкладання  $u(t)$  та  $i(t)$  в ряд Фур'є) оскільки  $U_{cp} = U_{(0)}$ ,  $I_{cp} = I_{(0)}$ .

Для визначення повної потужності  $S_{\tau}$  також застосовують формулу (14), в якій діючі значення  $U_{\tau}$  та  $I_{\tau}$  знаходять як середні квадратичні за  $\tau$  від дискретних значень (рис. 2):

$$U_{\tau} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N u_n^2}{N}} ; \quad (19)$$

$$I_{\tau} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N i_n^2}{N}}. \quad (20)$$

Реактивну потужність за Фризе визначають за формулою (16), а енергетичні показники – також за виразами (1)–(6) і (11).

**Третій метод**, який можна назвати **методом цифрового спектрального аналізу**, базується на гармонійному аналізі імпульсів перехідних напруги і струму, що виконується за допомогою дискретного перетворення Фур'є. Для цього замість реально отриманого одного імпульсу перехідної величини  $a(t)$  (типу рис. 1 і 2) думкою утворимо періодичну (з довільним періодом  $T$ ) послідовність таких імпульсів (рис. 3).

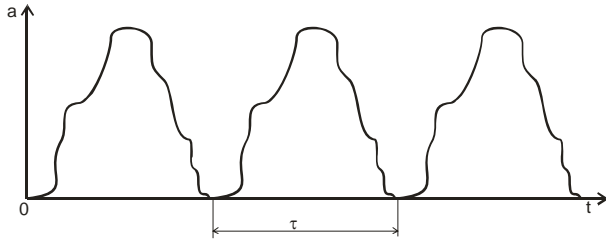


Рис. 3. Утворення періодичної імпульс-функції  $a(t)$

Тепер несинусоїдну функцію-імпульс  $a(t)$  можна розглядати не на інтервалі  $[0 \dots \tau]$  її існування, а продовжену періодично поза інтервалом  $[0 \dots \tau]$ . Тобто неперіодична імпульс-функція  $a(t)$  перетворена в періодичну з періодом  $T$ , для якої є чинним розкладання в ряд Фур'є в дійсній класичній формі:

$$a(t) = A_{m(\kappa)} \sin(\kappa\omega t + \psi_{a(\kappa)}), \quad (21)$$

де  $A_{m(\kappa)}$ ,  $\psi_{a(\kappa)}$  – амплітуда і початкова фаза  $\kappa$ -ої гармоніки ряду, які визначаються із комплексної амплітуди  $\underline{A}_{m(\kappa)} = A_{m(\kappa)} e^{-j\psi_{a(\kappa)}}$ , що знаходиться за відомим виразом [10]:

$$\underline{A}_{m(\kappa)} = \frac{2}{T} \int_0^T a(t) e^{-j\kappa\omega t} dt. \quad (22)$$

Однак функція  $a(t)$  є несинусоїдною і довільної, часто дуже складної, форми, тому застосування для її спектрального аналізу класичного Фур'є-аналізу практично утруднено, доцільним є використання дискретного перетворення Фур'є [11, 12]. Для цього, як і в другому методі, здійснимо дискретизацію з інтервалом  $\Delta t$  імпульс-функції  $a(t)$ , як це зроблено на рис. 2. Тоді значення  $a_n = a(n \cdot \Delta t)$  є відліками тепер вже періодичної (рис. 3) аналогової функції

$a(t)$  у вигляді послідовності дельта-функції, «зваженої» відліками  $a(n \cdot \Delta t)$  аналогової функції  $a(t)$  (рис. 4) [13]:

$$a(t) = \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) \delta(t - n \cdot \Delta t). \quad (23)$$

Підставивши (23) в (22), отримаємо

$$\underline{A}_{m(\kappa)} = \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) \delta(t - n \cdot \Delta t) \cdot e^{-j\kappa\omega t} dt. \quad (24)$$

Оскільки  $a(n \cdot \Delta t)$  є константами (незалежними від  $t$ ), а функція  $\delta(t - n \cdot \Delta t)$  дорівнює нулю за будь-якого  $t$  окрім  $t = n \cdot \Delta t$ , тоді (24) можна переписати у вигляді:

$$\underline{A}_{m(\kappa)} = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) \int_0^T \sum_{n=1}^N \delta(n \cdot \Delta t) e^{-j\kappa\omega t} dt. \quad (25)$$

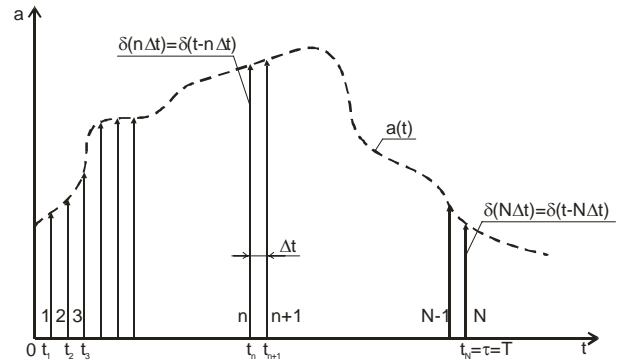


Рис. 4. Дискретизований імпульс-функція  $a(t)$  у вигляді послідовності дельта-функцій

Врахуємо фільтруючу властивість дельта-функції [11, 12], яка полягає у тому, що якщо ця функція присутня під інтегралом у якості множника, то результат інтегрування буде дорівнювати значенню іншої підінтегральної функції (чи виразу) у тій точці (часу), де зосереджена дельта-функція, незалежно від меж інтегрування. Тоді вираз (25) набуде вигляду:

$$\underline{A}_{m(\kappa)} = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^N a(n \cdot \Delta t) e^{-j\kappa\omega \Delta t}. \quad (26)$$

В (26) спектр є дискретним з частотною відстанню між гармоніками, яка, згідно рис. 4, дорівнює

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2n}{N \cdot \Delta t}. \quad (27)$$

З урахуванням (27) і того, що  $a(n \cdot \Delta t)$  – це значення відліків і тому  $a(n \cdot \Delta t) = a(n)$ , вираз (26) можна записати у вигляді:

$$\underline{A}_{m(\kappa)} = \frac{2}{N \cdot \Delta t} \sum_{n=1}^N a(n) e^{-j \frac{2\pi n \kappa}{N}} \quad (28)$$

Отже, комплексна амплітуда дискретного ряду Фур'є представляє собою лінійну комбінацію відліків  $a(n)$  дискретизованого імпульсу перехідної величини  $a(t)$ .

У виразі (28) реальний масштаб часу фігурує лише у множнику  $\frac{1}{\Delta t}$  перед оператором додавання. При аналізі дискретних послідовностей зазвичай оперують номерами відліків (1, 2, ..., n, ..., N, рис. 2 і 4) та спектральних гармонік без прив'язки до дійсного масштабу часу і частоти [12]. Тому множник  $\frac{1}{\Delta t}$  вилучимо із виразу (28), тобто будемо вважати частоту дискретизації рівною одиниці. І тоді остаточний вираз комплексної амплітуди « $\kappa$ »-ої гармоніки буде:

$$\underline{A}_{m(\kappa)} = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N a(n) e^{-j \frac{2\pi n \kappa}{N}} = A_{m(\kappa)} \cdot e^{j\psi_{a(\kappa)}}, \quad (29)$$

який і є виразом дискретного перетворення Фур'є аналогового імпульса-функції  $a(t)$ .

Після визначення  $A_{m(\kappa)}$  та  $j\psi_{a(\kappa)}$  за цим виразом та запису ряду Фур'є за виразом (21) потужності  $P_\tau$  і  $S_\tau$  знаходять за відомими класичними формулами теорії кіл несинусоїдного струму, а саме:

- активну потужність:

$$P_\tau = \sum_{\kappa=0} U_{m(\kappa)} \cdot I_{m(\kappa)} \cdot \cos \varphi_{(\kappa)};$$

- повну потужність:

$$S_\tau = U_\tau \cdot I_\tau,$$

де  $U_\tau = \sqrt{U_{(0)}^2 + U_{(1)}^2 + U_{(2)}^2 + \dots + U_{(\kappa)}^2 + \dots}$ ,

$$I_\tau = \sqrt{I_{(0)}^2 + I_{(1)}^2 + I_{(2)}^2 + \dots + I_{(\kappa)}^2 + \dots};$$

- реактивну потужність за Фризе визначають за формулою (16), а енергетичні показники також за виразами (1)–(6) і (11).

На основі отриманих вище теоретичних викладок, у наступній статті авторів будуть представлені чисельні розрахунки показників якості електроенергії для аварійних режимів короткого замикання, експерименти яких були проведені на одній з діючих ділянок системи тягового електропостачання постійного струму ДП «Придніпровська залізниця».

1. Маевский, О. А. Энергетические показатели вентиляльных преобразователей [Текст] / О. А. Маевский. – М.: Энергия, 1978. – 320 с.
2. Зиновьев, Г. С. Прямые методы расчета энергетических показателей вентиляльных преобразователей [Текст] / Г. С. Зиновьев. – Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 1990. – 220 с.
3. Костін, М. О. Зниження непродуктивних втрат електроенергії – найважливіша задача підвищення ефективності електроспоживання системами електричної тяги [Текст] / М. О. Костін, П. С. Михаліченко, А. В. Петров // Заліз. трансп. України. – 2009. – № 2. – С. 43-44.
4. Fryse, S. Wirk – Blind – und Scheinleistung in elektrischen stromkreisen min nichtsinusformigen Verfah von Strom und Spannung // Elektrotechn. Z. – 1932. – V. 25. – S. 596-599; V. 26. – S. 625-627; V. 27. – S. 700-702.
5. Костін, М. О. Методи визначення потужностей в системах зі стохастичними електроенергетичними системами [Текст] / М. О. Костін // Технічна електродинаміка. Тем. вип. ПСЕ. – 2006. – Ч. 6. – С. 3-8.
6. Петров, А. В. Методи спектрального аналізу випадкових коливань напруги та струму фідера тягової підстанції постійного струму [Текст] / А. В. Петров // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – 2010. – Вип. 34. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2010. – С. 52-56.
7. Костин, Н. А. Методы определения составляющих полной мощности в системах электрической тяги [Текст] / Н. А. Костин, А. В. Петров // Технічна електродинаміка. – 2011. – Вип. 5. – С. 39-43.
8. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы [Текст] / И. С. Гоноровский. – М.: Сов. радио, 1977. – 608 с.
9. Электромагнитная совместимость электроприемников промышленных предприятий [Текст] / под ред. А. К. Шидловского. – К.: Наук. думка, 1992. – 236 с.
10. Основы теории цепей [Текст] / под ред. Г. В. Зевеке. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
11. Марпл-мл., С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения [Текст] / С. Л. Марпл-мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
12. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов [Текст] / А. Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
13. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст] : Т. 3 / Г. М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1966. – 656 с.

Надійшла до редколегії 21.03.2011.

Прийнята до друку 30.03.2011.