

УДК 004.94:519.1

О. І. ЛЕТУЧИЙ^{1*}

^{1*}Каф. «Комп'ютерні інформаційні технології», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІПТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 375 15 35, ел. пошта o.i.letuchyi@ust.edu.ua, ORCID 0009-0004-9057-7029

Визначення експериментальної обчислювальної складності реалізації просторових графових фракталів засобами конструктивно-продукційного моделювання

Мета. Дослідження спрямовано на визначення показників обчислювальної складності з формування просторових графових фракталів, що у свою чергу вимагає розробки програмного застосування для їх формування, який дає змогу їх візуально переглядати, а також засобів для підрахунку показників обчислювальної складності. **Методика.** Для формування просторових графових фракталів використовуються підхід конструктивно-продукційного моделювання, в основі якого лежать правила продукції притаманні формальним граматикам. Конструктивно-продукційне моделювання передбачає ряд перетворень, таких як: спеціалізація, інтерпретація та конкретизація. Перетворення структури описують яким чином можна сформувати просторовий графовий фрактал, що включає визначення предметної області, атрибутику, операції над атрибутами, правила підстановки, умови та обмеження над операціями, опис алгоритмів та реалізацію у вигляді програмного забезпечення. Визначаються показники базових операцій, що виконуються на асемблером рівні: арифметичні, присвоєння, порівнювання та переходу. Для підрахунку показників ітерації формування графового фракталу на рівні коду додаються спеціальні лічильники. Лічильники операцій знаходяться лише в тих ділянках коду, які безпосередньо виконуються під час кожної ітерації формування фракталів. **Результати.** Розроблено програму на мові C# з графічним інтерфейсом. Визначено показники експериментальної обчислюваної складності формування просторових графових фракталів засобами конструктивно-продукційного моделювання на основі використання різних типів кристалевих ґраток. Знайдені залежності мають кореляційне відношення близьке до одиниці. **Наукова новизна.** Було визначено експериментальну обчислювальну складність реалізації просторових графових фракталів засобами конструктивно-продукційного моделювання. В якості основи формування просторових графових фракталів використовуються різні типи кристалічних ґраток, які описують розташування атомів кристалічних речовин. **Практична значимість.** Визначення показників обчислювальної складності базових операцій дає можливість прогнозувати час виконання ітерації формування просторових графових фракталів, а також оптимізувати алгоритми її реалізації. Аналіз показників базових операцій дає можливість знайти вузькі місця в алгоритмах з формування просторових графових фракталів.

Ключові слова: метрики; обчислювальна складність; фрактали; граф; конструктивно-продукційне моделювання; формальні граматики; програмне забезпечення; інформаційні технології

Вступ

Особливість фракталів полягає в їхній здатності відтворювати багаторівневі форми, що спостерігаються в природному середовищі, наприклад, у структурі дерев, системі кровоносних судин чи мінералів.

Для моделювання фракталів існує кілька підходів, серед яких виділяються алгоритмічний і функціонально-алгоритмічний методи. Зокрема, часто використовують систему ітерованих функцій, що базується на сукупності стискаючих відображень, L-системи, а також стискаючі

афінні автомати. Особливої уваги заслуговує підхід, що базується на конструктивно-продукційному моделюванні (КПМ) [10, 11], який розроблений на основі формальних граматик.

Лексикографічний добуток графів є стандартним інструментом у теорії графів для побудови нових графів з існуючих [2]. Крім того у дослідженні продемонстровано, як формувати такі графи рекурсивно, а також доводяться їх фрактальні властивості.

Інноваційні методи синтезу та самоасемблювання нанорозмірних фрактальних молекулярних структур описуються в [4], які не є традиційними дендритичними полімерами, а базуються

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

на математичних фракталах. Основна ідея – створення штучних молекул, що імітують природні фрактальні патерни для отримання матеріалів з унікальними властивостями на нанорівні. Ключовий приклад – нанорозмірний гексагональний трикутник Серпінського, який є плоскою молекулою діаметром близько 12 нм з порожнистим центром. Ця структура складається з менших гексагонів, що формують більші, з використанням металоорганічних зв'язків такі як іони рутенію (Ru) та заліза (Fe). Подібні структури можуть підпадати під визначення фрактального графу.

Розглядаються фрактальні просторові каркаси [5] (fractal space frames) – це ієрархічні структури з самоподібними патернами на кількох масштабах довжин, подібні до просторових каркасів, але з фрактальною геометрією для кращого розподілу навантажень. Виконаний аналіз як такі конструкції поводяться під м'яким стискаючим навантаженням, тобто в режимах, де тиск є відносно слабким і контрольованим. Подібні просторові каркаси можна вважати фрактальними графами у просторі.

КПМ використовується в різних наукових сферах: обробці природньомовних текстів [8, 9, 12], а саме: моделюванні природньої мови [12], визначенні авторства текстів [8, 9], аналізу ефективності стемування у задачах визначення авторства текстів [1]; дослідженнях фракталів: нетрадиційному представленні геометричних фракталів [6], моделюванні мультифракталів на основі мультиконструкторів [7], формуванні геометричних фракталів з онтологічною підтримкою [3], моделюванні фрактальних кристалічних ґраток [13]; при вирішенні задач удосконалення інформаційних систем залізничного транспорту: онтологічної гармонізації [14], семантичної перевірки джерел інформації різних типів про дозволені швидкості на залізничному транспорті [15].

Для вирішення задач зіставлення та виявлення відповідного семантичного змісту в текстах використовується конструктивно-продукційна модель [1, 8, 9, 12], яка розглядає природню мову як конструктивний процес, в межах якої мовні одинці подаються як сукупність правил та конструкцій.

Гнучкість КПМ досягається шляхом поступового перетворення конструктора: спеціалізації, інтерпретації, конкретизації, реалізації. Спеціалізація визначає предметну область носія, скінчену множину операцій, їх семантику, а також обмеження. Інтерпретація передбачає зв'язування операцій сигнатури з алгоритмами виконання певної алгоритмічної структури. Конкретизація КПМ полягає у розширенні аксіоматики множиною правил продукцій, визначенні конкретних множин нетермінальних і термінальних символів разом із їх атрибутами. Реалізація КПМ полягає у формуванні конструкції з елементів носія КПМ через виконання алгоритмів, які відповідають операціям сигнатури.

КПМ відкриває нові можливості для формування геометричних графів [3, 6, 7, 13]. Наприклад, комбінування різних, у тому числі класичних, фракталів у мультифрактал або формування фракталів з неоднорідних множин.

Нами представляється використання КПМ для побудови просторових графових фракталів. В якості основи для їх побудови використовується структура кристалічної ґратки, яку можна представити у вигляді просторового графу. Кристалічна ґратка лежить в основі кристалічної структури. При зміні масштабу кристалічної структури зберігається візуальна схожість з типом її кристалічної ґратки.

Мета

Метою дослідження є визначення показників експериментальної обчислювальної складності з формування просторових графових фракталів.

Методика

Для формування просторових графових фракталів використовується підхід конструктивно-продукційної моделювання (КПМ), який заснований на формальних граматиках. В роботі [10, 11] закладено роботи узагальненого конструктора:

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle, \quad (1)$$

де M – неоднорідний носій структури; Σ – сигнатура, що складається з множини операцій зв'язування, підстановки і виводу, операцій над атрибутами і відносин підстановки; Λ – інформаційне забезпечення, яке включає: онтологію,

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

ціль, правила, обмеження, умови початку та завершення конструювання.

Щоб сформувавши просторовий графовий фрактал необхідно виконати ряд уточнюючих послідовних перетворень узагальненої КПМ [10, 11]: спеціалізація, інтерпретація, конкретизація, реалізація.

Спеціалізація конструктора – формування геометричних фігур (конструкцій) у просторі R^3 , у тому числі просторових графових фракталів:

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle_S \mapsto C_G = \langle M_G, \Sigma_G, \Lambda_G \rangle \quad (2),$$

де $\Lambda_G = \Lambda \cup \Lambda_1 \cup \Lambda_2$, $\Lambda_1 = \{M_G \supset R^3 \cup T_G \cup F_G \cup K_G\}$, $\Sigma_G = \{\Xi_G, \Theta_G, \Phi_G, \{\rightarrow, \downarrow\}\}$, $\Phi_G = \{\gg, \circ, +, -, *, /, \star\}$, $\Theta_G = \{\Rightarrow, \|\Rightarrow, \|\Rightarrow\}$. Тут множина: T_G – умовно неподільних графічних елементів конструювання; F_G, K_G – проміжних форм та конструкцій відповідно; Ξ_G – відносини взаємного розташування геометричних фігур (зв'язування елементів), які задаються графічно; операції: Θ_G – підстановки та виведення; Φ_G – операції над атрибутами, а також відношення підстановки (\rightarrow) та атрибутивності (\downarrow).

Λ_2 містить наступні визначення, доповнення та обмеження, які уточнюють алфавіт, атрибути носія, відносини підстановки, задають особливості виконання операцій підстановки та виведення.

Фігурою або об'єктом будемо називати зв'язану компактну множу в просторі R^3 .

Наявність атрибута w у елемента носія m будемо визначати як $w \cdot m$ (ідентифікатор m з атрибутом w), а те, що $w \in$ атрибуту ідентифікатора $m - w \cdot m$.

Термінальний алфавіт T_G складається з множини геометричних об'єктів з атрибутами.

У конструкторі, що буде розглядатися далі, передбачені наступні операції зв'язування і над атрибутами:

– дублювання множини $f_i \gg f_j$, множина f_i копіюється в f_j ;

– копіювання сентенційної форми f_k в $\overline{f_k}$, з послідовною заміною одних фігур на інші, у порядку віддалення від останньої $\circ(\overline{f_k}, f_k)$;

– математичні операції над дійсними числами, які включають додавання, віднімання, множення, ділення;

– \star заміна кольору фігури на інший (перфарбування) $\star(a, b)$.

Умовою закінчення висновку є виконання N -ї операції часткового виведення (гіпотетично N може дорівнювати ∞).

Для інтерпретації операцій конструювання необхідно визначити алгоритмічний конструктор:

$$C_A = \langle M_A, V_A, \Sigma_A, \Lambda_A \rangle, \quad (3),$$

де M_A – неоднорідний носій, Σ_A – сигнатура та Λ_A – аксіоматика; $V_A \subset M_A$ – множина базових алгоритмів внутрішнього виконавця конструювання, $V_A \supset \{A_1 |_{h,l_q,f_i}^{f_j}, A_2 |_{f_i,\Psi}^{f_j}, A_3 |_{\sigma,\Psi}^{\bar{\Omega}}, A_4 |_{a,b}^a, A_5 |_{a,b}^a, A_6 |_{a,b}^c, A_7 |_{a,b}^c, A_8 |_{a,b}^a, A_9 |_{f_i}^{\bar{f}_i}, A_{10} |_{f_i}^{f_i, f_j}\}$

Зазначені вище алгоритми реалізують наступні операції:

- $A_1 |_{h,l_q,f_i}^{f_j}$ – підстановки;
- $A_2 |_{f_i,\Psi}^{f_j}, A_3 |_{\sigma,\Psi}^{\bar{\Omega}}$ – часткового та повного виводу, f_i, f_j – форми, σ – початковий термінал, $\bar{\Omega}$ – множина сформованих конструкцій;
- $A_4 |_{a,b}^a, A_5 |_{a,b}^a, A_6 |_{a,b}^c, A_7 |_{a,b}^c$ – множення, ділення, додавання і віднімання дійсних чисел;
- $A_8 |_{a,b}^a$ – перфарбування;
- $A_9 |_{f_i}^{\bar{f}_i}$ – реалізація операції $\circ(\bar{f}_i, f_i)$;
- $A_{10} |_{f_i}^{f_i, f_j}$ – реалізація операції $f_i \gg f_j$.

Інтерпретація операцій конструювання (формування конструктивної системи):

$$\langle C_G = \langle M_G, \Sigma_G, \Lambda_G \rangle, C_A = \langle M_A, V_A, \Sigma_A, \Lambda_A \rangle \rangle_I \mapsto C_{GI} = \langle M_{GI}, \Sigma_{GI}, \Lambda_{GI} \rangle \quad (4),$$

де $I \mapsto$ – операція інтерпретації;

$$\Lambda_{GI} = \Lambda_G \cup \Lambda_A \cup \Lambda_3, \Lambda_3 = \{(A_1 |_{h,l_q,f_i}^{f_j} \downarrow \Rightarrow)$$

$$(A_2 |_{f_i,\Psi}^{f_j} \downarrow \Rightarrow), (A_3 |_{\sigma,\Psi}^{\bar{\Omega}} \downarrow \Rightarrow), (A_4 |_{a,b}^a \downarrow^*),$$

$$(A_5 |_{a,b}^a \downarrow /), (A_6 |_{a,b}^a \downarrow +), (A_7 |_{a,b}^a \downarrow -).$$

$$(A_8 |_{a,b}^a \downarrow \star), (A_9 |_{f_i}^{\bar{f}_i} \downarrow \circ), (A_{10} |_{f_i}^{f_i, f_j} \downarrow \gg)\}. \quad (5)$$

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Конкретизація конструктора C_{MSGF} , з назвою MSGF, що є англійською аббревіатурою «мульти-атрибутивні просторові графові фрактали»:

$$C_{GI} = \langle M_{GI}, \Sigma_{GI}, \Lambda_{GI} \rangle_K$$

$$\mapsto C_{MSGF} = \langle M_{GI}, \Sigma_{GI}, \Lambda_{MSGF} \rangle, \quad (6)$$

де $\Lambda_{MSGF} = \Lambda_{GI} \cup \Lambda_4$, частина Λ_4 визначає:

– вузол (термінал) – n , з атрибутами розміру $size=1$, та координатами $pos(x, y, z)$, атрибутом кольору $col=red$, атрибутами зв'язків по осям, атрибутами навантаження, атрибутами закріплення;

– ребро (термінал) – e , з атрибутами початку $start = (x, y, z)$, та кінця $end = (x, y, z)$;

– граф (нетермінал) – $graph$, складається з вузлів n та ребер e ;

– кристалічна ґратка (нетермінал) – $lattice$, складається з графу та має власні атрибути: довжини ребер у метрах a, b, c , кути між ребрами α, β, γ ;

– початкові умови – граф, що має один вузол n_0 , з атрибутами $size n_0 = 1$, $pos v_0 = (0, 0, 0)$, $col v_0 = red$;

– правило підстановки $\psi = \langle s, g \rangle$, в якому операція складається з єдиного відношення підстановки та операцій над атрибутами $g = \langle \star(left, right) \rangle$, права частина підстановки повинна містити хоча б один вузол з кольором як у лівому правилі, рис 1.

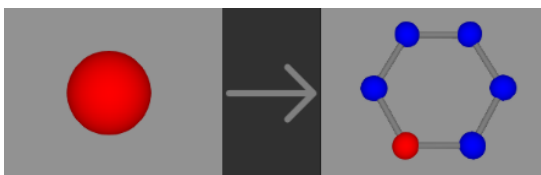


Рис. 1. Відношення підстановки конструктора C_{graph} з заданими кольорами заміни

Fig. 1. C_{graph} Constructor substitution relation with replacement colors

Реалізація виконується в такий спосіб:

– здійснюється операція часткового висновку перетворення форми f_i в f_{i+1} ;

– початкова форма f_0 (graph), згідно з підстановкою (див. рис. 1), одноразово

застосовуючи операцію підстановки, перетворюється в f_1 ;

– виконується операція над атрибутам кольору: взаємне перефарбування вузлів з кольором left на right і навпаки.

Представимо на рис. 2 реалізацію у вигляді послідовності сентенційних форм f_0, f_1, f_2, f_3, f_4 .

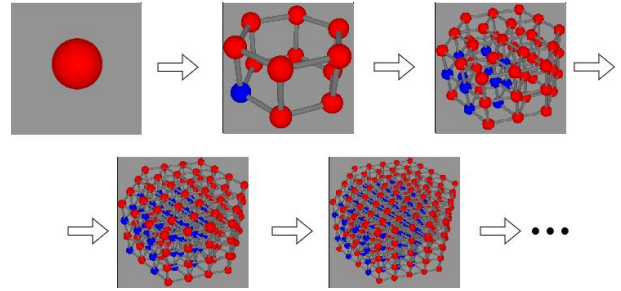


Рис. 2. Послідовність сентенційних форм просторового графового фракталу

Fig. 2. Sequence of sentential forms of a spatial graph fractal

Для формування просторових графових фракталів, а також для проведення досліджень розроблена об'єктно-орієнтована програма на мові C#, на фреймворку .NET Framework 4.8.1. Графічний інтерфейс користувача розроблено у розмітці xaml із виростанням фреймворку WPF. Для збору показників обчислювальної складності формування просторових графових фракталів використовується сервіс у бажаних методах.

Основні операції, які задіяні для підрахунку показників:

- арифметичні (arithmetics);
- присвоєння (assignments);
- порівнювання (comparisons);
- переходу (jumps).

Для підрахунку цих показників було переглянуто дизасембльований код, який був написаний на мові C#. Після аналізу дизасембльованого коду написано іншу версію алгоритму з додатковими лічильниками операцій. Після виконання оновленої версії алгоритмів показники операцій можна переглянути в окремому вікні. Алгоритм формування просторового графового фракталу на рівні коду складається з різних методів, які можуть бути перевикористовувані доти, поки алгоритм не буде вважатися завершеним.

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Дослідження для підрахунку операцій проводяться на окремій графовій структурі, яка формує просторовий графовий фрактал певної сентенційної форми. Для її отримання необхідно виконати певну кількість ітерацій, які дозволяють фракталу збільшуватись за допомогою операції заміни форми та операції над атрибутами. Тобто, заміна існуючої частини фракталу на іншу та перефарбування елементів.

Всього для кожного дослідження виконується десять ітерацій зі зростання фракталу і для кожної ітерації відбувається обчислення показників.

Результати

Після проведення досліджень отримали наступні результати для просторових графових фракталів, заснованих на різних типах кристалічних ґраток: моноклінної базоцентрованої рис. 3, ромбічної об'ємноцентрованої, ромбічної гранецентрованої, гексагональної.

Визначено тип емпіричної залежності для формування просторових графових фракталів, отриманих під час проведення експериментів. Для цього, визначається тип аналітичної залежності, який знаходиться за допомогою методу найменших квадратів а також знайдено коефіцієнт кореляції.

Вид залежності графіку – степенева функція, коефіцієнт кореляції = 0,99, залежність:

$$y = 2,73 * 3,15^x \quad (7)$$

На графіку представлені результати показників різних типів операцій для кожної ітерації, перші п'ять ітерацій можна графічно зобразити як послідовні сентенційні форми на рис. 4.

Графові фрактали, засновані на інших ромбічних об'ємноцентрованих кристалічних ґратках, які мають приблизно однакову структуру, показують приблизно такі ж результати, рис.5.

Вид залежності графіку – степенева функція, коефіцієнт кореляції = 0,99, залежність:

$$y = 2,74 * 3,39^x \quad (8)$$

Формування фрактальних графів на основі кристалічних ґраток з більш складною структурою (ромбічних гранецентрованих) дає помітне підвищення показників використаних операцій, рис. 6.

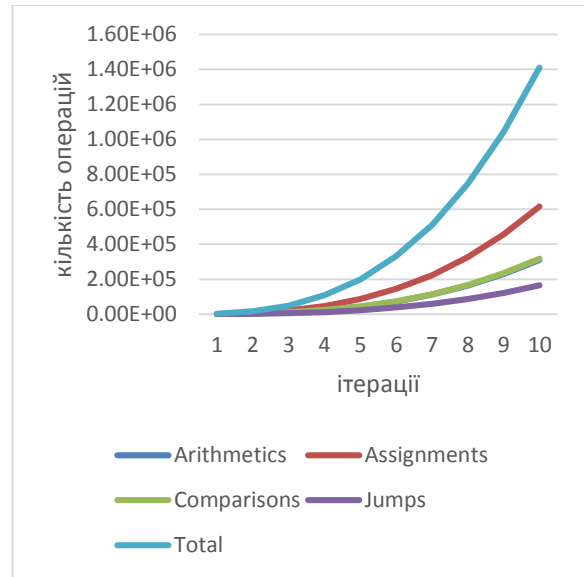


Рис. 3. Залежність кількості операцій від ітерацій формування фрактального графу на основі моноклінної базоцентрованої ґратки

Fig. 3. Dependence of the number of operations on the iterations of the formation of a fractal graph based on a monoclinic base-centered lattice

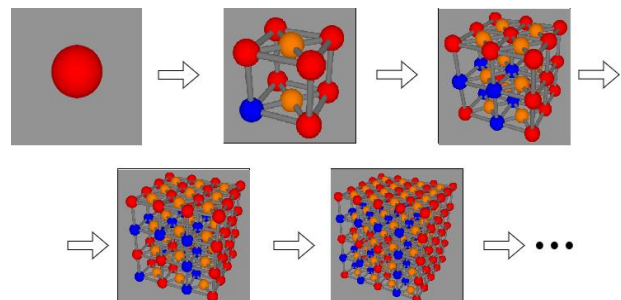


Рис. 4. Перші п'ять сентенційних форм фрактального графу на основі моноклінної базоцентрованої ґратки

Fig. 4. The first five sequential forms of a fractal graph based on a monoclinic base-centered lattice

Вид залежності графіку – степенева функція, коефіцієнт кореляції = 0,99, залежність:

$$y = 2,74 * 3,7^x \quad (9)$$

Формування просторового фрактального графу на основі гексагональної кристалічної ґратки дає результат з найбільшими показниками, рис. 7.

Вид залежності графіку – дрібно-раціональна функція, коефіцієнт кореляції = 0,93, залежність:

$$y = \frac{x}{0,00039 + 0,00007 * x} \quad (10)$$

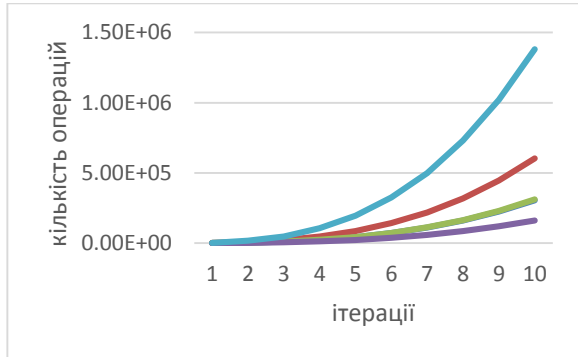


Рис. 5. Залежність кількості операцій від ітерацій формування фрактального графу на основі ромбічної об'ємноцентрованої ґратки

Fig. 5. Dependence of the number of operations on the iterations of the formation of a fractal graph based on a rhombic volume-centered lattice

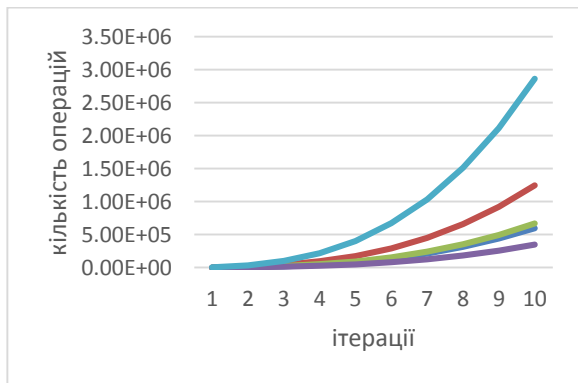


Рис. 6. Залежність кількості операцій від ітерацій формування фрактального графу на основі ромбічної гранецентрованої ґратки

Fig. 6. Dependence of the number of operations on the iterations of the formation of a fractal graph based on a rhombic face-centered lattice

Наукова новизна та практична значимість

У результаті експериментальних досліджень отримано показники базових операцій, що виконуються під час окремої ітерації для формування графового фракталу на основі різних кри-

сталічних ґраток. Це надає можливість прогнозування часу формування фрактальних графів. Більш детальний аналіз показників на рівні коду дає змогу знайти вузькі місця реалізації КПМ. Як приклад, додавши деякі нові атрибути або їх вилучення вже існуючих атрибутів та подальша зміна реалізації КТС на рівні коду може дати результати меншої експериментальної обчислюваної складності.

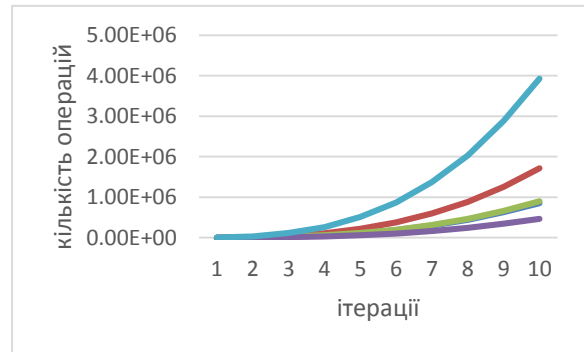


Рис. 7. Залежність кількості операцій від ітерацій формування фрактального графу на основі гексагональної ґратки

Fig. 7. Dependence of the number of operations on the iterations of the formation of a fractal graph based on a hexagonal lattice

Висновки

Проведено дослідження з визначення експериментальної обчислюваної складності реалізації конструкцій просторових графових фракталів. Для цього було розроблено програму на мові C# з графічним інтерфейсом. Обчислювальна складність просторових графових фракталів залежить від типу кристалічної ґратки, яка використовується для його формування. Аналіз обчислюваної складності дає змогу прогнозувати час формування просторових графових фракталів, а також дає можливості для оптимізації алгоритмів з їх формування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Demidovich I., Shynkarenko V., Kuropiatnyk O., Kirichenko O. Processing Words Effectiveness Analysis in Solving the Natural Language Texts Authorship Determination Task. *2021 IEEE 16th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT 2021)*. (Lviv, 22–25 September 2021). Львів, 2021. Vol. 2. P. 48–51. DOI: <https://doi.org/10.1109/csit52700.2021.9648829>
2. Ille P., Woodrow R., Fractal graphs. *Journal of Graph Theory*. 2019. Vol. 91, Iss. 1. P. 53–72. DOI: <https://doi.org/10.1002/jgt.22420>
3. Kuropiatnyk O., Shynkarenko V., Zhuchyi L., Lyakhova M. Geometric Fractals' Constructive-Synthesizing Models using Ontological Means. *CEUR Workshop Proceeding. Selected Papers of the XI International Scientific Conference «Information Technology and Implementation» (IT&I 2024)*. (Kyiv, 20-21 November. 2024). Kyiv, 2024. Vol. 3909. P. 419–431
4. Newkome G. R., Moorefield C. N. *Methods of nanoassembly of fractal polymer and materials formed thereby* : pat. application № 13/548,664.1 ; applic. 13.07.2012 ; public. 2013.
5. Rayneau-Kirkhope D., Mao Y., Farr R. Optimization of fractal space frames under gentle compressive load. *Physical Review E*. 2013. Vol. 87, Iss. 6. Art. 063204. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.87.063204>
6. Shynkarenko V. Constructive-Synthesizing Representation of Geometric Fractals. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019. Vol. 55, Iss. 2. P. 186-199. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-019-00123-w>
7. Shynkarenko V., Chyhir R. Constructive-Synthesizing Modelling of Multifractals Based on Multiconstructors. *CEUR Workshop Proceedings. 14th International Scientific and Practical Programming Conference. (UkrPROG 2024)*. (Kyiv, 14-15 May, 2024). Kyiv, 2024. Vol. 3806. P. 75–88.
8. Shynkarenko V., Demidovich I. Authorship Determination of Natural Language Texts by Several Classes of Indicators with Customizable Weights. *CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2021)*. (Lviv, April 22-23, 2021). Lviv, 2021. Vol. 2870. P. 832–844.
9. Shynkarenko V., Demidovich I. Natural Language Texts Authorship Establishing Based on the Sentences Structure. *CEUR Workshop Proceeding. Proceedings of the 6th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2022)*. (Gliwice, May 12-13, 2022). Gliwice, 2022. Vol. 3171. P. 328–337.
10. Shynkarenko V., Ilman V. Constructive-Synthesizing Structures and Their Grammatical Interpretations. I. Generalized Formal Constructive-Synthesizing Structure. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. Vol. 50, Iss. 5. P. 655–662. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-014-9655-z>
11. Shynkarenko V., Ilman, V. Constructive-Synthesizing Structures and Their Grammatical Interpretations. II. Refining Transformations. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. Vol. 50, Iss. 6. P. 829–841. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-014-9674-9>
12. Shynkarenko V., Kuropiatnyk O. Constructive Model of the Natural Language. *Acta Cybernetica*. 2018. Vol. 23, No. 4. P. 995–1015. DOI: <https://doi.org/10.14232/actacyb.23.4.2018.2>
13. Shynkarenko V., Letuchyi O., Chyhir R. Constructive-synthesizing modeling of fractal crystal lattices. *2023 IEEE 18th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT)* (Lviv, 19–21 October 2023). Lviv, 2023. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/csit61576.2023.10324251>
14. Shynkarenko V., Zhuchyi L. Ontological Harmonization of Railway Transport Information Systems. *CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2021)*. (Lviv, April 22-23, 2021). Lviv, 2021. Vol. 2870. P. 541–554.
15. Shynkarenko V., Zhuchyi L. Semantic Checking of Different Type Information Sources About Permitted Speeds in Railway Transport. *CEUR Workshop Proceeding. Proceedings of the 6th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2022)*. (Gliwice, May 12-13, 2022). Gliwice, 2022. Vol. 3171. P. 711–723.

O. I. LETUCHYI^{1*}

^{1*}Dep. «Computer Information Technologies», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 375 15 35, e-mail o.i.letuchyi@ust.edu.ua, ORCID 0009-0004-9057-7029

Determination of the Experimental Computational Complexity of Formation of Spatial Graph Fractals Using Constructive-Synthesizing Modelling

Purpose. The study is aimed at obtaining indicators of computational complexity for the formation of spatial graph fractals, which in turn requires developing a software application for the formation of spatial graph fractals, which allows them to be visually viewed, as well as creating tools for calculating indicators of computational complexity. **Methodology.** The approach of constructive-synthesizing modeling is used to form spatial graph fractals, which is based on the rules of production inherent in formal grammars. Constructive-synthesizing modeling involves a number of transformations, such as: specialization, interpretation and concretization. Structural transformations describe how a spatial graph fractal can be formed, which includes the definition of the subject area, attributes, operations on attributes, substitution rules, conditions and restrictions on operations, description of algorithms, and implementation in the form of software. The indicators of basic operations performed at the assembler level are determined, such as: arithmetic, assignment, comparison and transition. To calculate the indicators of the iteration of the formation of a graph fractal at the code level, special counters are added. The operation counters are located only in those sections of the code that are directly executed during the iteration. **Findings.** A program was developed in C# with a graphical interface. The indicators of the experimental computational complexity for the formation of spatial graph fractals by means of constructive-synthesizing modeling based on the use of different types of crystal lattices have been determined. The found dependencies have a correlation ratio close to unity. **Originality.** The experimental computational complexity of the formation of spatial graph fractals by means of constructive-synthesizing modeling has been determined. As the basis for the formation of spatial graph fractals, various types of crystal lattices are used, which describe the arrangement of atoms of crystalline substances. **Practical value.** Determining the indicators of basic operations makes it possible to predict the execution time of an iteration of forming spatial graph fractals, as well as to optimize the algorithms for performing this iteration. Analysis of the indicators of basic operations makes it possible to find bottlenecks in the algorithms for forming spatial graph fractals.

Keywords: metrics; computational complexity; fractals; graph; constructive-synthesizing modelling; formal grammars; software; information technology

REFERENCES

- Demidovich, I., Shynkarenko, V., Kuropiatnyk, O., & Kirichenko, O. (2021, September). Processing Words Effectiveness Analysis in Solving the Natural Language Texts Authorship Determination Task. In *2021 IEEE 16th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT 2021)*. (Vol. 2, pp. 48-51). Львів, Ukraine. DOI: <https://doi.org/10.1109/csit52700.2021.9648829> (in English)
- Ille, P., & Woodrow, R. (2019). Fractal graphs. *Journal of Graph Theory*, *91*(1), 53-72. DOI: <https://doi.org/10.1002/jgt.22420> (in English)
- Kuropiatnyk, O., Shynkarenko, V., Zhuchyi, L., & Lyakhova, M. (2024, November). Geometric Fractals' Constructive-Synthesizing Models using Ontological Means. *CEUR Workshop Proceeding. Selected Papers of the XI International Scientific Conference «Information Technology and Implementation» (IT&I 2024)*. (Vol. 3909, pp. 419-431). Kyiv, Ukraine. (in English)
- Newkome, G. R., & Moorefield, C. N. (2013). *Methods of nanoassembly of fractal polymer and materials formed thereby* (U.S. Patent Application No. 13/548,664). United States Patent and Trademark Office (in English)
- Rayneau-Kirkhope, D., Mao, Y., & Farr, R. (2013). Optimization of fractal space frames under gentle compressive load. *Physical Review E*, *87*(6), 063204. DOI: <https://doi.org/10.1103/physreve.87.063204> (in English)
- Shynkarenko, V. (2019). Constructive-Synthesizing Representation of Geometric Fractals. *Cybernetics and Systems Analysis*, *55*(2), 186-199. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-019-00123-w> (in English)
- Shynkarenko, V., & Chyhir, R. (2024, May). Constructive-Synthesizing Modelling of Multifractals Based on Multiconstructors. *CEUR Workshop Proceedings. 14th International Scientific and Practical Programming Conferenc. (UkrPROG 2024)*. (Vol. 3806, pp. 75-88). Kyiv, Ukraine. (in English)
- Shynkarenko, V., & Demidovich, I. (2021, April). Authorship Determination of Natural Language Texts by Several Classes of Indicators with Customizable Weights. *CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2021)*. (Vol. 2870, pp. 832-844). Lviv, Ukraine. (in English)
- Shynkarenko, V., & Demidovich, I. (2022, May). Natural Language Texts Authorship Establishing Based on the Sentences Structure. *CEUR Workshop Proceeding. Proceedings of the 5th International Conference on*

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

- Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2021)*. (Vol. 3171, pp. 328-337). Gliwice, Poland (in English)
10. Shynkarenko, V., & Ilman, V. (2014). Constructive-Synthesizing Structures and Their Grammatical Interpretations. I. Generalized Formal Constructive-Synthesizing Structure. *Cybernetics and Systems Analysis*, 50(5), 655-662. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-014-9655-z> (in English)
 11. Shynkarenko, V., & Ilman, V. (2014). Constructive-Synthesizing Structures and Their Grammatical Interpretations. II. Refining Transformations. *Cybernetics and Systems Analysis*, 50(6), 829-841. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-014-9674-9> (in English)
 12. Shynkarenko, V., & Kuropiatnyk, O. (2018). Constructive Model of the Natural Language. *Acta Cybernetica*, 23(4), 995-1015. DOI: <https://doi.org/10.14232/actacyb.23.4.2018.2> (in English)
 13. Shynkarenko, V., Letuchyi, O., & Chyhir, R. (2023, October). Constructive-synthesizing modeling of fractal crystal lattices. In *2023 IEEE 18th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT)* (pp. 1-4). Lviv, Ukraine. DOI: <https://doi.org/10.1109/csit61576.2023.10324251> (in English)
 14. Shynkarenko, V., & Zhuchyi, L. (2021, April). Ontological Harmonization of Railway Transport Information Systems. *CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2021)*. (Vol. 2870, pp. 541-554). Lviv, Ukraine. (in English)
 15. Shynkarenko, V., & Zhuchyi, L. (2022). Semantic Checking of Different Type Information Sources About Permitted Speeds in Railway Transport. *CEUR Workshop Proceeding. Proceedings of the 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS 2021)*. (Vol. 3171, pp. 711-723). Gliwice, Poland. (in English)

Надійшла до редколегії: 13.11.2025

Рекомендовано до публікації: 18.12.2025

Дата публікації: 27.03.2026