

УДК 656–026.661(1–21)

К. О. СОРОКА^{1*}, Д. О. ЛИЧОВ²

^{1*}Каф. «Електричний транспорт», Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова, вул. Революції, 12, Харків, Україна, 61002, тел. + 38 (97) 499 24 95, ел. пошта sorokahome@ Rambler.ru, ORCID 0000-0001-9091-6861

²Каф. «Електричний транспорт», Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова, вул. Революції, 12, Харків, Україна, 61002, тел. + 38 (050) 996 27 86, ел. пошта dimalychov@gmail.com, ORCID 0000-0002-3231-5985

ЗМІСТОВНА МОДЕЛЬ ТА РІВНЯННЯ РУХУ ЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Мета. В статті розглянуто удосконалення методів розрахунку кривих руху електротранспорту та затрат електроенергії із метою підвищення продуктивності й точності розрахунків. **Методика.** В основу методики покладені загальні принципи математичного моделювання, коли створюється змістовна модель предметної області, на основі якої будується математична модель із певним математичним апаратом. Розглянуто питання побудови удосконаленої змістовної моделі руху засобів електричного транспорту та відповідної математичної моделі. **Результати.** Авторами запропонована модель, в якій транспортний засіб представляється системою взаємодіючих матеріальних точок, між якими встановлено певні типи зв'язків, та на яку діють зовнішні сили. Як математичний апарат використано рівняння Ейлера-Лагранжа другого роду. Розглянуто консервативні та дисипативні сили, що зумовлюють динаміку системи. Запропоновано формули розрахунку кривих руху з урахуванням витрат електроенергії. **Наукова новизна.** В роботі одержана змістовна модель руху засобів електротранспорту з розподіленою масою як системи взаємозв'язаних матеріальних точок із накладених на неї зв'язками. В найбільш простому вигляді система має одну ступінь вільності. Математична модель руху транспортного засобу побудована на основі рівнянь Лагранжа. Вказаний підхід дозволяє детально, фізично обґрунтовано описати динаміку засобів електротранспорту. Для засобів міського електротранспорту одержані суттєво точніші рівняння розрахунку кривих руху, ніж рекомендовані в навчальних посібниках та нормативній документації. Розраховано криві руху та витрати електроенергії на перевезення одного пасажера тролейбусом на ділянці маршруту. Показано, що вони залежать від типу транспортного засобу (ТЗ), а при наповненні вище певного рівня можуть збільшуватися. **Практична значимість.** Авторами одержані рівняння руху, орієнтовані на використання комп'ютерних методів числового інтегрування. Зменшено затрати праці на проведення розрахунків; збільшено точність розрахунків; забезпечено можливості врахування різних чинників, що впливають на характер руху. Певний енергозберігаючий ефект уможливлений авторами за рахунок спрямованості методів розрахунку на практичну розробку технологічних карт руху засобів електротранспорту в умовах експлуатації при постійній зміні наповнення салону транспортного засобу.

Ключеві слова: міський електричний транспорт; затрати електроенергії; рівняння руху; змістовна та математичні моделі; рівняння Ейлера-Лагранжа; консервативні та дисипативні сили

Вступ

Енергозбереження на міському електричному транспорті, підвищення ефективності його роботи – питання, актуальність яких з плином часу не зменшується. Теоретичною базою розробки заходів з енергозбереження є точні, продуктивні і зручні для користування методи розрахунку характеристик руху та витрат електроенергії транспортним засобом (ТЗ). Проектування і розробка ТЗ також здійснюються на основі тягових розрахунків. На жаль, існуючі

методи тягових розрахунків, рівняння руху, що пропонуються у фаховій літературі, надмірно спрощені і мають недостатню точність. Завданням цієї роботи є уточнення рівнянь руху, одержання рівнянь, які б мали більшу точність і продуктивність та дозволяли враховувати різні чинники, що зумовлюють рух засобів електричного транспорту та витрати електроенергії. Уточнення рівнянь, як показано в роботах В. А. Лазаряна [1], може бути здійснене тільки на основі більш досконалої моделі транспортного засобу.

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

Методика

Згідно з рекомендаціями [3, 6, 11, 14] витрати електроенергії транспортним засобом розраховують шляхом інтегрування рівняння руху з урахуванням параметрів ділянки маршруту та електромеханічних характеристик двигуна. Для спрощення розрахунків і надання їм універсальності рівняння приведені до питомих одиниць. Після інтегрування одержані результати перераховують перемноживши на фактичну масу ТЗ. Наприклад, в джерелах [5, 8, 11] основне рівняння руху має вигляд:

$$102(1+\gamma)\frac{dv}{dt} = f_T + w_C - b, \quad (1)$$

де γ – коефіцієнт, що враховує інерцію обертових частин $\gamma = \frac{m_e}{m}$ ($\gamma = 1, 1-1, 2$); v – швидкість транспортного засобу; f_T – питома сила тяги, Н/кН; w_C – сила основного питомого опору руху, (для тролейбуса в режимі тяги $w_C = 12 + 0,0004v^2$); w_D – додаткова сила опору, зумовлена рухом на похилих та кривих ділянках шляху, b – гальмівна сила.

Аналіз показує, що у рівнянні прихована і не повною мірою враховується залежність від маси. Величини коефіцієнта γ і коефіцієнтів сили основного опору залежать від маси (наповнення ТЗ) [8, 11]. Неповне врахування залежності коефіцієнтів рівняння від маси призводить до помилкових практичних дій. Так, наприклад, в м. Харкові в період нестачі електроенергії і часткового її відключення заради економії прийняли рішення скоротити випуск тролейбусів на 1/3. Результат був несподіваний як для керівництва міста, так і працівників електротранспорту. Витрати електроенергії не скоротились. Від експерименту швидко відмовились. Це свідчить, що теоретичні уявлення та розрахунки затрат електроенергії за існуючою методикою є незадовільними.

Рівняння руху (1), одержане на основі змістовної моделі (див. рис. 1), в якій ТЗ є матеріальною точкою, на яку діють рушійні та гальмівні сили [5, 8, 9, 11, 15, 16]. В математичній моделі використано формалізм другого закону Ньютона.

Недоліком вказаної моделі є те, що згідно з законом Ньютона не можна врахувати фак-

тичний розподіл мас ТЗ з декількома вагонами та обертовий рух окремих частин. Використана одиниця «питомої» сили тяги – Ньютон, поділений на «вагу» ТЗ в кілоньютонах (Н/кН), не є питомою величиною в загальноприйнятому розумінні – це фактично відношення двох сил, яке виражається в безрозмірних одиницях. Хоча рівняння фактично безрозмірне, та під час його отримання одночасно використовуються різні одиниці вимірювання: Н і кН, м і км, години та секунди, а саме: «питома» сила в Н/кН, прискорення в км/(год·с) і прискорення земного тяжіння в м/с² [11]. Це унеможливило безпосереднє інтегрування рівняння руху числовими методами за допомогою комп'ютерних програм і призводить до появи помилок в результатах розрахунку [8]. Вага – це сила, з якою тіло діє на горизонтальну опору чи вертикальний підвіс [13]. Вага тіла змінюється, коли воно рухається з прискоренням відносно земного тяжіння. Тобто під час отримання рівняння здійснена заміна понять: відношення сил вважається «питомою» силою, а як «вага» використано добуток маси на прискорення земного тяжіння, що не правильно, причому прискорення виражене в м/с², тоді як час руху виражається в годинах; шлях – кілометрах, а швидкість – кілометрах за годину.

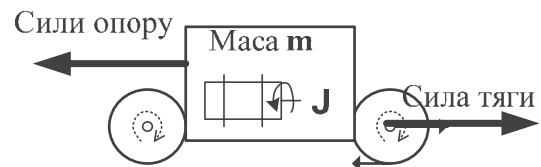


Рис. 1. Існуюча змістовна модель

Fig. 1. Existing conceptual model

Мета

Метою роботи є одержання моделі і рівняння руху, які б відповідали вимогам точності розрахунків, були фізично зрозумілі, зручні для розрахунків на комп'ютерах та дозволяли враховувати механічні, електричні і теплові характеристики транспортного засобу та його двигуна; наповнення салону та інші чинники.

Для досягнення мети завданнями роботи є:

– розробка змістовної моделі руху ТЗ, що дозволяє врахувати розподіл мас, їх характер руху і відповідає вимогам точності;

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

- на основі змістовної моделі одержати рівняння руху;
- виконати розрахунки для перевірки адекватності моделі.

Результати

Як змістовну модель руху ТЗ обрано систему матеріальних точок (див. рис. 2). На систему накладено зв'язки різних типів, які забезпечують передачу обертового моменту якоря двигуна до ведучих коліс і рух ТЗ в цілому. Рух здійснюється за рахунок електричної енергії двигуна і перетворення її в механічну. На систему діють сили опору, які зумовлюють часткове перетворення механічної енергії в тепло. Водій має можливість регулювати швидкість руху шляхом зміни сили тяги двигуна (величини струму, магнітного потоку) та шляхом гальмування.

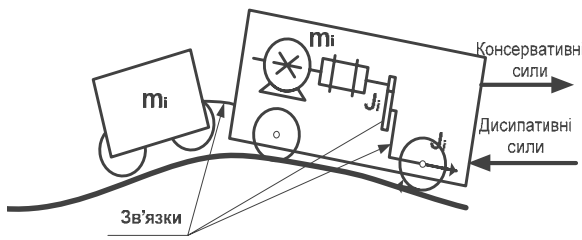


Рис. 2. Змістовна модель динаміки транспортного засобу

Fig. 2. Conceptual model of the vehicle dynamics

Динаміка розглянутої змістовної моделі ТЗ описується рівнянням Ейлера-Лагранжа другого роду [7, 11]. У разі консервативної системи в потенціальному силовому полі Землі рівняння має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0. \quad (2)$$

У разі дисипативної системи, тобто в разі врахування перетворення механічної енергії в інші види:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j, \quad (3)$$

де q_j і \dot{q}_j – узагальнені координати і швидкості для j -го степеня вільності; L – функція Лагран-

жа ($L=T-U$), дорівнює різниці кінетичної – T та потенціальної – U енергій; Q_j – узагальнені сили.

Рух ТЗ є поступальним рухом в силовому полі Землі і додатково – обертальним рухом його окремих частин (двигуна, коліс, трансмісії). Накладені зв'язки дозволяють розрахувати поступальний рух через швидкість обертального руху двигуна. Тому в прийнятій моделі ТЗ є системою з одним степенем вільності, в якій узагальнена швидкість $\dot{q}_j = v$, та координата $q_j = l$ є швидкістю та шляхом, пройденим ТЗ.

Кінетична енергія T , згідно з прийнятою математичною моделлю, дорівнює сумі кінетичної енергії поступального руху ТЗ та частин, що обертаються:

$$T = \sum_{i=1}^s \frac{m_i v^2}{2} + \sum_{i=1}^n J_i \frac{\mu_i^2 v^2}{2R^2}, \quad (4)$$

де J_i , μ_i – момент інерції та передаточне число i -ої частини, що обертається; m_i – маса i -ої матеріальної точки; s – кількість матеріальних точок; n – кількість частин, що обертаються; R – радіус ведучих коліс.

При зосередженій масі m_k та русі на похилій ділянці з нахилом $\frac{dh}{dl} \approx \operatorname{tg}(\varphi) = \alpha$, згідно з формулою (2), одержуємо рівняння руху консервативної системи:

$$\left(m_k + \sum_{i=1}^n J_i \frac{\mu_i^2}{R^2} \right) \frac{dv}{dt} - m_k g \alpha = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) співпадає з (1) і містить формулу розрахунку додаткової маси частин, що обертаються. В ній також врахована потенціальна сила скочування, зумовлена дією тяжіння Землі.

Для врахування сили тяги та сил опору використаємо рівняння дисипативної системи (3). В нього входять потенціальна сила $Q_i = m g \alpha$, яка вже врахована (5) та дисипативні сили: тяги, опору зовнішнього середовища, та опору двигуна і трансмісії. Сили опору зовнішнього середовища є трьох типів [7, 9]: сухе тертя, в'язкий опір та аеродинамічний опір. Сила тертя дорівнює добутку коефіцієнта тертя на вагу:

$$W_T = K_T G_T, \quad (6)$$

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

де G_T – вага ТЗ. Під час руху без прискорення відносно поля тяжіння Землі $G_T = mg$. Під час руху через долину (чи пагорб) радіусом заглиблення R_l вага ТЗ:

$$G = mg \pm \frac{mv^2}{R_l}. \quad (7)$$

Зміна ваги впливає на характер руху ТЗ, а при великій швидкості може призвести до аварій. Збільшення ваги під час проїзду долиною – до обриву підвіски чи трансмісії, а зменшення на пагорбі – до часткової втрати керуваності.

В'язкий опір – зумовлений тертям між шарами повітря, що захоплюються транспортним засобом і нерухомими, більш віддаленими [7]. Ця сила є лінійною функцією швидкості:

$$W_B = K_B v, \quad (8)$$

де K_B = коефіцієнт в'язкого опору:

$$K_B = \frac{\eta}{\Delta Z} S, \quad (9)$$

де η , – в'язкість повітря; S – площа поверхні, що стикається з повітрям; ΔZ – відстань між шарами повітря, які примикають до транспортного засобу і шарами, які є відносно нерухомими.

У випадку тягових розрахунків руху трамваїв і тролейбусів [8, 11] цю силу, як правило, не враховують. Під час розрахунків руху залізничних поїздів та поїздів метрополітену ця сила є суттєвою [9, 17]. Залізничний потяг має досить велику довжину і поверхню S , що стикається з повітрям, велика. А у випадку метрополітену, крім того, суттєвий вплив має мала величина відстані ΔZ між шаром повітря, що примикає до поїзда, та нерухомим шаром, який примикає до стінок тунелю.

Сила аеродинамічного опору зумовлена вихровими потоками і пропорційна квадрату швидкості. Розраховується вона згідно з формулою [7]:

$$W_A = K_A v^2 = C_x \frac{\rho v^2}{2} \sigma, \quad (10)$$

де C_x – коефіцієнт лобового опору, залежний від форми ТЗ; ρ – густина повітря; σ – площа поперечного перерізу.

Крім вказаних сил для рейкового транспорту, враховують додаткову силу опору під час проїзду кривими ділянками шляху. Ця сила подається як рух на підйом з кутовим коефіцієнтом, розрахованим залежно від радіуса кривої [5, 8, 11]. Позначивши кутовий коефіцієнт α_d для розрахунку величини додаткової сили опору маємо:

$$W_d = mg \alpha_d. \quad (11)$$

ТЗ рухається за рахунок енергії, яка споживається з електричної мережі і перетворюється двигуном в механічну. Перетворення супроводжується втратами енергії в двигуні [12]. Перетворення електричної енергії в механічну двигуном відповідає формулі:

$$iU - \Delta P_E = M\omega + \Delta P_M, \quad (12)$$

де i , U струм та напруга, що споживає електричний двигун; ΔP_E – електричні втрати потужності в двигуні; M , ω – момент та кутова швидкість на валу двигуна; ΔP_M – потужність механічних втрат у двигуні.

Електричні втрати ΔP_E можна подати як суму втрат на послідовно ввімкнутих резистивних елементах $\sum_{i=1}^n i r_i^2$ (щітках двигуна, активному опорі послідовних обмоток збудження, резисторах системи керування та ін.) і втрат в паралельно ввімкнутих елементах $\sum_{i=1}^b \frac{U}{r_i^2}$ (обмотках паралельного збудження, допоміжних двигунах, елементах обігріву кузова тощо).

Механічні втрати тягового двигуна та трансмісії ΔP_M – це втрати на тертя, на в'язкість мастил трансмісії – пропорційні швидкості, і вентиляційні втрати – пропорційні квадрату швидкості.

З рівняння (12) знаходимо момент – M_K та силу тяги – F_K на колесі ТЗ:

$$M_K = \frac{\mu_D (iU - \Delta P_E - \Delta P_M)}{\omega}; \quad (13)$$

$$F_K = \frac{(iU - \Delta P_E - \Delta P_M)}{R\omega_K}, \quad (14)$$

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

де μ_D – передаточне число трансмісії; R – радіус; $\omega_K = \omega/\mu_D$ – кутова швидкість ведучого колеса.

Сила тяги, приведена до ободу ведучих коліс:

$$F_E = \frac{(iU - \Delta P_E - \Delta P_M)}{v} = \frac{(iU - \Delta P_E)}{v} - \frac{\Delta P_M}{v}. \quad (15)$$

У цілому для транспортного засобу одержуємо рівняння руху:

$$\left(m + \sum_{i=1}^n J_i \frac{\mu_i^2}{R^2} \right) \frac{dv}{dt} = \frac{(iU - \Delta P_E)}{v} - \frac{\Delta P_M}{v} - K_T G - \frac{\eta}{\Delta Z} S v - C_x \frac{\rho v^2}{2} + mg(\alpha + \alpha_D). \quad (16)$$

Використовуючи позначення, прийняті в теорії електричної тяги, рівняння, виражене в діючих, а не «питомих» величинах, набуде вигляду:

$$(m + m_e) \frac{dv}{dt} = F_E(v) - W_T - W_B - W_A + mg(\alpha + \alpha_D). \quad (17)$$

Під час тягових розрахунків розглядають три режими руху, а саме: тяги, вибігу та гальмування. Рівняння (17) описує рух в режимі тяги на ділянці шляху з відомим ухилом α , з врахуванням енергії, яка поступає з електричної мережі, та втрат в електродвигуні і дисипативних складових втрат енергії ТЗ.

В режимі вибігу струм відсутній і складові, в які входить величина струму, дорівнюють нулю. Механічні втрати в двигуні залишаються, оскільки в режимі вибігу двигун механічно зв'язаний з ведучими колесами.

$$\left(m + \sum_{i=1}^n J_i \frac{\mu_i^2}{R^2} \right) \frac{dv}{dt} = mg(\alpha + \alpha_D) - \frac{\Delta P_M}{v} - \frac{\eta}{\Delta Z} S v - C_x \frac{\rho v^2}{2} \sigma. \quad (18)$$

В режимі гальмування з'являються сили електричного та механічного гальмування. Електричне гальмування здійснюється за рахунок під'єднання до двигуна гальмівних резисторів. Відключений від мережі двигун переходить в режим генератора і вироблена ним енер-

гія гаситься на гальмівних резисторах r_r . Потужність втрат на гальмування дорівнює:

$$\Delta P_{rr} = \frac{U_g^2}{r + r_r} = \frac{(C\Phi\omega)^2}{r + r_r}. \quad (19)$$

Робота δA , виконана за проміжок часу Δt силою електричного гальмування, на елементарній ділянці шляху $\delta S = v \Delta t$ дорівнює:

$$\delta A = \frac{(C\Phi\omega)^2}{r + r_r} \Delta t, \quad (20)$$

звідки величина сили:

$$B_{rr} = \frac{\delta A}{\Delta S} = \frac{(C\Phi\omega)^2}{(r + r_r)v}, \quad (21)$$

тут: C – конструкційна постійна двигуна; Φ – магнітний потік; r – опір послідовного кола двигуна; r_r – опір гальмівного резистора.

Оскільки $\omega = \frac{\mu_D v}{R}$, то сила електричного гальмування дорівнює:

$$B_{Er} = \frac{\delta A}{\Delta S} = \frac{(C\Phi\mu_D)^2}{(r + r_r)R^2} v. \quad (22)$$

Сила електричного гальмування пропорційна швидкості транспортного засобу. Для забезпечення потрібної гальмівної сили при зменшенні швидкості перемикають гальмівні резистори r_r та збільшують величину магнітного потоку Φ . При подальшому зменшенні швидкості вступають в дію механічні гальма.

Сили механічного гальмування зумовлені притисканням гальмівних колодок до гальмівних барабанів чи гальмівного диску, залежно від конструкції гальмівної системи. Момент сили в дисковому гальмі:

$$B_{Mr} = K_r W_r. \quad (23)$$

В разі розміщення гальмівних барабанів безпосередньо на колесі, гальмівна сила, приведена до ободу колеса, дорівнює:

$$B_{Mr} = \frac{K_r W_r R_r}{R}, \quad (24)$$

де R_r – радіус гальмівного барабана; K_r , W_r – коефіцієнт тертя та сила притискання накладок гальмівних колодок.

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

Реалізуються сили гальмування за рахунок тертя між колесами і поверхнею, по якій вони рухаються. Величина гальмівної сили обмежена коефіцієнтом тертя ковзання між колесами та полотном шляху (рейками).

В загальному вигляді рівняння руху в режимі гальмування має вигляд:

$$\left(m + \sum_{i=1}^n J_i \frac{\mu_i^2}{R^2} \right) \frac{dV}{dt} = mg(\alpha + \alpha_D) - \frac{\Delta P_M}{\mu_D V} - \frac{\eta}{\Delta Z} SV - C_x \frac{\rho V^2}{2} \sigma - B_{EG} - B_{MG}. \quad (25)$$

Для виконання тягових розрахунків відповідно розглянутої моделі задають значення вхідних величин, що характеризують ТЗ та параметри ділянки шляху. До цих параметрів слід додати характеристики двигуна, а саме: електро-механічну характеристику – залежність кутової швидкості від величини струму $\omega = \omega(i)$; механічну – залежність кутової швидкості від моменту двигуна $\omega = \omega(M)$ та залежність коефіцієнта корисної дії від величини струму $\eta = \eta(i)$. Ці характеристики в аналітичному вигляді одержані шляхом апроксимації паспортних даних двигунів.

Коефіцієнти рівняння руху можна розрахувати за експериментальними даними для цього типу ТЗ. В цитованій літературі зібрано достатньо інформації для визначення величини коефіцієнтів. Як правило, наведено два різні типи формул розрахунку коефіцієнтів рівняння, а саме: з врахуванням залежності складових сили основного опору від маси і без такого врахування. Останнє викликано спрощенням, направленим на зменшення трудомісткості і об'єму розрахунків, забезпечення можливості використання комп'ютерних програм для розрахунків [16]. Уточнення коефіцієнтів рівнянь, відповідно до розглянутої моделі, потребує окремого аналізу.

Виконані розрахунки для тролейбуса типу ЗіУ-9 [2] показують, що витрати електроенергії суттєво змінюються при зміні водієм режиму ведення ТЗ. Різниця на деяких ділянках руху досягає 30 %. Одержано залежність питомих витрат електроенергії від наповнення салону транспортного засобу (рис. 3).

Питомі витрати електроенергії на перевезення одного пасажера суттєво залежать від наповнення салону транспортного засобу. При невеликому наповненні зі збільшенням кількості пасажирів вони суттєво знижуються. При досягненні певного наповнення, характерного для кожного типу ТЗ, витрати електроенергії не змінюються і можуть дещо зростати. Ці дані пояснюють наведений на початку статті приклад неефективності скорочення випуску транспортних засобів на маршрути, при незмінному пасажиропотоці, заради економії електроенергії.

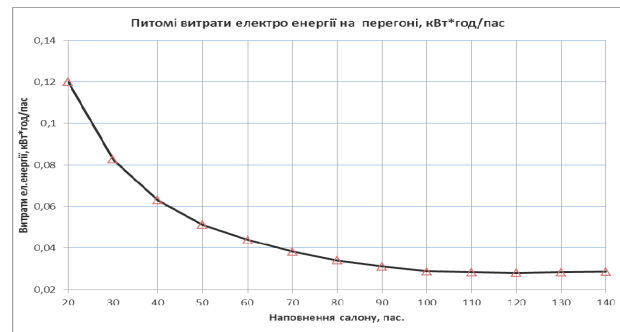


Рис. 3. Витрати електроенергії на перевезення одного пасажера на перегоні

Fig. 3. The cost of electricity for transportation of one passenger on the running line

Наукова новизна та практична значимість

Побудовано нову змістовну модель динаміки міського електротранспорту, в якій ТЗ подається як система матеріальних точок з розподіленою масою та накладених на неї зв'язками різного типу. В найбільш простому вигляді зв'язки накладено таким чином, що система має один степінь вільності.

Математична модель руху транспортного засобу побудована на основі змістовної моделі з використанням рівнянь Лагранжа. На основі цієї математичної моделі виведені більш точні рівняння розрахунків кривих руху і витрат електроенергії ТЗ.

Рівняння руху приведені до основних одиниць системи СІ, що дозволяє виконувати їх багаторазове інтегрування числовими методами за допомогою стандартних комп'ютерних процедур і усуває необхідність використання графоаналітичних методів розрахунку.

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

У зв'язку з суттєвою залежністю характеру руху і витрат електроенергії від наповнення салону, яке змінюється протягом маршруту слідування міського електротранспорту, характеристик ділянок шляху, режиму ведення ТЗ водієм є потреба в багаторазових розрахунках, що потребує розробки відповідних програм для ЕОМ.

Питомі витрати електроенергії на перевезення одного пасажирів мають мінімум при певному наповненні салону і при збільшенні його – зростають.

З метою енергозбереження на ТЗ. потрібно встановлювати лічильники електроенергії та засоби обліку кількості пасажирів.

Висновки

1. Побудовано нову змістовну модель руху, в якій транспортний засіб подано як систему взаємодіючих матеріальних точок з встановленими між ними зв'язками.

2. Показано, що в прийнятій моделі транспортного засобу зв'язки між просторово розподіленими матеріальними точками встановлені таким чином, що система має один степінь вільності.

3. Використовуючи формули Ейлера-Лагранжа, одержано рівняння розрахунку кривих руху і витрат електроенергії, що дозволяють врахувати низку додаткових чинників і підвищити точність розрахунків.

4. Розраховано, що витрати електроенергії троллейбусом на перевезення одного пасажирів зменшуються зі збільшенням наповнення салону до певної межі і в подальшому можуть зростати. Експлуатація електротранспорту при переповненому салоні, з точки зору енергозбереження, є нераціональною.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Блохин, Е. П. Развитие математических моделей динамики поезда в трудах В. А. Лазаряна и его учеников / Е. П. Блохин, Л. А. Манашкин // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2009. – Вип. 30. – С. 64–74.
- Вишняк, Г. В. Троллейбус пассажирский ЗиУ-682Б / Г. В. Вишняк. – Москва : Транспорт, 1977. – 208 с.
- Гетьман, Г. К. Визначення витрат електроенергії на тягу поїздів при розв'язанні задач тягового забезпечення / Г. К. Гетьман, С. М. Голік // Проблемы и перспективы развития ж.-д. трансп. : тез. XXVI Междунар. науч.-практ. конф. (11.05-12.05 2006) / ДНУЖТ. – Днепропетровск, 2006. – С. 115.
- Гетьман, Г. К. Математическая модель поезда для производства тяговых расчетов в задачах выбора параметров тяговых средств / Г. К. Гетьман // Транспорт : зб. наук. пр. Випуск 1. – Дніпропетровськ : Наука і освіта, 1999. – С. 75–79.
- Гетьман, Г. К. Теория электрической тяги. В 2 т. Т. 1. / Г. К. Гетьман. – Днепропетровск : Маковецкий, 2011. – 456 с.
- Гетьман, Г. К. Теория электрической тяги : монография в 2 т. Т. 2 / Г. К. Гетьман. – Днепропетровск : Маковецкий, 2011. – 364 с.
- Лобас, Л. Г. Теоретична механіка : підручник / Л. Г. Лобас, Л. Г. Лобас // Держ. екон.-технол. ун-т трансп. – Київ : ДЕТУТ, 2008. – 406 с.
- Основи електричної тяги : навч. посібн. / В. Х. Далека, П. М. Пушков, В. П. Андрійченко, Ю. В. Мінеєва. – Харків : ХНАМГ, 2012. – 312 с.
- Радченко, В. Д. Сопротивление движению вагонов метрополитена / В. Д. Радченко. – Москва : Трансжелдориздат, 1957. – 71 с.
- Распопов, А. С. Построение математических моделей движения экипажей ж.-д. транспорта на основе уравнений Эйлера-Лагранжа / А. С. Распопов, И. В. Клименко, Т. В. Кравец // Транспорт : зб. наук. пр. / Дніпропетр. держ. техн. ун-т залізн. трансп. – Дніпропетровськ, 2000. – Вип. 6. – С. 101–107.
- Розенфельд, В. Е. Теория электрической тяги / В. Е. Розенфельд, И. Г. Исаев, Н. Н. Сидоров. – Москва : Транспорт, 1983. – 328 с.
- Розробка моделей електродвигунів тягового електроприводу транспортних засобів з урахуванням вихрових струмів / М. В. Хворост, К. О. Сорока, М. І. Шпіка, А. І. Бесараб // Електрифікація трансп. – 2014. – № 8. – С. 99–104.
- Рудой, Ю. Г. Вес / Ю. Г. Рудой // Физическая энциклопедия / под общ. ред. А. М. Прохорова. – Москва : Советская энцикл. – 1988. – Т. 1. – С. 262.
- Mägi, M. Analysis of modelling electric transportation networks / M. Mägi // Topical problems of education in the field of electrical and power engineering : Proc. of the 4th Intern. Symposium (15.01–20.01.2007) / Tallinn University of Technology. – Kuressaare, 2007. – P. 73–77.
- Mathematical Models of High-Speed Trains Movement / D. C. Cismaru, D. A. Nicola,

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

- M. A. Drighiciu [et al.] // WSEAS. Transactions on Circuits and Systems. – 2008. – № 2. – P. 379–388.
16. Matyja, T. Simulink library project for modeling and simulation of dynamic phenomena in rotating power transmission systems / T. Matyja // Problemy Transportu. – 2014. – Vol. 9. – Iss. 2. – P. 101–111.
17. Methods of calculation line optimum travel of trains with consideration of longitudinal dynamic efforts / L. P. Lingaitis, G. Vaičiūnas, L. Liudvinavičius, G. Jevdomacha // Problemy Transportu. – 2013. – Vol. 8. – Iss. 2. – P. 25–34.

К. А. СОРОКА^{1*}, Д. А. ЛЫЧОВ²

^{1*}Каф. «Электрический транспорт», Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. Н. Бекетова, ул. Революции, 12, Харьков, Украина, 61002, тел. + 38 (097) 499 24 95, эл. почта sorokahome@rambler.ru, ORCID 0000-0001-9091-6861

²Каф. «Электрический транспорт», Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. Н. Бекетова, ул. Революции, 12, Харьков, Украина, 61002, тел. +38 (050) 996 27 86, эл. почта dimalychov@gmail.com, ORCID 0000-0002-3231-5985

СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТА

Цель. В статье рассмотрено совершенствование методов расчета кривых движения электротранспорта и затрат электроэнергии с целью повышения производительности и точности расчетов. **Методика.** В основу методики положены общие принципы математического моделирования, когда создается содержательная модель предметной области, на основе которой строится математическая модель соответствующего математического аппарата. Рассмотрены вопросы построения содержательной модели движения средств электрического транспорта и соответствующей математической модели. **Результаты.** Авторами предложена модель, в которой транспортное средство представляется как система взаимодействующих материальных точек, между которыми установлены определенные типы связей, и на которую действуют внешние силы. Как математический аппарат использовано уравнение Эйлера-Лагранжа второго рода. Рассмотрены консервативные и диссипативные силы, обуславливающие динамику системы. Предложены формулы расчета кривых движения с учетом затрат электроэнергии. **Научная новизна.** В работе получена содержательная модель движения средств электротранспорта с распределенной массой, как системы взаимосвязанных материальных точек с наложенными на нее связями. В наиболее простом виде система имеет одну степень свободы. Математическая модель движения транспортного средства построена на основе уравнений Лагранжа. Указанный подход позволяет детально, физически обоснованно описать динамику средств электротранспорта. Получены существенно более точные уравнения расчета кривых движения и расхода электроэнергии, чем рекомендованные в учебных пособиях и нормативной документации для средств городского электротранспорта. Рассчитаны кривые движения и расхода электроэнергии на перевозку одного пассажира троллейбусом на участке маршрута. Показано, что они зависят от типа транспортного средства (ТС), а при наполнении выше определенного уровня могут увеличиваться. **Практическая значимость.** Авторами получены уравнения движения, ориентированные на использование компьютерных методов численного интегрирования. Уменьшены затраты труда при проведении расчетов, увеличена точность расчетов; обеспечены возможности учета различных факторов, влияющих на характер движения. Определенный энергоэкономический эффект может быть достигнут за счет направленности методов расчета на практическую разработку технологических карт движения средств электротранспорта в различных условиях эксплуатации при постоянном изменении наполнения салона транспортного средства.

Ключевые слова: городской электрический транспорт; затраты электроэнергии; уравнения движения; содержательная и математические модели; уравнение Эйлера-Лагранжа; консервативные и диссипативные силы

К. О. SOROKA^{1*}, D. A. LYCHOV²^{1*}Dep. «Electric Transport», National University of Municipal Economy named after O. M. Beketov, Revoliutsiia St., 12, Kharkiv, Ukraine, 61002, tel. + 38 (097) 499 24 95, e-mail sorokahome@rambler.ru, ORCID 0000-0001-9091-6861²Dep. «Electric Transport», National University of Municipal Economy named after O. M. Beketov, Revoliutsiia St., 12, Kharkiv, Ukraine, 61002, tel. +38 (050) 996 27 86, e-mail dimalychov@gmail.com, ORCID 0000-0002-3231-5985

THE CONTENT MODEL AND THE EQUATIONS OF MOTION OF ELECTRIC VEHICLE

Purpose. The calculation methods improvement of the electric vehicle curve movement and the cost of electricity with the aim of performance and accuracy of calculations improving are considered in the paper. **Methodology.** The method is based upon the general principles of mathematical simulation, when a conceptual model of problem domain is created and then a mathematic model is formulated according to the conceptual model. Development of an improved conceptual model of electric vehicles motion is proposed and a corresponding mathematical model is studied. **Findings.** The authors proposed model in which the vehicle considers as a system of interacting point-like particles with defined interactions under the influence of external forces. As a mathematical model the Euler-Lagrange equation of the second kind is used. Conservative and dissipative forces affecting the system dynamics are considered. Equations for calculating motion of electric vehicles with taking into account the energy consumption are proposed. **Originality.** In the paper the conceptual model of motion for electric vehicles with distributed masses has been developed as a system of interacting point-like particles. In the easiest case the system has only one degree of freedom. The mathematical model is based on Lagrange equations. The shown approach allows a detailed and physically based description of the electric vehicles dynamics. The derived motion equations for public electric transport are substantially more precise than the equations recommended in textbooks and the reference documentation. The motion equations and energy consumption calculations for transportation of one passenger with a trolleybus are developed. It is shown that the energy consumption depends on the data of vehicle and can increase when the manload is above the certain level. **Practical value.** The authors received the equations of motion and labour costs in the calculations focused on the use of computer methods of numerical integration. The calculation expenses are reduced. The accuracy is improved; provided possibility to consider different parameters influencing the motion. A certain environmental effect can be achieved by orientation calculation methods for the practical development of the process charts of the movement of electric vehicle funds in different operating conditions at a constant change of filling the interior of the vehicle.

Keywords: urban electric transport; electric power costs; equation of motion; conceptual and mathematical models; Euler-Lagrange equation; conservative and dissipative forces

REFERENCES

1. Blokhin Ye.P., Manashkin L.A. Razvitiye matematicheskikh modeley dinamiki poyezda v trudakh V. A. Lazaryana i yego uchenikov [The development of mathematical models of the dynamics of trains in the writings of Yves. A. Lazaryan and his disciples]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazariana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2009, issue 30, pp. 64-74.
2. Vishnyak G.V. *Trolleybus passazhirskiy ZiU-682B* [Trolleybus passenger ZiU-682B]. Moscow, Transport Publ., 1977. 208 p.
3. Hetman H.K., Holik S.M. Vyznachennia vytrat elektroenerhii na tiahov poizdiv pry rozviazanni zadach tiahovoho zabespechennia [The cost of electricity for traction trains determination in solving problems of providing traction]. *Tezisy LXVI Mezhnarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Problemy i perspektivy rozvitiya zheleznodorozhnogo transporta (11.05-12.05 2006)»* [Proc. of LXVI Intern. Sci. and Pract. Conf. «Problems and prospects of railway transport development»]. Dnipropetrovsk, 2006. P. 115.
4. Getman G.K. Matematicheskaya model poyezda dlya proizvodstva tyagovykh raschetov v zadachakh vybora parametrov tyagovykh sredstv [Mathematical model of a train for production of traction calculations in problems of parameters selection of the traction means]. *Transport : zbirnyk naukovykh prats. Vypusk 1* [Transport: Proceedings. Issue 1]. Dnipropetrovsk, Nauka i osvita Publ., 1999, pp. 75-79.
5. Getman G.K. *Teoriya elektricheskoy tyagi* [Theory of electric traction]. Dnepropetrovsk, Makovetskiy Publ., 2011. 456 p.

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

6. Getman G.K. *Teoriya elektricheskoy tyagi* [Theory of electric traction]. Dnepropetrovsk, Makovetskiy Publ., 2011. 364 p.
7. Lobas Leonid, Lobas Liudmyla. *Teoretychna mekhanika* [Theoretical mechanics]. Kyiv, Derzhavnyi ekonomiko-tehnolohichniy universytet transportu Publ., 2008. 406 p.
8. Daleka V.Kh., Pushkov P.M., Andriichenko V.P., Minieieva Yu.V. *Osnovy elektrychnoi tiahы* [Fundamentals of electric traction]. Kharkiv, Kharkivskiy natsionalnyi universytet miskoho hospodarstva imeni O. M. Beketova Publ., 2012. 312 p.
9. Radchenko V.D. *Soprotivleniye dvizheniyu vagonov metropolitena* [The resistance to movement of the subway cars]. Moscow, Transzheldorizdat Publ., 1957. 71 p.
10. Raspopov A.S., Klimenko I.V., Kravets T.V. Postroeniye matematicheskikh modeley dvizheniya ekipazhey zh.-d. transporta na osnove uravneniy Eylera-Lagranzha [Construction of mathematical models of the railway transport crews movement on the basis of the Euler-Lagrange]. *Transport: zbirnyk naukovykh prats Dnipropetrovskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu zaliznychnoho transportu* [Transport: Proc. of Dnipropetrovsk State Technical University of Railway Transport]. Dnipropetrovsk, 2000, issue 6, pp. 101-107.
11. Rozenfeld V.Ye., Isayev I.G., Sidorov N.N. *Teoriya elektricheskoy tyagi* [Theory of electric traction]. Moscow, Transport Publ., 1983. 328 p.
12. Khvorost M.V., Soroka K.O., Shpika M.I., Besarab A.I. Rozrobka modelei elektrodvyhuniv tiahovoho elektropryvodu transportnykh zasobiv z urakhuvanniam vykhroykh strumiv [The modelling of electric traction motors electric drive vehicles, taking into account eddy currents]. *Elektryfikatsiia transportu – Electrification of Transport*, 2014, no. 8, pp. 99-104.
13. Rudoy Yu.G. Prokhorov A.M. Ves [Weight]. *Fizicheskaya entsiklopediya* [Physical encyclopedia]. Moscow, Sovetskaya entsiklopediya Publ., 1988, vol. 1, pp. 262-707.
14. Mägi M. Analysis of modelling electric transportation networks. Proc. of 4th Intern. Symposium «Topical problems of education in the field of electrical and power engineering (15.01-20.01.2007)». Kuressaare, Tallinn University of Technology Publ., 2007, pp. 73-77.
15. Cismaru D.C., Nicola D.A., Drighiciu M.A. Mathematical Models of High-Speed Trains Movement. WSEAS Transactions on Circuits and Systems, 2008, no. 2, pp. 379-388.
16. Matyja T. Simulink library project for modeling and simulation of dynamic phenomena in rotating power transmission systems. *Problemy Transporty*, 2014, vol. 9, issue 2, pp. 101-111.
17. Lingaitis L.P., Vaičiūnas G., Liudvinavičius L., Jevdomacha G. Methods of calculation line optimum travel of trains with consideration of longitudinal dynamic efforts. *Problemy Transporty*, 2013, vol. 8, issue 2, pp. 25-34.

Стаття рекомендована до публікації: д.т.н., проф. Г. К. Гетьманом (Україна), д.т.н., проф. В. П. Шпачуком (Україна)

Надійшла до редколегії: 10.04.2015

Прийнята до друку: 05.06.2015