ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського
національного університету залізничного транспорту, 2015, № 6 (60)

НЕТРАДИЦІЙНІ ВИДИ ТРАНСПОРТУ. МАШИНИ ТА МЕХАНІЗМИ

УДК 621.01: 621.87

В. С. ЛОВЕЙКІН[1*], Ю. О. РОМАСЕВИЧ[2*]

[1*]Каф. «Конструювання машин і обладнання», Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв оборони, 12в, Київ, Україна, 03041, тел. +38 (097) 349 14 53, ел. пошта lovvs@ukr.net, ORCID 0000-0003-4259-3900
[2*]Каф. «Конструювання машин і обладнання», Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв оборони, 12в, Київ, Україна, 03041, тел. +38 (097) 349 14 53, ел. пошта d.um@mail.ru, ORCID 0000-0001-5069-5929

ЗНИЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ НАВАНТАЖЕНОСТІ РОБОТИ МЕХАНІЗМІВ У ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМАХ

Мета. Для зниження динамічних навантажень у механізмах необхідно певним чином виконувати вибір режимів їх руху. Такий вибір повинен здійснюватись на оптимізаційній основі. Метою роботи є дослідження методів синтезу режимів руху механізмів та машин, які забезпечують оптимальні режими руху за термінальними та інтегральними критеріями. **Методика.** Для проведення досліджень використано одномасову динамічну модель механізму. У якості оптимізаційних критеріїв використано термінальний та комплексний інтегральний критерії. Поставлена оптимізаційна задача розв’язана за допомогою динамічного програмування та варіаційного числення. Також було використано прямий варіаційний метод, який дозволив знайти лише наближений розв’язок вихідної задачі оптимального керування. **Результати.** Для кожного з методів розв’язання задачі встановлено способи забезпечення абсолютного мінімуму термінального критерію. Отримані в результаті рішень характеристики показують плавність зміни кінематичних функцій при гальмуванні механізму та вказують на досягнення абсолютного мінімуму прийнятого у розрахунках термінального критерію. **Наукова новизна.** При розв’язуванні задачі оптимального керування методом динамічного програмування для досягнення абсолютного мінімуму термінального критерію у рівняння динаміки руху системи необхідно вводити нові змінні. В загальному випадку для досягнення мінімуму термінального критерію n-го порядку розв’язок оптимізаційної задачі необхідно шукати відносно функції $(n+1)$-го порядку. При розв’язанні оптимізаційних задач методом варіаційного числення для того, щоб забезпечити мінімум термінального критерію n-го порядку, шляхом вибору відповідних крайових умов, необхідно розв’язати рівняння Ейлера-Пуассона $2(n+1)$-го порядку (за умови симетричного задання крайових умов). Дане рівняння, в свою чергу, є необхідною умовою екстремуму функціоналу з підінтегральним виразом $(n+1)$-го порядку. **Практична значимість.** Мінімізація прийнятого у розрахунках термінального критерію дає змогу усунути удари у кінематичних зачепленнях механізмів, що, у свою чергу, підвищує їх довговічність. Крім того, зниження інтенсивності наростання прискорення ведучої маси системи (наприклад, ротора електродвигуна) дає змогу знизити небажані енерговтрати приводу.

Ключові слова: оптимальне керування; термінальний критерій; динамічне програмування; варіаційне числення; крайова задача

doi: 10.15802/stp2015/57031

Вступ

Постановка проблеми. Сучасні механізми і машини характеризується значною інтенсивністю експлуатації, що пов'язано з прагненням підвищити продуктивність їх роботи. Водночас до механізмів висувають жорсткі вимоги стосовно надійності, зручності експлуатації та енергоефективності. Вказана сукупність вимог суперечить умові високої продуктивності. Ця суперечність вирішується на основі вибору режимів руху механізмів та машин, який тією чи іншою мірою дозволяє задовольнити основні вимоги до роботи механізмів.

Необхідно відмітити, що значний вплив на ефективність роботи машини або механізму мають перехідні режими. Саме під час перехідних режимів руху механізмів у їх елементах виникають значні динамічні навантаження, які знижують довговічність механізмів. Для зниження динамічних навантажень у механізмах необхідно певним чином вибирати режими їх руху. Вибір режимів руху необхідно виконувати на оптимізаційній основі. Це означає, що перехідні режими руху мають бути оптимальними, тобто задовольняти обраний на основі рекомендацій та аналізу роботи механізму один або декілька критеріїв оптимізації. Зазначимо, що такими критеріями є інтегральні та термінальні функціонали. Основні вимоги, які висуваються до роботи механізмів, у математичному вигляді виражаються через оптимізаційні критерії.

У цьому дослідженні розв'язано задачу синтезу режимів руху механізму із наперед заданою вимогою: на початку руху прискорення механізму повинно бути нульовим. Це дає змогу знизити рівень динамічних навантажень за рахунок зниження швидкості вибору зазорів та практично усунути небажані коливні процеси у механізмах.

Аналіз досліджень та публікацій. Залежність між режимами руху машин та динамічними навантаженнями в них досліджена у багатьох працях [6, 11, 13, 15, 16]. У роботах [2, 3, 5] встановлено вплив наявності зазору у передачах на формування коливних процесів у пружних елементах механізмів, зокрема на амплітуди зусиль і моментів. Для зниження небажаних динамічних навантажень необхідно виконувати плавний вибір зазорів у кінематичних зачепленнях механізмів [3, 4], який виконаний на оптимізаційній основі. Крім того, такий підхід дає змогу підвищити енергетичні показники роботи машин [1, 9].

Мета

Метою роботи є дослідження методів синтезу режимів руху механізмів та машин, які забезпечують оптимальний режим їх руху за термінальними та інтегральними критеріями.

Методика

Динаміка значної кількості технічних систем, наприклад, підйомно-транспортних машин, може бути описана у першому наближенні за допомогою диференціального рівняння:

$$m\ddot{x} = F - W, \tag{1}$$

де m – зведена до поступального руху маса системи; x – узагальнена координата системи; F – зведене рушійне зусилля приводу; W – зведена сила статичного опору руху системи. Крапка над символом означає диференціювання за часом.

Для зменшення динамічних навантажень у початковий момент руху системи необхідно забезпечити мінімум термінального критерію:

$$Ter = \left(\ddot{x}(0)\right)^2 \to \min. \tag{2}$$

Крім того, будемо вимагати, щоб режим руху системи забезпечував мінімум інтегрального функціоналу:

$$I = \int_0^T (\delta_1 x^2 + \delta_2 \dot{x}^2 + \delta_3 \ddot{x}^2 + \delta_4 \dddot{x}^2) dt \to \min, \tag{3}$$

де T – тривалість перехідного процесу; δ_i – коефіцієнти, які враховують вагу відповідних доданків (i=1, 2, 3, 4) і сума яких рівна одиниці. Перший та другий доданки у підінтегральному виразі (3) встановлюють «ціну» переходу динамічної системи з початкового у кінцеве положення. Тобто «штрафуються» ті положення динамічної системи у фазовому просторі, які характеризуються значною віддаленістю від початку координат. Третій доданок у підінтегральному виразі (3) визначає «ціну» керування динамічною системою. Для електроприводу мінімізація цієї складової знижує електромагні-

doi: 10.15802/stp2015/57031

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)
Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2015, № 6 (60)

тний момент і, як наслідок, змінні електричні втрати у приводі [12], що підвищує енергоефективність роботи системи. Четвертий доданок у підінтегральному виразі (3) не допускає її перевантажень, які можуть виникнути при спробах швидкої зміни рушійного зусилля приводу за рахунок подачі на електродвигун значної напруги живлення. Оптимальний закон руху динамічної системи будемо шукати на траєкторіях, які задовольняють крайовим умовам:

$$\begin{cases} x(0)=s_0,\ \dot{x}(0)=v_0; \\ x(T)=\dot{x}(T)=0, \end{cases} \tag{4}$$

де s_0 та v_0 – початкове положення та швидкість руху системи відповідно. Числові значення параметрів s_0 та v_0 визначають вид перехідного режиму (пуск або гальмування).

Для розв'язання задачі (1)–(4) використаємо динамічне програмування [10]. Функціональне рівняння Беллмана для критерію (3) має такий вигляд:

$$\min[\delta_1 x_1^2+\delta_2 x_2^2+\delta_3 u^2+\delta_4 \phi^2 + \\ +\frac{\partial S}{\partial x_1}x_2+\frac{\partial S}{\partial x_2}u+\frac{\partial S}{\partial u}\phi]=0, \tag{5}$$

де S – функція Беллмана. У виразі (5) і в подальшому викладі матеріалу використані позначення: $x=x_1$, $\dot{x}_1=x_2$, $\dot{x}_2=u$, $u=\frac{F-W}{m}$, $\dot{u}=\phi$. Мінімум правої частини рівняння (5) будемо шукати за параметром ϕ, для цього продиференціюємо її за ϕ та прирівняємо отримане до нуля. У результаті розв'язування знайденого рівняння будемо мати:

$$\phi=-\frac{1}{2\delta_4}\frac{\partial S}{\partial u}. \tag{6}$$

Підставимо знайдений вираз (6) у рівняння (5) та отримаємо нелінійне диференціальне рівняння першого порядку у частинних похідних:

$$\delta_1 x_1^2+\delta_2(\delta_2 x_2+\frac{\partial S}{\partial x_1})+u(\delta_3 u+\frac{\partial S}{\partial x_2})- \\ -\frac{1}{4\delta_4}(\frac{\partial S}{\partial u})^2=0. \tag{7}$$

Розв'язок нелінійного диференціального рівняння у частинних похідних (7) будемо шукати у вигляді квадратичної форми:

$$S=A_1x_1^2+A_2x_2^2+A_3u^2+ \\ +A_4x_1x_2+A_5x_1u+A_6x_2u\,. \tag{8}$$

Візьмемо частинні похідні з виразу (8) за параметрами x_1, x_2 та u:

$$\partial S/\partial x_1=A_5u+2A_1x_1+A_4x_2, \tag{9}$$

$$\partial S/\partial x_2=A_6u+A_4x_1+2A_2x_2, \tag{10}$$

$$\partial S/\partial u=2A_3u+A_5x_1+A_6x_2. \tag{11}$$

Підставляючи вирази у формулу (7) та виконуючи спрощення отриманого, будемо мати систему рівнянь, з якої необхідно знайти невідомі коефіцієнти A_3, A_5 та A_6. Вибір цих коефіцієнтів зумовлений тим, що шукана функція ϕ, згідно з виразами (6) та (11), залежить саме від них. Запишемо систему рівнянь, яку необхідно розв'язати:

$$\begin{cases} A_6+\delta_3-\delta_4^{-1}A_3^2=0; \\ \delta_1-0,25\delta_4^{-1}A_5^2=0; \\ A_3A_5\delta_4^{-1}+\delta_2-0,25\delta_4^{-1}A_6^2=0. \end{cases} \tag{12}$$

Знайшовши невідомі коефіцієнти та відкинувши ті з них, які супроводжуються втратою стійкості руху динамічної системи, можемо вважати, що задача розв'язана, оскільки знайдена функція $\phi=\phi(u,\ x_2,\ x_1)$, яка мінімізує критерій (3).

Однак, для практичної реалізації отриманих результатів необхідно знайти функцію u, яка пропорційна рушійному зусиллю F. Для цього запишемо рівняння (6) із врахуванням (11) у такому вигляді:

$$\dot{u}+\frac{2A_3u+A_5x_1+A_6x_2}{2\delta_4}=0. \tag{13}$$

Проінтегруємо вираз (13) та отримаємо:

$$u=-\frac{A_5}{2\delta_4}\int x_1dt-\frac{A_6}{2\delta_4}x_1-\frac{A_3}{\delta_4}x_2+C_1, \tag{14}$$

де C_1 – постійна інтегрування. Для знаходження C_1 використаємо початкову умову $u(0)=u_0$.

doi: 10.15802/stp2015/57031

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)
Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2015, № 6 (60)

Таким чином, отримаємо:

$$C_1 = u_0 + \frac{2A_3 v_0 + A_6 x_0}{2\delta_4}. \qquad (15)$$

Переходячи до прийнятих на початку дослідження позначень змінних, можемо записати вираз (15) у такому вигляді:

$$F = (-\frac{A_5}{2\delta_4}\int x dt + u_0 + \frac{A_3}{\delta_4}(v_0 - \dot{x}) + $$

$$+\frac{A_6}{2\delta_4}(x_0 - x))m + W. \qquad (16)$$

Зазначимо, що критерій *Ter* (2) набуває абсолютного мінімуму, який рівний нулю, за умови $\ddot{x}(0) = 0$. Виходячи з рівняння (16), ця умова виконується при u_0=0. Таким чином, задача мінімізації термінального (2) та інтегрального (3) критеріїв розв'язана.

Задачі (1)−(3) можна розв'язати також за допомогою прямого варіаційного методу [7]. Для цього відшукаємо розв'язок триточкової крайової задачі:

$$\begin{cases} \overset{IX}{x} = 0; \\ \begin{cases} x(0) = x_0;\ \dot{x}(0) = v_0;\ \ddot{x}(0) = 0; \\ x\left(\frac{T}{2}\right) = q_1;\ \dot{x}\left(\frac{T}{2}\right) = q_2;\ \ddot{x}\left(\frac{T}{2}\right) = q_3; \\ x(T) = 0;\ \dot{x}(T) = 0;\ \ddot{x}(T) = 0, \end{cases} \end{cases} \qquad (17)$$

де q_1, q_2, q_3 – параметри, які необхідно визначити. Зазначимо, що задаючи крайові умови (17), ми апріорі вимагаємо нульове початкове та кінцеве прискорення, тобто забезпечуємо абсолютні мінімуми термінальним критеріям (2) та $\left(\ddot{x}(T)\right)^2$. Надалі сформуємо підінтегральний вираз функціоналу (3) та визначимо інтеграл (3). Відмітимо, що визначений інтеграл (3) є функцією невідомих параметрів q_1, q_2 та q_3, підбором яких можна досягнути мінімізації критерію (3). Для цього необхідно розв'язати систему рівнянь:

$$\partial I / \partial q_i = 0,\ i = 1,2,3 \qquad (18)$$

відносно невідомих параметрів q_1, q_2 та q_3. Підстановка знайдених параметрів у розв'язок крайової задачі (17) дає змогу отримати наближений розв'язок вихідної задачі (1)−(3).

Задачу (1)−(3) розв'яжемо також за допомогою варіаційного числення. Для цього запишемо необхідну умову мінімуму інтегрального критерію – рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\overset{VI}{x} - \frac{\delta_3}{\delta_4}\overset{IV}{x} + \frac{\delta_2}{\delta_4}\ddot{x} - \frac{\delta_1}{\delta_4}x = 0. \qquad (19)$$

Для розв'язання рівняння (19) необхідно знайти корені характеристичного рівняння, яке є алгебраїчним рівнянням шостого степеня. Знайти корені рівняння вище четвертого степеня у радикалах неможливо [14]. Для того щоб забезпечити мінімізацію термінального критерію (2), модифікуємо інтегральний критерій: покладемо δ_1=δ_2=0. У цьому випадку диференціальне рівняння (19) буде мати такий розв'язок:

$$x = \left(e^{t\sqrt{\frac{\delta_3}{\delta_4}}}C_1 + e^{t\sqrt{\frac{\delta_3}{\delta_4}}}C_2\right)\left(\frac{\delta_4}{\delta_3}\right)^2 +$$

$$+C_3 + C_4 t + C_5 t^2 + C_6 t^3, \qquad (20)$$

де $C_1, \ldots C_6$ – постійні інтегрування, які визначаються виходячи з крайових умов руху динамічної системи. Задаючи одну з крайових умов $\ddot{x}(0) = 0$, отримаємо абсолютний мінімум термінального критерію (2). Якщо за умовами задачі не вимагається мінімізація складових високого порядку, які б дозволили забезпечити мінімізацію відповідного термінального функціоналу, то необхідно шукати інші підходи для вирішення цієї проблеми. Один з них полягає у визначенні таких значень вагових коефіцієнтів у структурі інтегрального критерію, при яких забезпечуються абсолютні мінімуми термінальних критеріїв [8].

Результати

Результати, які отримані при розв'язанні задачі (1)−(3) методом динамічного програмування, проілюструємо за допомогою графіків (рис. 1). Аналогічні графіки наведемо для результатів розв'язання задачі за допомогою прямого варіаційного методу (рис. 2) та варіаційного числення (рис. 3).

doi: 10.15802/stp2015/57031

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2015, № 6 (60)

а–a, *б–b*

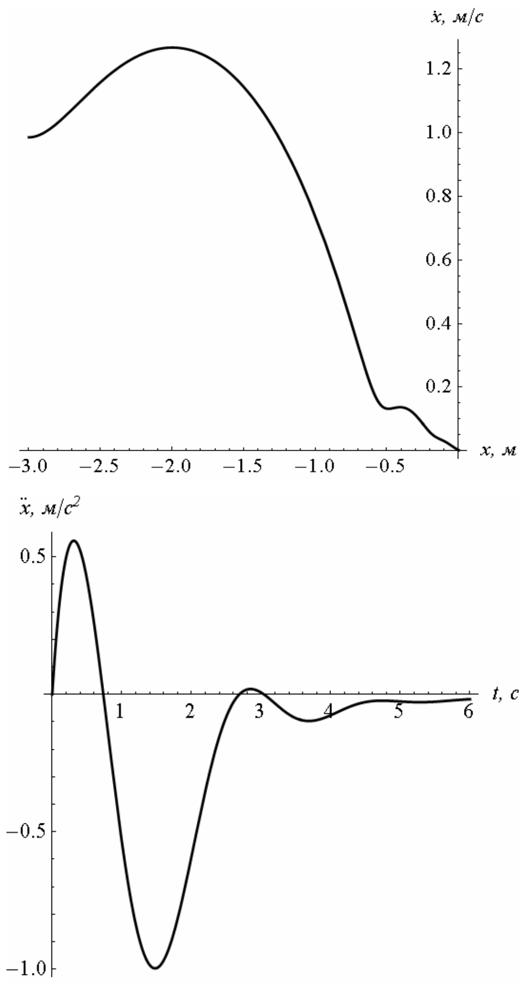

Рис. 1. Графіки динаміки руху системи при розв'язанні задачі методом динамічного програмування:
а − фазовий портрет; *б* − прискорення

Fig. 1. Graphs of system motion in solving the problem using dynamic programming:
a − phase portrait; *b* − acceleration

а–a, *б–b*

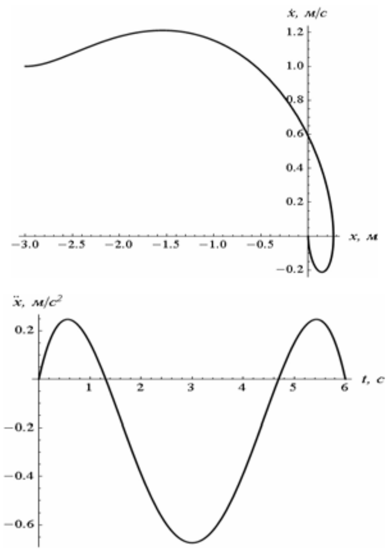

Рис. 2. Графіки динаміки руху системи при розв'язанні задачі прямим варіаційним методом:
а − фазовий портрет; *б* − прискорення

Fig. 2. Graphs of system motion while solving the problem using the direct variational method:
a − phase portrait; *b* − acceleration

а–a, *б–b*

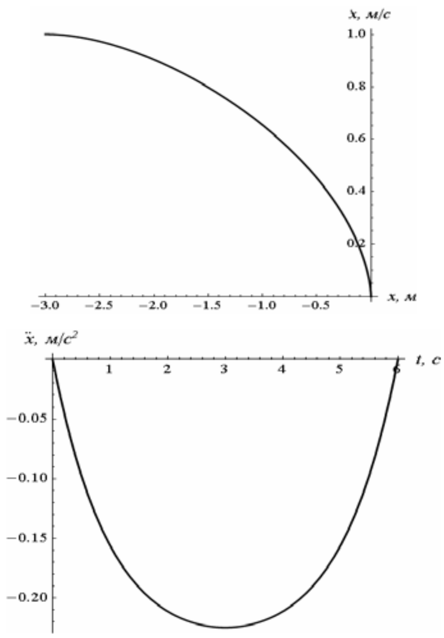

Рис. 3. Графіки динаміки руху системи при розв'язанні задачі за допомогою варіаційного числення:
а − фазовий портрет; *б* − прискорення

Fig. 3. Graphs of system motion when solving problems using variational calculation:
a − phase portrait; *b* − acceleration

Всі отримані характеристики (див. рис. 1−3) вказують на плавність зміни кінематичних функцій при гальмуванні механізму та досягнення абсолютного мінімуму термінального критерію (2).

doi: 10.15802/stp2015/57031

Наукова новизна та практична значимість

При розв'язанні задачі (1)–(3) методом динамічного програмування для досягнення абсолютного мінімуму термінального критерію (2) у рівняння динаміки руху системи була введена нова змінна – швидкість зміни прискорення (ривок) ϕ і розв'язок задачі знайдено відносно цієї функції. Узагальнюючи, можна встановити правило: для досягнення мінімуму термінального критерію n-го порядку $Ter_n = f(T, x, \dot{x}, ..., \overset{i}{x}, ..., \overset{n}{x})$ необхідно розв'язок оптимізаційної задачі шукати відносно функції $\overset{n+1}{x}$.

При розв'язанні оптимізаційних задач методом варіаційного числення для того, щоб забезпечити мінімум термінального критерію n-го порядку, шляхом вибору відповідних крайових умов, необхідно розв'язати рівняння Ейлера-Пуассона $2(n+1)$-го порядку (за умови симетричного задання крайових умов), яке, у свою чергу, є необхідною умовою екстремуму функціоналу з підінтегральним виразом $(n+1)$-го порядку.

Використання прямого варіаційного методу дозволяє апріорі забезпечити абсолютний мінімум термінального критерію (2).

У практичному плані мінімізація термінального критерію (2) дає змогу усунути удари у кінематичних зачепленнях механізмів, що, у свою чергу, підвищує їх довговічність. Крім того, зниження інтенсивності наростання прискорення ведучої маси системи (наприклад, ротора електродвигуна) дає змогу знизити небажані енерговтрати приводу.

Висновки

У роботі розроблено методи досягнення абсолютних мінімумів термінальних критеріїв при розв'язанні задач оптимального керування рухом динамічних систем. Наведено приклади розв'язання задачі за допомогою методів варіаційного числення, динамічного програмування та прямого варіаційного методу. Розроблені у роботі методи зводяться до задання відповідних початкових умов руху системи. Крім того, виконано узагальнення розроблених методів для термінальних критеріїв n-го порядку. Використання при синтезі режимів руху машин та механізмів розроблених методів дає змогу усунути удари у кінематичних зачепленнях та підвищити довговічність машин.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бобровский, В. И. Оптимизация режимов торможения отцепов расчетной группы состава / В. И. Бобровский, А. С. Дорош // Наука та прогрес трансп. Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. – 2013. – № 1 (43). – С. 103–112. doi: 10.15802/stp2013/9582.
2. Волков, Д. П. Динамика и прочность одноковшовых экскаваторов / Д. П. Волков. – Москва : Машиностороение, 1965. – 462 с.
3. Герасимяк, Р. П. Нагрузки в кинематических передачах двухмассовой электромеханической системы в процессе торможения / Р. П. Герасимяк, Е. В. Найденко // Электротехн. и компьютер. системы. – 2015. – № 17 (93). – С.15–22.
4. Григоров, О. В. Совершенствование рабочих характеристик крановых механизмов : дис. … д-ра техн. наук : 05.05.05 / Григоров Отто Владимирович ; Харьк. гос. политехн. ун-т. – Харьков, 1995. – 386 с. – Библиогр.: с. 357–377.
5. Грузоподъемные краны. Кн. 2 / М. Шеффлер, Х. Дресиг, Ф. Курт ; [пер. с нем. М. М. Рунов, В. Н. Федосеев] ; под ред. М. П. Александрова. – Москва : Машиностроение, 1981. – 287 с.
6. Лобов, Н. А. Динамика грузоподъемных кранов / Н. А. Лобов. – Москва : Машиностроение, 1987. – 160 с.
7. Ловейкін, В. С. Аналіз та синтез оптимального керування рухом вантажопідйомного крана прямим варіаційним методом / В. С. Ловейкін, Ю. О. Ромасевич // Наук. вісн. нац. ун-ту біоресурсів і природокористування України. Серія : «Техніка та енергетика АПК». – 2014. – Вип. 196, ч. 1. – С. 129–139.
8. Ловейкін, В. С. Оптимізація режимів руху кранових механізмів / В. С. Ловейкін, Ю. О. Ромасевич. – Київ. – Ніжин : ПП Лисенко М. М., 2011. – 307 с.
9. Ракша, С. В. Обоснование способов снижения энергопотребления подвесных канатных дорог / С. В. Ракша, А. С. Куропятник, А. А. Курка // Наука та прогрес трансп. Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. – 2014. – № 1 (49). – С. 125–131. doi: 10.15802/stp2014/22677.
10. Bellman, R. Dynamic programming / R. Bellman. – Princeton : Princeton university press, 1957. – 400 p.
11. Advanced theory of Mechanisms and Machines / M. Z. Kolovsky, A. N. Evgrafov, Yu. A. Se-

doi: 10.15802/stp2015/57031

menov, A. V. Slousch. – Berlin : Springer, 2000. – 396 p. doi: 10.1007/978-3-540-46516-4.
12. Clarke, F. Functional Analysis, Calculus of Variations and Optimal Control / F. Clarke. – New York : Springer, 2013. – 606 p. doi: 10.1007/978-1-4471-4820-3.
13. Genta, G. Vibration Dynamics and Control / G. Genta. – New York : Springer, 2009. – 806 p. doi: 10.1007/978-0-387-79580-5.
14. Korn, G. A. Mathematical handbook for scientists and engineers / G. A. Korn, T. M. Korn. – Dallas : Dover Publications, 2000. – 1151 p.
15. Seeler, K. A. System dynamics: an introduction for mechanical engineers / K. A. Seeler. – New York : Springer, 2014. – 667 p.
16. Vulfson, I. Dynamics of cyclic machines / I. Vulfson. – New York : Springer, 2015. – 390 p. doi: 10.1007/978-3-319-12634-0.

В. С. ЛОВЕЙКИН[1*], Ю. А. РОМАСЕВИЧ[2*]

[1*]Каф. «Конструирование машин и оборудования», Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, ул. Героев обороны, 12в, Киев, Украина, 03041, тел. +38 (097) 349 14 53, эл. почта lovvs@ukr.net, ORCID 0000-0003-4259-3900
[2*]Каф. «Конструирование машин и оборудования», Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, ул. Героев обороны, 12в, Киев, Украина, 03041, тел. +38 (097) 349 14 53, эл. почта d.um@mail.ru, ORCID: 0000-0001-5069-5929

СНИЖЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ РАБОТЫ МЕХАНИЗМОВ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

Цель. Для снижения динамических нагрузок в механизмах необходимо определенным образом выбирать режимы их движения. Такой выбор должен осуществляться на оптимизационной основе. Целью работы является исследование методов синтеза режимов движения механизмов и машин, которые обеспечивают оптимальные режимы движения по терминальным и интегральным критериям. **Методика.** Для проведения исследований использована одномассовая динамическая модель механизма. В качестве оптимизационных критериев использованы терминальный и комплексный интегральный критерии. Поставленная оптимизационная задача решена с помощью динамического программирования и вариационного исчисления. Также был использован прямой вариационный метод, который позволил найти только приближенное решение исходной задачи оптимального управления. **Результаты.** Для каждого из методов решения задачи установлены способы обеспечения абсолютного минимума терминального критерия. Полученные в результате решений характеристики показывают плавность изменения кинематических функций при торможении механизма и указывают на достижение абсолютного минимума принятого в расчетах терминального критерия. **Научная новизна.** При решении задачи оптимального управления методом динамического программирования для достижения абсолютного минимума терминального критерия в уравнения динамики движения системы необходимо вводить новые переменные. В общем случае для достижения минимума терминального критерия n-го порядка решение оптимизационной задачи необходимо искать относительно функции (n+1)-го порядка. При решении оптимизационных задач методом вариационного исчисления для того, чтобы обеспечить минимум терминального критерия n-го порядка путем выбора соответствующих краевых условий, необходимо решить уравнение Эйлера-Пуассона 2(n+1)-го порядка (при условии симметричного задания краевых условий). Данное уравнение, в свою очередь, является необходимым условием экстремума функционала с подинтегральным выражением (n+1)-го порядка. **Практическая значимость.** Минимизация принятого в расчетах терминального критерия позволяет устранить удары в кинематических зацеплениях механизмов, что, в свою очередь, повышает их долговечность. Кроме того, снижение интенсивности нарастания ускорения ведущей массы системы (например, ротора электродвигателя) позволяет снизить нежелательные энергопотери привода.

Ключевые слова: оптимальное управление; терминальный критерий; динамическое программирование; вариационное исчисление; краевая задача

doi: 10.15802/stp2015/57031

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2015, № 6 (60)

V. S. LOVEIKIN[1*], YU. O. ROMASEVICH[2*]

[1*]Dep. «Machinery and Equipment Designing», National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony St., 12b, Kyiv, Ukraine, 03041, tel. +38 (097) 349 14 53, e-mail lovvs@ukr.net, ORCID 0000-0003-4259-3900
[2*]Dep. «Machinery and Equipment Designing», National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony St., 12b, Kyiv, Ukraine, 03041, tel. +38 (097) 349 14 53, e-mail d.um@mail.ru, ORCID 0000-0001-5069-5929

DECREASING OF MECHANISMS DYNAMIC LOADING AT THE TRANSIENT STATE

Purpose. It is necessary to select modes of motion to reduce the dynamic loads in the mechanisms. This choice should be made on optimization basis. The purpose of research is to study methods of synthesis regimes of mechanisms and machines motion that provide optimal modes of movement for terminal and integral criteria. **Methodology**. For research the one-mass dynamic model of the mechanism has been used. As optimization criteria the terminal and comprehensive integral criteria were used. The stated optimization problem has been solved using dynamic programming and variational calculation. The direct variation method, which allowed finding only approximate solution of the original problem of optimal control, has been used as well. **Findings**. The ways of ensuring the absolute minimum of terminal criterion have been set for each method of problem solving. The stated characteristics show softness changes of kinematic functions during braking of mechanism. They point to the absolute minimum of adopted terminal criterion in the calculation. **Originality**. It is necessary to introduce new variables in the system equations during the solving of optimal control problems using dynamic programming to achieve an absolute minimum of terminal criteria. In general, to achieve a minimum of n-order terminal criterion an optimization problem should find relatively (n+1)-th order function. When optimization problems is solving by variational calculation in order to ensure a minimization of n-th order terminal criterion by selecting the appropriate boundary conditions, it is necessary to solve the Euler-Poisson 2(n+1)-th order equation (subject to symmetric setting boundary conditions). It is a necessary condition for an extremum of the functional with the (n+1)-th order integrant. **Practical value**. Minimizing of adopted terminal criterion in the calculation allows eliminate the brunt in kinematic gearing of mechanisms, which increases their operational life. In addition, the reducing of the acceleration increasing intensity of system driving mass (for example, rotor of electric motor) allows reducing undesirable energy losses in a drive.

Keywords: optimal control; terminal criterion; dynamical programming; variation calculation; boundary problem

REFERENCES

1. Bobrovskiy V.I., Dorosh A.S. Optimizatsiya rezhimov tormozheniya ottsepov raschetnoy gruppy sostava [The optimization of retarding regimes within the particular group of cuts]. *Nauka ta prohres transportu. Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu – Science and Transport Progress. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport*, 2013, no. 1 (43), pp. 103-112. doi: 10.15802/stp2013/9582.
2. Volkov D.P. *Dinamika i prochnost odnokovshovykh ekskavatorov* [Dynamics and strength of single-bucket excavators]. Moscow, Mashinostoroeniye Publ., 1965. 462 p.
3. Gerasimyak R.P., Naydenko Ye.V. Nagruzki v kinematicheskikh peredachakh dvukhmassovoy elektromekhanicheskoy sistemy v protsesse tormozheniya [The loads in the kinematic transmission of two-mass electromechanical system in the braking process]. *Elektrotekhnicheskiye i kompyuternyye sistemy – Electrotechnic and Computer Systems*, 2015, no. 17 (93), pp.15-22.
4. Grigorov O.V. *Sovershenstvovaniye rabochikh kharakteristik kranovykh mekhanizmov.* Dokt Diss. [Improving of operational characteristics of crane mechanisms. Doct. Diss.], 1995. 386 p
5. Sheffler M., Dresig Kh., Kurt F., Runov M.M., Fedoseyev V.N., Aleksandrova M.P. *Gruzopodemnyye krany* [Climbing cranes]. Moscow, Mashinostoroeniye Publ., 1981. 287 p.
6. Lobov N.A. *Dinamika gruzopodemnykh kranov* [Dynamics of climbing cranes]. Moscow, Mashinostoroeniye Publ., 1987. 160 p.
7. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. Analiz ta syntez optymalnoho keruvannia rukhom vantazhopidiomnoho krana priamym variatsiinym metodom [Analysis and synthesis of optimum control of movement of the crane

doi: 10.15802/stp2015/57031

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2015, № 6 (60)

using direct variational method]. *Naukovyi visnyk natsionalnoho universytetu bioresursiv i pryrodokorystuvannia Ukrainy. Seriia: «Tekhnika ta enerhetyka APK»* [Scientific Bulletin of national University of life and environmental Sciences of Ukraine. Series: «Technology and energy agriculture»], 2014, vol. 196, p. 1, pp. 129-139.

8. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. *Optymizatsiia rezhymiv rukhu kranovykh mekhanizmiv* [Optimization of movement modes of crane mechanisms]. Kyiv, Nizhyn, PP Lysenko M.M. Publ., 2011. 307 p.
9. Raksha S.V., Kuropyatnik A.S., Kurka A.A. Obosnovaniye sposobov snizheniya energopotrebleniya podvesnykh kanatnykh dorog [Substantiation of ways of decrease in power consumption of ropeways]. *Nauka ta prohres transportu. Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu – Science and Transport Progress. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport*, 2014, no. 1 (49), pp. 125-131. doi: 10.15802/stp2014/22677.
10. Bellman R. Dynamic programming. Princeton, Princeton University Press Publ., 1957. 400 p.
11. Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., Slousch A.V. Advanced theory of Mechanisms and Machines. Berlin, Springer Publ., 2000. 396 p. doi: 10.1007/978-3-540-46516-4.
12. Clarke F. Functional Analysis, Calculus of Variations and Optimal Control. Berlin, Springer Publ., 2013. 606 p. doi: 10.1007/978-1-4471-4820-3.
13. Genta G. Vibration Dynamics and Control. New York, Springer Publ., 2009. 806 p. doi: 10.1007/978-0-387-79580-5.
14. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical handbook for scientists and engineers. Dallas, Dover Publications Publ., 2000. 1151 p.
15. Seeler K.A. System dynamics: an introduction for mechanical engineers. New York, Springer Publ., 2014. 667 p.
16. Vulfson I. Dynamics of cyclic machines. New York, Springer Publ., 2015. 390 p. doi: 10.1007/978-3-319-12634-0.

Стаття рекомендована до публікації д.т.н., проф. Г. А. Голубом (Україна); д.т.н., проф. С. В. Ракшою (Україна)

Надійшла до редколегії 14.09.2015
Прийнята до друку 10.11.2015

doi: 10.15802/stp2015/57031