

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

УДК [621.822.1:621.166]:539.4

В. С. ЛОВЕЙКІН¹, Ю. В. ЧОВНЮК², А. П. ЛЯШКО^{3*}

¹Каф. «Конструювання машин і обладнання», Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 12, Київ, Україна, 03041, тел. +38 (044) 527 87 34, ел. пошта lovvs@ukr.net, ORCID 0000-0003-4259-3900

²Каф. «Конструювання машин і обладнання», Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 12, Київ, Україна, 03041, тел.+38 (044) 527 87 34, ел. пошта uchovnyuk@ukr.net, ORCID 0000-0002-0608-0203

^{3*}Каф. «Конструювання машин і обладнання», Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 12, Київ, Україна, 03041, тел.+38 (093) 584 60 80, ел. пошта laskoanastasia1989@gmail.com, ORCID 0000-0002-3774-3348

ОСОБЛИВОСТІ КОЛИВАНЬ ПРИВОДНИХ МЕХАНІЗМІВ РОТОРІВ

Мета. Наукова робота присвячена вивченню впливу динамічних коефіцієнтів сегментних підшипників (коефіцієнтів опору і циркуляційної сили) на стійкість й субгармонійні автоколивні складові коливань ротора у нестійкій області частот обертання. **Методика.** Дослідження базується на методах: теорії коливань механічних систем із зосередженими параметрами; функцій Лагранжа; лінійної алгебри. **Результати.** Дослідниками зроблено: а) обґрунтування дискретної двомасової моделі незбалансованого ротора, в якій враховані впливи на його обертання динамічних коефіцієнтів; б) аналіз та вдосконалення методів інженерних розрахунків стійкості та параметрів субгармонічних автоколивань у нестійкій області частот обертання ротора; в) встановлення та класифікація основних причин роторних вібрацій, конструктивних чи тих, що виникли при виготовленні, складанні та експлуатації машин, а з іншої сторони, специфічних для роторних систем неконсервативних сил, які призводять при певних умовах до автоколивань; г) визначення (ідентифікація) характерних особливостей/відмінності роторних вібрацій, котрі полягають у тому, що у переважній більшості випадків вони пов'язані з поперечними коливаннями роторів, у той час як крутні чи поздовжні коливання відіграють незрівнянно меншу роль, і тому останніми у даному дослідженні знехтувано; д) показано, що характерною особливістю функціонування роторних систем сучасних машин і агрегатів є відсутність прямого зв'язку рівня вібрації із величиною потужності, яка передається через них чи виробляється двигуном. **Наукова новизна.** У роботі авторами вперше враховані нелінійні реакції прошарку змащення підшипників, а саме: коефіцієнти опору та циркуляційної сили, які визначають динамічні коефіцієнти сегментних підшипників. **Практична значимість.** Уточнюються та суттєво вдосконалюються інженерні розрахунки стійкості та субгармонічних автоколивань ротора (незбалансованого) у нестійкій області частот його обертання. Результати даної роботи можуть бути використані для аналізу тих роторних систем, у яких при певних умовах можуть виникати вібрації, котрі не викликані якимись зовнішніми періодичними навантаженнями (або недосконалостями самого ротора) й умови їх виникнення не зв'язані з якимись (будь якими) резонансними співвідношеннями (тобто системи, в яких виникають самозбудження або автоколивання). Останні викликані дією неконсервативних сил циркуляційного типу (циркуляційні сили пов'язані з вектором переміщення ротора, а не з вектором швидкості, як це має місце в системах із «негативним» тертям). Оскільки вектор циркуляційних сил перпендикулярний до вектора переміщень ротора, то внаслідок цього такі сили можуть проявляти себе лише у механічних (роторних) системах із числом ступенів вільності руху більше одного. Окрім того, важливою особливістю циркуляційних сил є їх неконсервативність, тому результати роботи можна використати для дослідження неконсервативних роторних систем, які мають несиметричну (кососиметричну) матрицю коефіцієнтів.

Ключові слова: ротор; коливання; привід; особливості; двомасова модель

Вступ

Численні експериментальні дослідження [5] коливань приводів роторів показують, що у деяких випадках поряд з синхронною процесією з'являються несинхронні складові коливань ротора, зокрема субгармонійна складова з час-

тотою, яка дорівнює першій критичній частоті. Ця складова виникає при втраті стійкості обертання ротора [12]. Однак у деякій зоні частот обертання, яка перевищує граничну за стійкістю, амплітуди субгармоніки порівняно невеликі й практично знаходяться у припустимих грани-

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

цях. Тому сам факт втрати стійкості у низці випадків ще не означає настання аварійного стану, але може слугувати діагностичним попередженням про можливий небажаний його розвиток. Тому практичний інтерес становить вивчення закономірностей розвитку амплітуд субгармонійних складових.

Найбільш суттєвий внесок у дослідженні нелінійної динаміки роторних систем у підшипниках ковзання зробили М. Адамс, Є. Г. Голоскоков, В. А. Гробов, А. І. Гурін, Ф. М. Діментберг, І. Б. Карінцев, О. С. Кельзон, Я. Кісінські, М. В. Коровчинський, М. Я. Кушуль, Е. Л. Позняк, В. І. Сімоновський, А. Тондл, С. Шоу, М. Г. Шульженко [3, 4, 13, 23]. Проте автоколивні складові коливань ротора вивчені недостатньо.

Мета

Метою цієї роботи є вивчення впливу динамічних коефіцієнтів сегментних підшипників (коефіцієнтів опору і циркуляційної сили) на стійкість й субгармонійні автоколивні складові коливань ротора у нестійкій області частот обертання. Дослідження виконано за допомогою двомасової моделі, яка враховує нелінійні реакції прошарку змащення підшипників.

Методика

У роботі використані методи теорії коливань механічних систем із зосередженими параметрами. Математична модель коливань ротора базується на застосуванні диференціальних рівнянь, які отримані на основі встановленої функції Лагранжа. Для обчислення власних частот коливань ротора використані класичні методи лінійної алгебри.

Результати

Дискретна двомасова модель ротора. На рис. 1 наведена розрахункова схема ротора.

Дискретна двомасова модель будувалась відповідно до схеми, наведеною на рис. 2.

На рис. 2 позначено: $m_p = m_2$ – еквівалентна маса ротора; $m_n = m_1 + m_2$ – еквівалентна маса підшипників; $q = 2\delta\omega d_n$ – еквівалентний коефіцієнт циркуляційної сили; $d = 2d_n$ – еквівалентний коефіцієнт опору підшипників;

$f = 2f_n$ – еквівалентний коефіцієнт нелінійної частини реакції рідинного прошарку; $C = C_1 + C_2$ – еквівалентна жорсткість підшипників; ω – частота обертання ротора. Діапазони величин коефіцієнтів опору d_n , коефіцієнтів циркуляційних сил δ , нелінійного коефіцієнта жорсткості f_n , жорсткостей підшипників C_1 , C_2 варіюються при комп'ютерному дослідженні у межах значень, які вимірюються на експериментальному стенді за допомогою методів ідентифікації, викладених у [13].

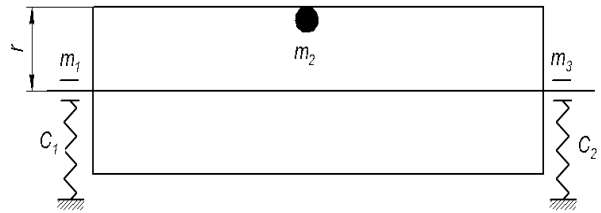


Рис. 1. Розрахункова схема модельного ротора

Fig. 1. Analytical model of rotor

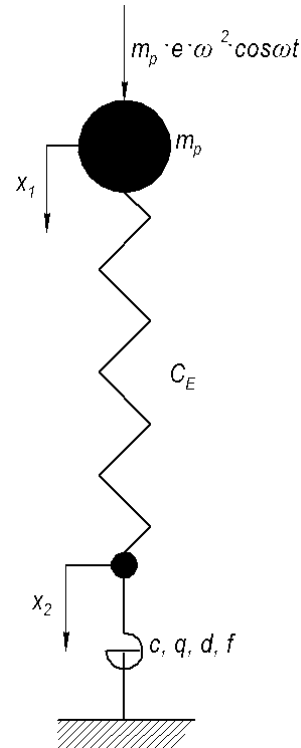


Рис. 2. Спрощена двомасова схема модельного ротора

Fig. 2. The simplified two-mass model of rotor

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

Коефіцієнти m_1 , m_2 , m_3 можна визначити на основі методу розрахунку еквівалентних мас тримасової моделі за даними розрахунку власних частот та форм коливань розрахункової моделі роторної системи [3].

Значення перших трьох критичних частот, визначених за допомогою дискретної тримасової моделі, відрізняються від обчислених на ПЕОМ (модель із застосуванням методу скінченних елементів) відповідно 1,3; 24,1; 2,4 %.

Припускаючи приблизну симетрію розміщення мас на валу, приймаємо еквівалентну схему, наведену на рис. 2 вище. Слід зазначити, що використання трьох і більшої кількості масових схем суттєво ускладнює математичну модель, що призводить до збільшення часу числового інтегрування (до 8–10 годин для розрахунку одного варіанта) й у низці випадків – до накопичення неприпустимих похибок. У той же час, як показують паралельні розрахунки (для співставлення), двомасова модель дає практично ті ж результати.

Рівняння динаміки ротора, які відповідають схемі рис. 3, записуються у вигляді:

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_1 + C_E (x_1 - x_2) = m_p e \omega^2 \cos(\omega t), \\ m_p \ddot{y}_1 + C_E (y_1 - y_2) = m_p e \omega^2 \sin(\omega t), \\ m_n \ddot{x}_1 + C_E (x_1 - x_2) + cx_2 + d\dot{x}_2 + qy_2 + fr^2 x_2 = 0, \\ m_n \ddot{y}_1 + C_E (y_1 - y_2) + cy_2 + d\dot{y}_2 - qx_2 + fr^2 y_2 = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де r – радіус опорних шийок ротора.

У (1) позначення: x_1 , y_1 – координати центру мас ротора; x_2 , y_2 – координати центрів перерізів під підшипниками.

Для зручності обчислень доцільно перейти до безрозмірного часу згідно з співвідношеннями:

$$\tau = \omega_6 t, \quad x(t) \rightarrow x(\tau),$$

$$\frac{dx}{dt} = \omega_6 \frac{dx}{d\tau}, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \omega_6^2 \frac{d^2x}{d\tau^2},$$

де ω_6 – базова частота обертання. Як базову частоту ω_6 беремо першу критичну частоту дискретної моделі.

Із врахуванням цих співвідношень система (1) набуває вигляду:

$$\begin{cases} m_p \omega_6^2 \ddot{x}_{1\tau\tau} + C_E (x_1 - x_2) = m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2 \cos(\bar{\omega}t), \\ m_p \omega_6^2 \ddot{y}_{1\tau\tau} + C_E (y_1 - y_2) = m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2 \sin(\bar{\omega}t), \\ m_n \omega_6^2 \ddot{x}_{1\tau\tau} + C_E (x_1 - x_2) + cx_2 + d\omega_6 \dot{x}_{2\tau} + qy_2 + fr^2 x_2 = 0, \\ m_n \omega_6^2 \ddot{y}_{1\tau\tau} + C_E (y_1 - y_2) + cy_2 + d\omega_6 \dot{y}_{2\tau} - qx_2 + fr^2 y_2 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

У (2) $\bar{\omega} = \omega/\omega_6$ – відносна частота; $C_E = 1/\delta_{22}$ – жорсткість валу, де δ_{22} – піддатливість валу, яка дорівнює прогину у точці розміщення маси m_2 від одиничної сили, прикладеної у тій самій точці.

Аналіз динаміки ротора: аналітичний підхід. Виходячи з системи (1), визначимо спочатку власні частоти коливань роторної системи. Їх можна знайти, розв'язавши рівняння:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

де $a_{11} = -m_p \omega^2 + C_E$; $a_{21} = a_{22} = 0$;
 $a_{31} = -m_n \omega^2 - C_E$; $a_{41} = 0$; $a_{12} = -C_E$;
 $a_{32} = C_E + C + i\omega d + fr^2$; $a_{42} = -q$; $a_{13} = 0$;
 $a_{23} = -m_p \omega^2 + C_E$; $a_{33} = 0$; $a_{43} = -m_n \omega^2 - C_E$;
 $a_{14} = 0$; $a_{24} = -C_E$; $a_{34} = q$;
 $a_{44} = C_E + C + i\omega d + fr^2$; $i^2 = -1$.

Для знаходження коренів (3) вважаємо, що всі коефіцієнти a_{kl} , $(k, l) = (\overline{1, 4})$ детермінанта (3), отримані за умови, коли $(x_{1,2}, y_{1,2}) \approx \exp(i\omega t)$, ω – шукана частота. У розгорнутому вигляді маємо замість (3) рівняння для визначення ω :

$$\begin{aligned} & (-m_p \omega^2 + C_E) \left\{ (-m_p \omega^2 + C_E) \times \right. \\ & \left. \times \left[(C_E + C + i\omega d + fr^2)^2 + q^2 \right] + C_E \times \right. \end{aligned}$$

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

$$\begin{aligned} & \times \left[(-m_p \omega^2 + C_E)(C_E + C + i\omega d + fr^2) \right] + \\ & \quad + C_E(m_n \omega^2 + C_E) \times \\ & \times \left[(m_n \omega^2 - C_E)(C_E + C + i\omega d + fr^2) + \right. \\ & \quad \left. + C_E(m_n \omega^2 + C_E) \right] = 0. \end{aligned}$$

Після нескладних перетворень матимемо:

$$\begin{aligned} & (-m_p \omega^2 + C_E)^2 \left[(C_E + C + i\omega d + fr^2)^2 + q^2 \right] + \\ & C_E^2 (m_n \omega^2 + C_E)^2 + 2(m_p \omega^2 - C_E) C_E \times \\ & \times (m_n \omega^2 + C_E)(C_E + C + i\omega d + fr^2) = 0. \quad (4) \end{aligned}$$

Рівняння (4) можна подати так:

$$\begin{aligned} & \left[(m_p \omega^2 - C_E)(C_E + C + i\omega d + fr^2) + \right. \\ & \quad \left. + C_E(m_n \omega^2 + C_E) \right]^2 + q^2(m_p \omega^2 - C_E) = 0. \quad (5) \end{aligned}$$

Рівняння (5) має два співмножники, кожний з яких визначає характерні частоти системи:

$$\begin{aligned} & (m_p \omega^2 - C_E)(C_E + C + i\omega d + fr^2) + \\ & \quad + C_E(m_n \omega^2 + C_E) + iq(m_p \omega^2 - C_E) = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (m_p \omega^2 - C_E)(C_E + C + i\omega d + fr^2) + \\ & \quad + C_E(m_n \omega^2 + C_E) + (-i)q(m_p \omega^2 - C_E) = 0; \end{aligned}$$

або

$$\begin{cases} (C_E + C + i\omega d + fr^2) + \frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{(m_p \omega^2 - C_E)} + iq = 0; \\ (C_E + C + i\omega d + fr^2) + \frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{(m_p \omega^2 - C_E)} - iq = 0; \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} (C_E + C + fr^2) + \frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{(m_p \omega^2 - C_E)} + i(\omega d + q) = 0; \\ (C_E + C + fr^2) + \frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{(m_p \omega^2 - C_E)} - i(-\omega d + q) = 0; \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} (C_E + C + fr^2) + \frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{(m_p \omega^2 - C_E)} + \\ \quad + i(q + \omega d) = 0; \\ (C_E + C + fr^2) + \frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{(m_p \omega^2 - C_E)} + \\ \quad + i(\omega d - q) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

З другого рівняння системи (6) випливає, що у роторній системі можливі три типи коливань:

- затухаючі у часі, коли $\omega d > q$;
- незатухаючі у часі, коли $\omega d = q$;
- наростаючі у часі, коли $\omega d < q$.

З першого рівняння системи (6) випливає, що у роторній системі можливі затухаючі коливання, інтенсивність затихання яких у часі пропорційна $\sqrt{q + \omega d}$.

Сама частота коливань системи визначається (за умови, що дисипативні процеси справляють незначний вплив на коливний процес) з виразу:

$$(C_E + C + fr^2) + \frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{(m_p \omega^2 - C_E)} \approx 0.$$

Знайдемо ці частоти коливань:

$$\begin{aligned} \omega^{(+)} &= \left[\frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{m_p(C_E + C + fr^2) + m_n C_E} \right]^{1/2}; \\ \omega^{(-)} &= - \left[\frac{C_E(m_n \omega^2 + C_E)}{m_p(C_E + C + fr^2) + m_n C_E} \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

Знаки (+) й (–) визначають напрям обертання валу (прямий та зворотний відповідно).

Частоти $\omega^{(+)}$ і $\omega^{(-)}$ визначають критичні значення частот обертання ротора, за яких у роторній системі можливі значення коливання.

Тепер дослідимо вимушені коливання роторної системи аналітичними методами.

Використовуючи рівняння системи (2), можна її аналітично розв'язати і записати розв'язки, які відповідають правій частині перших двох рівнянь вказаної системи.

Так, змінні $x_1(\tau)$, $x_2(\tau)$ обираємо у вигляді: $x_1(\tau) = A_1 \cos(\bar{\omega}\tau)$; $x_2(\tau) = A_2 \cos(\bar{\omega}\tau)$.

Для змінних $y_1(\tau)$, $y_2(\tau)$ обираємо розв'язок так: $y_1(\tau) = B_1 \sin(\bar{\omega}\tau)$; $y_2(\tau) = B_2 \sin(\bar{\omega}\tau)$.

Тоді перші два рівняння системи (2) набувають вигляду:

$$\begin{cases} -m_p \omega_6^2 (+\bar{\omega})^2 A_1 + C_E (A_1 - A_2) = m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2; \\ -m_p \omega_6^2 (+\bar{\omega})^2 B_1 + C_E (B_1 - B_2) = m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2. \end{cases} \quad (7)$$

Для двох останніх рівнянь системи (2) матимемо:

$$\begin{cases} m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 A_1 \cos(\bar{\omega}\tau) + C_E (A_2 - A_1) \times \\ \times \cos(\bar{\omega}\tau) + c A_2 \cos(\bar{\omega}\tau) + f r^2 A_2 \times \\ \times \cos(\bar{\omega}\tau) - d \omega_6 \bar{\omega} A_2 \sin(\bar{\omega}\tau) + \\ + q B_2 \sin(\bar{\omega}\tau) = 0; \quad (8) \\ [m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 B_1 + C_E (B_2 - B_1) + \\ + (C + f r^2) B_2] \sin(\bar{\omega}\tau) - d \omega_6 \bar{\omega} B_2 \times \\ \times \cos(\bar{\omega}\tau) + q A_2 \cos(\bar{\omega}\tau) = 0. \end{cases}$$

Складемо рівняння системи (8), отримаємо:

$$\begin{cases} [m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 A_1 + C_E (A_2 - A_1) + c A_2 + f r^2 A_2] \times \\ \times \cos(\bar{\omega}\tau) + (d \omega_6 \bar{\omega} B_2 - q A_2) \cos(\bar{\omega}\tau) = 0; \\ [m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 B_1 + C_E (B_2 - B_1) + (C + f r^2) B_2] \times \\ \times \sin(\bar{\omega}\tau) + (d \omega_6 \bar{\omega} B_2 - q A_2) \sin(\bar{\omega}\tau) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Оскільки функції $\cos(\bar{\omega}\tau)$ та $\sin(\bar{\omega}\tau)$ лінійно незалежні, з (9) матимемо:

$$\begin{cases} m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 A_1 + C_E (A_2 - A_1) + \\ + c A_2 + f r^2 A_2 + (d \omega_6 \bar{\omega} B_2 - q A_2) = 0; \\ m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 B_1 + C_E (B_2 - B_1) + \\ + (C + f r^2) B_2 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Тепер співставимо (7) і (10). Можна аналітично знайти їх розв'язки з таких систем рівнянь:

$$\begin{cases} [m_p \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 + C_E] A_1 - C_E A_2 = m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2; \\ [m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E] A_1 + \\ + (C_E + C + f r^2 - 2q) A_2 + 2d \omega_6 \bar{\omega} B_2 = 0; \\ [m_p \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 + C_E] B_1 - C_E B_2 = m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2; \\ [m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E] B_1 + \\ + (C_E + C + f r^2) B_2 = 0. \end{cases} \quad (11)$$

З двох останніх рівнянь системи (11) легко знайти B_1 і B_2 :

$$B_1 = \frac{m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2 (C_E + C + f r^2)}{\Delta};$$

$$B_2 = \frac{(C_E + m_n \omega_6^2 \bar{\omega}^2) m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2}{\Delta},$$

де

$$\Delta = (m_p + m_n) \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 C_E + \\ + (c + f r^2) [C_E + m_p \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2].$$

З перших двох рівнянь системи (11) маємо:

$$\begin{cases} [m_p \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 + C_E] A_1 + (-C_E) A_2 = \\ = m_p e \omega_6^2 \bar{\omega}^2; \\ [m_n \omega_6^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E] A_1 + \\ + (C_E + C + f r^2 - 2q) A_2 = -2d \omega_6 \bar{\omega} B_2. \end{cases} \quad (12)$$

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

Введемо позначення:

$$\left[m_p \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 + C_E \right] (C_E + C + fr^2 - 2q) + C_E \left[m_n \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E \right] = \Delta^* . \quad (13)$$

Тоді A_1 , A_2 визначимо з (12), враховуючи (13), за допомогою правила Крамера:

$$A_1 = \frac{\left[m_p \omega_0^2 \bar{\omega}^2 + C_E (C_E + C + fr^2 - 2q) + C_E (-2d) \omega_0 \bar{\omega} B_2 \right]}{\Delta^*},$$

$$A_2 = \frac{\left\{ \left[m_p \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E \right] (-2d \omega_0 \bar{\omega} B_2) - \left[m_n \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E \right] m_p e \omega_0^2 \bar{\omega}^2 \right\}}{\Delta^*}.$$

Таким чином, остаточно «вимушені» розв'язки системи (2) (які, до речі, з плином часу й залишаються, бо власні коливання системи за рахунок дисипативних процесів згасають) мають вигляд:

$$\begin{cases} y_1 = B_1 \sin(\bar{\omega}\tau); & y_2 = B_2 \sin(\bar{\omega}\tau); \\ B_1 = \frac{m_p e \omega_0^2 \bar{\omega}^2 (C_E + C + fr^2)}{\Delta}; \\ B_2 = \frac{(C_E + m_n \omega_0^2 \bar{\omega}^2) m_p e \omega_0^2 \bar{\omega}^2}{\Delta}; \\ \Delta = (m_p + m_n) \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 C_E + \\ + (C + fr^2) [C_E + m_p \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2]. \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\bar{\omega}\tau); & x_2 = A_2 \cos(\bar{\omega}\tau); \\ A_1 = \frac{\left[m_p \omega_0^2 \bar{\omega}^2 + C_E (C_E + C + fr^2 - 2q) + C_E (-2d) \omega_0 \bar{\omega} B_2 \right]}{\Delta^*}; \\ A_2 = \frac{\left[m_p \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E \right] (-2d \omega_0 \bar{\omega} B_2) - \left[m_n \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E \right] m_p e \omega_0^2 \bar{\omega}^2}{\Delta^*}; \\ \Delta^* = \left[m_p \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 + C_E \right] (C_E + C + fr^2 - 2q) + \\ + C_E \left[m_n \omega_0^2 (-\bar{\omega})^2 - C_E \right]. \end{cases}$$

На основі формули (14) побудовано графіки залежності коливань координат центру мас ротора за таких вихідних даних: $m_p = 200$ кг; $e = 0,002$ м; $\omega_0 = 465$; $C_E = 5 \cdot 10^9$; $C = 12 \cdot 10^5$; $f = 2000$; $r = 0,026$; $m_n = 10$.

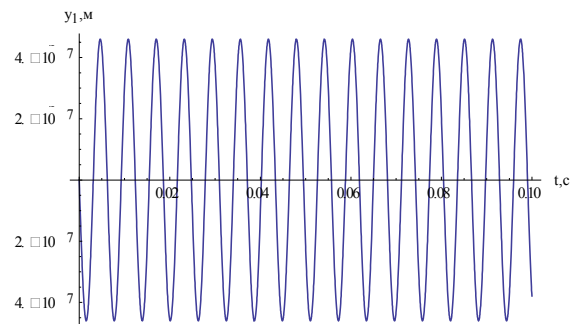


Рис. 3. Графік коливання координати y_1

Fig. 3. Oscillation graph of y_1 -coordinate

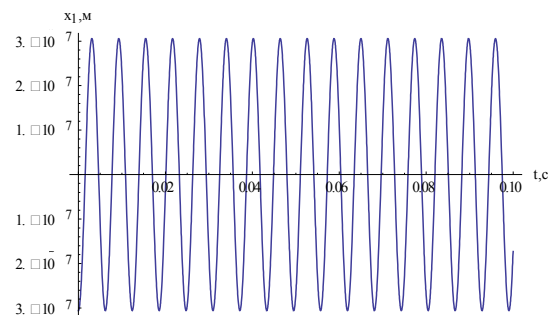


Рис. 4. Графік коливання координати x_1

Fig. 4. Oscillation graph of x_1 -coordinate

Наукова новизна та практична значимість

Наукова новизна полягає у тому, що вперше враховані нелінійні реакції прошарку змащення підшипників, а саме: коефіцієнти (опору і циркуляційної сили), які визначають динамічні коефіцієнти сегментних підшипників.

Практична значимість роботи полягає у тому, що уточнюються і суттєво вдосконалюються інженерні розрахунки стійкості та субгармонічних автоколивань ротора (незбалансованого) у нестійкій області частот його обертання.

Висновки

1. Отримані аналітичні розв'язки задачі коливань двомасової моделі ротора, у якій враховані нелінійні реакції рідинного прошарку підшипників ковзання.

2. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення інженерних методів розрахунку подібних систем як на стадії їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бондаренко, І. О. Особливості процесу розповсюдження коливань при деформативній роботі залізничної колії // І. О. Бондаренко // Наука та прогрес транспорту. – 2015. – № 5 (59). – С. 75–83. doi: 10.15802/stp2015/55336.
2. Вибрации в технике : Справочник в 6-ти т. / под. ред. В. Н. Челомей. – Москва : Машиностроение, 1980. – Т.3. – 544 с.
3. Гадяка, В. Г. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибраций / В. Г. Гадяка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2010. – № 2 (20). – С. 48–50.
4. Гадяка, В. Г. Оценивание влияния нелинейных реакций сегментных подшипников на динамику и устойчивость роторов турбокомпрессоров / В. Г. Гадяка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Тр. МНТК / Ин-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины 0– Киев, 2011. – С. 17–24.
5. Гадяка, В. Г. Экспериментальное исследование динамики ротора в неустойчивой области частот вращения / В. Г. Гадяка, Д. В. Лейких,

- В. И. Симоновский // Проблемы машиностроения. – 2009. – Вып. 12, № 5. – С. 81–85.
6. Диментберг, Ф. М. Изгибные колебания вращающихся валов / Ф. М. Диментберг. – Москва : АН СССР, 1959. – 340 с.
7. Іскович-Лотоцький, Р. Д. Основи резонансно-структурної теорії віброударного розвантаження транспортних засобів / Р. Д. Іскович-Лотоцький, І. В. Іванчук, Я. П. Веселовський // Наука та прогрес транспорту. – 2014. – № 5 (53). – С. 109–118. doi: 10.15802/stp2014/30458.
8. Кельзон, А. С. Расчет и конструирование роторных машин / А. С. Кельзон, Ю. Н. Журавлев, Н. В. Январев. – Ленинград : Машиностроение, 1977. – 260 с.
9. Кушуль, И. Я. Автоколебания роторов / И. Я. Кушуль. – Москва : АН СССР, 1963. – 250 с.
10. Позняк, Э. Д. Автоколебания роторов со многими степенями свободы / Э. Д. Позняк // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – Москва, 1977. – № 2. – С. 40–50.
11. Рагульскис, К. М. Вибрации роторных систем / К. М. Рагульскис, Р. Д. Ионушас, А. К. Бакшис. – Вильнюс : Мокслас, 1976. – 190 с.
12. Симоновский, В. И. Динамика роторов центробежных машин / В. И. Симоновский. – Сумы : СумГУ, 2006. – 126 с.
13. Симоновський, В. І. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними / В. І. Симоновський. – Суми : СумДУ, 2010. – 92 с.
14. Black, H. F. Vibration of a rotating asymmetric shaft supported in asymmetric bearing / H. F. Black, A. J. MacTernan // J. of Mechanical Engineering Sciences. – 1968. – Vol. 10. – Iss. 3. – P. 252–261. doi: 10.1243 / jmes_jour_1968_010_037_02.
15. Chen, X. Q. Research on Field Balancing of Rotor / X. Q. Chen, Y. J. Jia, G. Z. Cheng // Applied Mechanics and Materials. – 2012. – Vol. 201–202. – P. 83–86. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.201-202.83.
16. Köenig, E. C. Analysis for calculating lateral vibration characteristics of rotating systems with any number of flexible supports / E. C. Köenig // J. of Applied Mechanics. – 1961. – Vol. 28. – Iss. 4. – P. 585–590. doi: 10.1115/1.3641788.
17. Li, C. Analysis of Loads at Crankshaft Bearing for Scroll Compressor / C. Li, Y. Yu, M. Zhao // Applied Mechanics and Materials. – 2012. – Vol. 160. – P. 42–46. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.160.42.
18. Li, X. Balancing of flexible rotors without trial weights based on finite element modal analysis / X. Li, L. Zheng, Z. Liu // J. of Vibration and Con-

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

- trol. – 2013. – Vol. 19. – Iss. 3. – P. 461–470. doi: 10.1177/1077546311433916.
19. Loewy, R. G. Dynamics of rotating shafts / R. G. Loewy, V. J. Piarulli. – Washington : Pergamon Press, 1969. – 300 p.
 20. Memmot, E. A. Stability and Testing of a Train of Centrifugal Compressors / E. A. Memmot // ASME 1998 Intern. Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition. (2.06.–5.06.1998). – Stockholm, Sweden, 1998. – Vol. 5. – P. 1–8. doi: 10.1115/98-gt-378.
 21. Morton, P. G. On the dynamics of large turbogenerator rotors / P. G. Morton // Proc. of Institute of Mechanical Engineering. – 1965. – Vol. 180. – Iss. 9. – P. 133–150. doi: 10.1243/pime_conf_1965_180_240_02.
 22. Static Analysis on Slewing Bearing with Negative Clearance Based on ANSYS 19 / M. Qiu, J. F. Yan, L. Chen, B. H. Zhao // Applied Mechanics and Materials. – 2010. – Vol. 42. – P. 196–199. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.42.196.
 23. Sudhakar, G. N. D. S. Identification of unbalance in a rotor bearing system / G. N. D. S. Sudhakar, A. S. Sekhar // J. of Sound and Vibration. – 2011. – Vol. 330. – Iss. 10. – P. 2299–2313. doi: 10.1016/j.jsv.2010.11.028.
 24. Yuan, X. The Inner Equilibrium Analysis and Counterweight Design of Engine / X. Yuan, T. Wang, W. X. Fan // Applied Mechanics and Materials. – 2010. – Vol. 44–47. – P. 1051–1055.

В. С. ЛОВЕЙКИН¹, Ю. В. ЧОВНЮК², А. П. ЛЯШКО^{3*}

¹Каф. «Конструирование машин и оборудования», Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, ул. Героев Оборона, 12, Киев, Украина, 03041, тел. +38 (044) 527 87 34, эл. почта lovvs@ukr.net, ORCID 0000-0003-4259-3900

²Каф. «Конструирование машин и оборудования», Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, ул. Героев Оборона, 12, Киев, Украина, 03041, тел. +38 (044) 527 87 34, эл. почта uchovnyuk@ukr.net, ORCID 0000-0002-0608-0203

^{3*}Каф. «Конструирование машин и оборудования», Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, ул. Героев Оборона, 12, Киев, Украина, 03041, тел. +38 (093) 584 60 80, эл. почта laskoanastasia1989@gmail.com, ORCID 0000-0002-3774-3348

ОСОБЕННОСТИ КОЛЕБАНИЙ ПРИВОДНЫХ МЕХАНИЗМОВ РОТОРОВ

Цель. Научная работа посвящена изучению влияния динамических коэффициентов сегментных подшипников (коэффициентов сопротивления и циркуляционной силы) на устойчивость и субгармоничные автоколеблющиеся составляющие колебаний ротора в неустойчивой области частот вращения. **Методика.** Исследование базируется на методах: теории колебаний механических систем с сосредоточенными параметрами; функций Лагранжа; линейной алгебры. **Результаты.** Исследователями сделано: а) обоснование дискретной двухмассовой модели несбалансированного ротора, в которой учтены влияния на его вращения динамических коэффициентов; б) анализ и совершенствование методов инженерных расчетов устойчивости и параметров субгармоничных автоколебаний в неустойчивой области частот вращения ротора; в) установка и классификация основных причин роторных вибраций, конструктивных или тех, которые возникли при изготовлении, сборке и эксплуатации машин, а с другой стороны, специфических для роторных систем неконсервативных сил, которые приводят при определенных условиях к автоколебаниям; г) определение (идентификация) характерных особенностей/различий роторных вибраций, которые заключаются в том, что в подавляющем большинстве случаев они связаны с поперечными колебаниями роторов, в то время как крутящие или продольные колебания играют несравнимо меньшую роль, и поэтому последние в данном исследовании отвергнуты; д) показано, что характерной особенностью функционирования роторных систем современных машин и агрегатов есть отсутствие прямой связи уровня вибрации с величиной мощности, которая передается через них или вырабатывается двигателем. **Научная новизна.** В работе авторами впервые учтены нелинейные реакции слоя смазки подшипников, а именно: коэффициенты сопротивления и циркуляционной силы, которые определяют динамические коэффициенты сегментных подшипников. **Практическая значимость.** Уточняются и существенно совершенствуются инженерные расчеты устойчивости и субгармоничных автоколебаний ротора (несбалансированного) в неустойчивой области частот его вращения. Результаты данной работы могут быть использованы для анализа тех роторных систем, в которых при определенных условиях могут возникать вибрации, которые не вызваны какими-то внешними периоди-

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

ческими нагрузками (или несовершенствами самого ротора) и условия возникновения которых не связаны с какими-то (любыми) резонансными соотношениями (т.е. системы, в которых возникают самовозбуждения или автоколебания). Последние вызваны действием неконсервативных сил циркуляционного типа (циркуляционные силы связаны с вектором перемещения ротора, а не с вектором скорости, как это имеет место в системах с «отрицательным» трением). Поскольку вектор циркуляционных сил перпендикулярен вектору перемещений ротора, то в результате этого такие силы могут проявлять себя только в механических (роторных) системах с числом степеней свободы движения больше одного. Кроме того, важной особенностью циркуляционных сил есть их неконсервативность, поэтому результаты работы можно использовать для исследования неконсервативных роторных систем, имеющих несимметричную (кососимметричную) матрицу коэффициентов.

Ключевые слова: ротор; колебания; привод; особенности; двухмассовая модель

V. S. LOVEKIN¹, YW. V. CHOVNYUK², A. P. LYASHKO^{3*}

¹Dep. «Construction Machinery and Equipment», National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony St., 12, Kyiv, Ukraine, 03041, tel. +38 (044) 527 87 34, e-mail lovvs@ukr.net, ORCID 0000-0003-4259-3900

²Dep. «Construction Machinery and Equipment», National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony St., 12, Kyiv, Ukraine, 03041, tel. +38 (044) 527 87 34, e-mail ychovnyuk@ukr.net, ORCID 0000-0002-0608-0203

^{3*}Dep. «Construction Machinery and Equipment», National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony St., 12, Kyiv, Ukraine, 03041, tel. +38 (093) 584 60 80, e-mail laskoanastasia1989@gmail.com, ORCID 0000-0002-3774-3348

SPECIALTY OF ROTOR'S DRIVE MECHANISM OSCILLATIONS

Purpose. Scientific work is devoted to study the influence of dynamic coefficients of bearings segment (coefficients of resistance and recirculating power) on stability and subharmonics self-oscillating components of the rotor vibration in unstable region of rotational speeds. **Methodology.** The study is based on the methods: the theory of vibrations of mechanical systems with lumped parameters; Lagrange functions; linear algebra. **Findings.** The researchers made: a) justification of the discrete two-mass model of an unbalanced rotor, which takes into account the influence of rotation on dynamic coefficients; b) analysis and improvement of methods for engineering analysis of stability and parameter subharmonic self-oscillations in the unstable range of frequencies of rotation of the rotor; c) installation and classification of the main rotor causes of vibrations constructive or those arising in the manufacture, assembly and operation of the machine, and on the other hand, rotary systems specific for non-conservative forces, that lead under certain conditions to the self-oscillation; d) determination (identification) the characteristics/differences of rotor vibration, which lies in the fact that in most cases they are associated with the transverse vibrations of the rotors, while torsional or longitudinal oscillations play the incomparably smaller role, and therefore the last in this study were rejected; e) it is shown that the characteristic feature of the functioning of rotor systems of modern machines and units have no direct relationship with the level of vibration with amount of power that is transmitted through them or produced engine. **Originality.** In this paper the authors first considered the nonlinear response bearing lubrication layer, namely the coefficients of resistance and circulating forces that determine the dynamic coefficient of segment bearings. **Practical value.** The engineering calculations subharmonic stability and self-oscillations of the rotor (unbalanced) in unstable frequency of rotation are adjusted and significantly improved. The results of this work can be used to analyze rotary systems which under certain conditions can cause vibration that is not caused by some external periodic loads (or imperfections of the rotor) and the conditions of occurrence of which is not associated with some (any) resonant ratio (i.e., the system with self-excitation or self-oscillations). The latter are caused by the action of nonconservative forces of circulation type (circulation strength associated with the displacement vector of the rotor, not the velocity vector, as in systems with «negative» friction). As the circulating force vector is perpendicular to the vector displacement of the rotor, resulting in such a force can manifest themselves only in mechanical (rotary) systems with many degrees of freedom of movement greater than one. In addition, an important feature of the circulation of forces there should not be conservative, so the results can be used to study non-conservative rotor systems with asymmetric (skew-symmetric) matrix of coefficients.

Keywords: rotor; oscillations; actuator; characteristics; two-mass model

REFERENCES

1. Bondarenko I.O. Osoblyvosti protsesu rozpovsiudzhennia kolyvan pry deformatyvni roboti zaliznychnoi kolii [Process features of fluctuations propagation at stress-strain work of the railway track]. *Nauka ta prohres transportu – Science and Transport Progress*, 2015, no. 5 (59), pp. 75-83. doi: 10.15802/stp2015/55336.
2. Chelomey V.N. *Vibratsii v tekhnike* [Vibrations in the technique]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1980. 544 p.
3. Gadyaka V.G., Leykikh D.V., Simonovskiy V.I. Matematicheskaya model rotora turbokompresora dlya isledovaniya nesinkhronnykh sostavlyayushchikh vibratsiy [A mathematical model for the study of the turbocharger rotor for asynchronous vibration components]. *Kompressornoye i energeticheskoye mashinostroyeniye – Compressor and Power Engineering*, 2010, no. 2 (20), pp. 48-50.
4. Gadyaka V.G., Leykikh D.V., Simonovskiy V.I. Otsnivaniye vliyaniya nelineynykh reaktsiy segmentnykh podshipnikov na dinamiku i ustoychivost rotorov turbokompresorov [Evaluation of the influence of nonlinear reactions of segmental bearings on the dynamics and stability of turbochargers rotors]. *Trudy mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii* [Proc. of Intern. Sci. and Techn. Conf.]. Kyiv, 2011, pp.17-24.
5. Gadyaka V.G., Leykikh D.V., Simonovskiy V.I. Eksperimentalnoye issledovaniye dinamiki rotora v neustoychivoy oblasti chastot vrashcheniya [Experimental study of the dynamics of the rotor in the unstable region of rotational speeds]. *Problemy mashinostroyeniya – Problems of Mechanical Engineering*, 2009, vol. 12, no. 5, pp. 81-85.
6. Dimentberg F.M. *Izhibnyye kolebaniya vrashchayushchikhsya valov* [Flexural vibrations of rotating shafts]. Moscow, AN SSSR Publ., 1959. 340 p.
7. Iskovych-Lototskiy R.D., Ivanchuk I.V., Veselovskiy Ya.P. Osnovy rezonansno-strukturnoi teorii vibroudarnoho rozvantazhennia transportnykh zasobiv [The basis of resonance-structural theory of vibration shock unloading of the vehicle]. *Nauka ta prohres transportu – Science and Transport Progress*, 2014, no. 5 (53), pp. 109-118. doi: 10.15802/stp2014/30458.
8. Kelzon A.S., Zhuravlev Yu.N., Yanvarev N.V. *Raschet i konstruirovaniye rotornykh mashin* [Calculation and design of rotating machines]. Leningrad, Mashinostroyeniye Publ., 1977. 260 p.
9. Kushul I.Ya. *Avtokolebaniya rotorov* [Self-oscillations of the rotors]. Moscow, AN SSSR Publ., 1963. 250 p.
10. Poznyak E.D. Avtokolebaniya rotorov so mnogimi stepenyami svobody [Self-oscillations of rotors with many degrees of freedom]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika tverdogo tela* [News of the USSR Academy of Sciences. Rigid body mechanics]. Moscow, 1977, no. 2, pp. 40-50.
11. Ragulskis K.M., Ionushas R.D., Bakshis A.K. *Vibratsii rotornykh sistem* [Vibrations of rotor systems]. Vilnyus, Mokslas Publ., 1976. 190 p.
12. Simonovskiy V.I. *Dinamika rotorov tsentrobezhnykh mashin* [Dynamics of rotors centrifugal machines]. Sumy, SumGu Publ., 2006. 126 p.
13. Symonovskiy V.I. *Utochnennia matematychnykh modelei kolyvalnykh system za eksperymentalnyy danymy* [Refinement of mathematical models of oscillatory systems from experimental data]. Sumy, SumGu Publ., 2010. 92 p.
14. Black H.F., MacTernan A.J. Vibration of a rotating asymmetric shaft supported in asymmetric bearing. *Journal of Mechanical Engineering Sciences*, 1968, vol. 10, issue 3, pp. 252-261. doi: 10.1243 / jmes_jour_1968_010_037_02.
15. Chen X.Q., Jia Y.J., Cheng G.Z. Research on Field Balancing of Rotor. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, vol. 201-202, pp. 83-86. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.201-202.83.
16. Koenig E.C. Analysis for calculating lateral vibration characteristics of rotating systems with any number of flexible supports. *Journal of Applied Mechanics*, 1961, vol. 28, issue 4, pp. 585-590. doi: 10.1115/1.3641788.
17. Li C., Yu. Y., Zhao M. Analysis of Loads at Crankshaft Bearing for Scroll Compressor. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, vol. 160, pp. 42-46. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.160.42.
18. Li X., Zheng L., Liu Z. Balancing of flexible rotors without trial weights based on finite element modal analysis. *Journal of Vibration and Control*, 2013, vol. 19, issue 3, pp. 461-470. doi: 10.1177/1077546311433916.
19. Loewy R.G., Piarulli V.J. Dynamics of rotating shafts. Washington, Pergamon Press Publ., 1969. 300 p.
20. Memmot E.A. Stability and Testing of a Train of Centrifugal Compressors. ASME 1998 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition (2.06.–5.06.1998). Stockholm, Sweden, 1998, vol. 5, pp. 1-8. doi: 10.1115/98-gt-378.
21. Morton P.G. On the dynamics of large turbogenerator rotors. Proc. of Institute of Mechanical Engineering, 1965, vol. 180, issue 9, pp. 133-150. doi: 10.1243/pime_conf_1965_180_240_02.

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

22. Qiu M., Yan J.F., Chen L., Zhao B.H. Static Analysis on Slewing Bearing with Negative Clearance Based on ANSYS 19. *Applied Mechanics and Materials*, 2010, vol. 42, pp. 196-199. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.42.196.
23. Sudhakar G.N.D.S., Sekhar A.S. Identification of un-balance in a rotor bearing system. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, vol. 330, issue 10, pp. 2299-2313. doi: 10.1016/j.jsv.2010.11.028.
24. Yuan X., Wang T., Fan W.X. The Inner Equilibrium Analysis and Counterweight Design of Engine. *Applied Mechanics and Materials*, 2010, vols. 44-47, pp. 1051-1055.

Стаття рекомендована до друку д.т.н., проф. С. В. Рахшою (Україна); д.т.н., проф. В. В. Гайдайчуком (Україна)

Надійшла до редколегії: 29.10.2015

Прийнята до друку: 23.12.2015