

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

УДК 004.942:519.237

А. А. ЖАДАН^{1*}, В. І. ШИНКАРЕНКО²

¹Каф. «Комп'ютерні науки», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (096) 620 28 06, ел. пошта gadan998@gmail.com, ORCID 0009-0003-1133-1630

²Каф. «Комп'ютерні науки», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (063) 489 49 15, ел. пошта shinkarenko_vi@ua.fm, ORCID 0000-0001-8738-7225

Сучасні методи та засоби роботи з часовими рядами

Мета. Провести структурований аналіз та класифікацію сучасних методів і моделей, що застосовуються для роботи з часовими рядами різної природи. При цьому була приділена увага не тільки типовими ознаками та родом обчислень, а й виділенням предметної області застосування, співставлення та виділення слабких та сильних сторін при роботі з різними наборами даних з приведенням відповідних прикладів областей використання з акцентом на переваги. **Методологія.** Поетапний та детальний розгляд наявних методів і моделей на основі їх основних характеристик, сфер використання та особливостей роботи із включення підходів різної природи та які використовують різні властивості часових рядів. **Результати.** Аналіз найбільш поширених методів обробки часових рядів та окремий розгляд їх представників. Особливу увагу приділено гібридним моделям, які можуть поєднувати методи одного або різних класів, а також нетиповим підходам, що ґрунтуються на специфічних властивостях часових рядів, зокрема їх фрактальності. **Наукова новизна.** Полягає у комплексному та фундаментальному розгляді методів аналізу часових рядів, починаючи від класичних лінійних і нелінійних статистичних моделей та методів штучного інтелекту, і закінчуючи гібридними й фрактальними підходами, з акцентом на виділення їхніх областей застосування та порівняння переваг і недоліків. **Практична значимість** дослідження полягає у систематизації матеріалу, який може бути використаний для попереднього аналізу предметної області та вибору інструментів з урахуванням їх ефективності, що, у свою чергу, спрощує пошук аналогів і скорочує час підготовки до досліджень. Окрім того, у роботі висвітлено менш відомі та нетипові методи, які становлять інтерес для подальших досліджень та можуть бути перспективними кандидатами для майбутніх наукових розробок у сфері роботи з часовими рядами.

Ключові слова: інформаційні технології; програмне забезпечення; часові ряди; RNN; мережі трансформери; конструктивно-продукційне моделювання; фрактали; рекурентні діаграми

Вступ

Часовий ряд є одним із найпоширеніших способів представлення зміни стану складної системи протягом визначеного проміжку часу та використовується для системного опису процесів на основі проведених спостережень. Таке представлення дозволяє здійснювати аналіз поточних процесів системи, будувати їхню характеристику та на основі наявних значень прогнозувати подальшу поведінку системи. Завдяки цьому часові ряди широко застосовують-

ся у фінансових, економічних, технічних, природничих та медичних дослідженнях.

З розвитком математичних методів та інформаційних технологій з'являється все більше інструментів для роботи з часовими рядами, включно з їх аналізом, моделюванням та прогнозуванням [41]. Кожна група методів має свої принципи роботи та специфіку застосування.

Класичні методи роботи з часовими рядами умовно поділяють на дві основні групи – лінійні та нелінійні моделі [23].

Лінійні методи базуються на припущенні, що залежності між поточними та попередніми

значеннями ряду можуть бути представлені як лінійні комбінації [38]. Такий підхід дозволяє будувати прості моделі, які легко реалізуються і використовуються на практиці. Однак точність прогнозування при наявності складних, нелінійних або фрактальних залежностей у наданому наборі даних залишається обмеженою.

Нелінійні методи дозволяють враховувати складні взаємозв'язки та внутрішню структуру ряду, включно з ефектами пам'яті, взаємозалежностями на різних часових масштабах та фрактальними властивостями, що забезпечує більш точне відтворення динаміки реальних процесів [15]. Проте такі методи потребують більших обчислювальних ресурсів і є складнішими у налаштуванні та інтерпретації.

Окрім класичних методів, у сучасних дослідженнях дедалі більше уваги приділяється нетиповим підходам, які не обмежуються стандартними статистичними або машинними методами.

Одним із таких підходів є конструктивно-продукційне моделювання [1], яке ґрунтується на використанні генеративної моделі часового ряду, яка дозволяє побудувати часові ряди різної структури [32]. Іншим прикладом нетипового підходу є рекурентний аналіз [5], що дозволяє виявляти приховані закономірності у нелінійних та хаотичних системах через реконструкцію фазового простору та аналіз повторюваних станів. Рекурентний аналіз не завжди передбачає пряме прогнозування, проте забезпечує детальне розуміння структури ряду та дозволяє будувати більш точні моделі прогнозування або виявляти критичні зміни у динаміці системи.

Мета

Метою даної роботи є здійснення ґрунтовної класифікації існуючих методів та моделей роботи з часовими рядами. У межах дослідження розглядаються як загальновідомі, так і більш нішові підходи, що відзначаються специфічними особливостями застосування. Особливу увагу приділено опису основних принципів функціонування кожного методу та аналізу сфер їх практичного використання, що дозволяє визначити їх ефективність залежно від типу та властивостей часових рядів.

Методика

Основний процес дослідження полягав у визначенні основних груп моделей, їх класифікаційних ознак, сфер використання, а також сильних і слабких сторін. Особливу увагу було приділено аналізу ключових характеристик часових рядів, які використовуються кожною з розглянутих моделей у процесі обробки та прогнозування. Крім загальновідомих представників класичних груп, до розгляду були включені також моделі, у основі яких лежать нетипові властивості часових рядів, що дозволяють підвищити ефективність аналізу складних та нестационарних даних. У якості відправної точки були обрані загальновідомі лінійні та нелінійні моделі.

Класичні лінійні методи. Як вже було зазначено, лінійні методи, які базуються на припущенні, що значення ряду можна описати як лінійну комбінацію попередніх спостережень. Базовими підходами, які можуть як використовуватися окремо, так й бути складовими більш комплексних моделей, є методи авторегресії та ковзного середнього [10, 12].

Модель авторегресії (AR) описує поточне значення ряду як лінійну комбінацію попередніх значень, що дозволяє ефективно відображати короткострокові залежності та тренди. Модель ковзного середнього (MA) фокусується на впливі випадкових коливань ряду, формуючи прогноз через лінійну комбінацію попередніх помилок та зменшуючи вплив шуму.

Ще одним відомим лінійним підходом є експоненційне згладжування, яке застосовується для прогнозування рядів із тенденціями та сезонними коливаннями. Принцип цього методу полягає у наданні більшої ваги останнім спостереженням, що дозволяє моделі швидко реагувати на зміни динаміки ряду. Існують різні варіанти експоненційного згладжування: просте, подвійне та потрійне, що дозволяє враховувати тренд і сезонність.

Завдяки гнучкості та простоті експоненційне згладжування широко використовується у практичних задачах прогнозування, особливо коли необхідно отримати швидкий прогноз без складної налаштування.

Для більш наочного розгляду застосування основних компонентів лінійних методів прогнозування можна виділити моделі ARIMA (ав-

торегресійна інтегрована модель ковзного середнього) [16] та SARIMA [24], які, у свою чергу, є узагальненням моделі ARMA [7] (авторегресійна ковзна середня). Обидві моделі включають наступні ключові компоненти: авторегресію (AutoRegressive), що описує залежність поточного значення ряду від попередніх; інтегрування (Integrated), яке забезпечує перетворення ряду до стаціонарного стану; та ковзне середнє (Moving Average), що враховує вплив випадкових коливань помилок прогнозування.

Головна відмінність SARIMA полягає у врахуванні сезонності значень часового ряду, що дозволяє моделі відстежувати повторювані циклічні залежності та інтервальні коливання.

Модель ARIMA демонструє високу ефективність при роботі з часовими рядами без чітко вираженої сезонності або коли аналіз охоплює короткі проміжки часу [8, 17]. У випадках, коли вхідні дані мають явну сезонну природу, застосовують SARIMA, що дозволяє більш точно відображати циклічні коливання та сезонні закономірності [9, 25].

Нелінійні методи прогнозування. Нелінійні методи базуються не лише на лінійних зв'язках між значеннями часового ряду, але й враховують складніші та нетривіальні залежності, що дозволяє описувати ряди з більш динамічною структурою.

До класичних представників цього класу належать моделі ARCH та GARCH [21], які ґрунтуються на припущенні, що дисперсія часового ряду на кожному часовому проміжку не є сталою величиною, а визначається набором параметрів. Ключова відмінність полягає у тому, що модель GARCH враховує не лише залежність від попередніх помилок прогнозу, а й вплив попередніх значень дисперсії на поточний стан. Завдяки цій властивості, моделі ARCH та GARCH широко використовуються у задачах аналізу і прогнозування часових рядів із високим рівнем волатильності, зокрема у фінансовій сфері, де їх ефективність часто порівнюється з результатами ARIMA-моделей [35].

Окрім врахування змінної дисперсії, окремим важливим напрямом нелінійних підходів є використання фрактальних властивостей часових рядів. Виділяють три ключові характеристики фрактальності:

- самоподібність – здатність часового ряду проявляти повторюваний патерн, який зберігає свою форму при розгляді на різних масштабах;

- фрактальна розмірність – на відміну від класичної евклідової розмірності, може приймати дробові значення, що характеризують складність структури та ступінь заповнення простору[2];

- довготривала залежність (Long-Range Dependence, LRD) – збереження впливу попередніх значень на поточні навіть на великих часових інтервалах.

Найбільш значущим показником фрактальності виступає показник Херста [28], який використовується для оцінки як фрактальної розмірності, так і ступеня LRD. Його значення змінюються у межах (0, 1): наближені до 0,5 свідчать про слабку фрактальність; значення, близькі до 1 – про високу персистентність і сильну довготривалу пам'ять; значення, близькі до 0,1 – про антиперсистентну поведінку. Показник Херста є основою для мультифрактальних моделей (MMAR, MFDFA) [19] та використовується у модифікаціях існуючих методів, зокрема у моделі дробового броунівського руху (fBm)[1] та ARFIMA [20].

Область застосування фрактальних моделей є надзвичайно широкою. Вони ефективні при роботі з рядами, що мають складну структуру, високий рівень самоподібності та виражені ознаки довготривалої пам'яті. Найчастіше їх застосовують для аналізу фінансових часових рядів [11], кліматичних та метеорологічних даних [18], біомедичних сигналів [3], показників енергетичних і телекомунікаційних систем [6, 10], а також у геофізичних і сейсмологічних дослідженнях.

Перевагою нелінійних методів є їхня універсальність і здатність відображати складні залежності, недосяжні для лінійних моделей. Водночас недоліком є підвищена обчислювальна складність і необхідність ретельного налаштування.

Методи штучного інтелекту. З розвитком інформаційних технологій, штучного інтелекту та синтетичних нейронних мереж, для вирішення задач прогнозування часових рядів дедалі частіше застосовують саме ці підходи. Основними перевагами моделей штучного інтелекту порівняно з класичними лінійними та нелі-

нійними статистичними методами є висока гнучкість та адаптивність до складних структур і взаємозв'язків у даних, можливість автоматизації процесу навчання, а також, як правило, вища точність прогнозів порівняно зі звичайними моделями.

Найбільшим недоліком таких моделей є необхідність фази навчання, яка потребує попередньої підготовки та перетворення вхідних даних для прискорення обчислень. Після цього починається процес навчання на основі наявних фрагментів часового ряду. Здебільшого він полягає у поетапній подачі фіксованих вікон даних разом з очікуваним результатом.

Під час навчання мережа встановлює та коригує внутрішні зв'язки між елементами, формуючи необхідні приховані параметри. Процес повторюється декілька разів (епох) для остаточного налаштування моделі. Важливо підтримувати баланс між кількістю поданих фрагментів для навчання та кількістю епох, щоб уникнути як недонавчання, так і перенавчання мережі.

Найпоширенішою архітектурою нейронних мереж для прогнозування подальших значень часових рядів є рекурентні нейронні мережі (Recurrent Neural Networks, RNN) [26]. Основна ідея RNN полягає у наявності внутрішньої пам'яті, яка поступово збагачується на основі кожного циклу навчання. Завдяки цьому інформація з попередніх кроків передається у наступні, що дозволяє моделі зберігати залежності між значеннями часового ряду на різних часових масштабах. Така властивість робить RNN особливо ефективними для роботи з послідовними даними, де порядок та взаємозв'язки між спостереженнями мають критичне значення.

Попри свої переваги, класичні RNN часто стикаються з проблемами затухання градієнта або вибуху градієнта при роботі з довгими послідовностями.

RNN та їхні варіації широко застосовуються не лише для прогнозування фінансових та економічних часових рядів [36], але й у задачах обробки природної мови [27], біомедичних сигналів [31], енергетичних систем [4] та метеорологічних даних [22]. Вони дозволяють моделювати складні нелінійні залежності, що важко піддаються аналізу класичними лінійними або простими нелінійними методами.

Модель LSTM. З усіх варіантів рекурентних нейронних мереж найбільш поширеним є LSTM (Long Short-Term Memory). Основною його особливістю є наявність каналу довготривалої пам'яті, який поетапно накопичує інформацію, та трьох типів вентилів, що регулюють потік даних у канал і з нього. Кожен вентиль виконує конкретні функції:

- вхідний вентиль визначає, які нові фрагменти інформації слід додати до поточного стану каналу, забезпечуючи збереження важливих деталей з поточного кроку;

- вентиль забуття вирішує, які елементи інформації потрібно видалити на основі порівняння попереднього стану та поточного вхідного сигналу, що дозволяє контролювати накопичення надлишкових даних;

- вихідний вентиль контролює, які фрагменти з поточного стану каналу будуть передані на вихід, враховуючи як попередній стан, так і поточний вхід, забезпечуючи коректну передачу інформації далі.

Область застосування LSTM включає часові ряди з довготривалими залежностями та складними закономірностями між значеннями. Типовими прикладами є зміни вартості акцій [34].

До основних недоліків LSTM відносять схильність до перевантажень, високі обчислювальні витрати, а також значну чутливість до налаштувань гіперпараметрів, що вимагає ретельного підбору параметрів навчання [43].

Нейронні мережі трансформери. У 2020-х роках великої популярності набули моделі Трансформери, які стали домінуючим архітектурним стилем для сучасних моделей [39].

Основна відмінність трансформерів від класичних RNN-підходів полягає у впровадженні механізму самоуваги (self-attention). Принцип його роботи полягає у одночасному сприйнятті всього набору вхідних даних без необхідності їх послідовної обробки. Для кожного елемента обчислюється оцінка його впливу на всі інші елементи.

Архітектура трансформерів зробила справжню революцію у сфері обробки природної мови (NLP) та генеративних моделей [37]. Разом із цим, на її основі були розроблені підходи для роботи з часовими рядами. Одним із таких рішень є Autoformer [42], принцип роботи якого

базується на декомпозиції часового ряду та обчисленні автокореляції.

Під час першого етапу вхідний часовий ряд розкладається на компоненти, які відображають тренд та сезонність, з використанням ковзного середнього. Далі обчислюється показник автокореляції між отриманими компонентами, що дозволяє моделі виявляти можливі затримки у часі, які корелюють із поточними значеннями. Отримані закономірності використовуються для прогнозування подальших значень ряду.

Гібридні моделі нейронних мереж. Як і класичні статистичні моделі, сучасні моделі машинного навчання також розширюються через гібридизацію архітектури та додавання нових елементів для підвищення ефективності.

Беручи за приклад моделі типу LSTM, можна виділити два основних підходи: розширення за допомогою додаткових статистичних операцій та повне гібридне поєднання з іншими моделями машинного навчання.

До першого підходу відносять, наприклад, моделі LSTM–ARIMA [13]. Як випливає з назви, вона поєднує роботу двох моделей: ARIMA відповідає за побудову прогнозу лінійної частини часового ряду, а різниця між реальними даними та прогнозом передається у LSTM для моделювання нелінійних компонентів.

Другий підхід передбачає повне гібридне поєднання LSTM з іншими сучасними ML-моделями, як-от Autoformer–LSTM [40] та CNN–LSTM [44].

У моделі Autoformer–LSTM перший етап передбачає декомпозицію часового ряду та обчислення автокореляції для визначення довгострокових залежностей. На основі цих даних Autoformer формує довгостроковий прогноз, а LSTM у другому етапі аналізує короткострокові залежності та фіналізує прогноз, забезпечуючи точне відтворення як глобальних, так і локальних патернів.

У моделі CNN–LSTM спочатку використовується CNN-шар, який виділяє локальні ознаки та зменшує шум у вхідних даних. Після цього LSTM-шар аналізує часові залежності між виділеними ознаками, що дозволяє моделі захоплювати як просторові, так і тимчасові закономірності в ряді.

FractalNet–LSTM модель. Окремо слід виділити підхід до гібридизації моделей на основі використання специфічних властивостей часових рядів. Одним із прикладів є модель FractalNet–LSTM, яка поєднує фрактальну нейронну мережу та рекурентну нейронну мережу LSTM [30].

Процес обробки даних у цій моделі виглядає наступним чином:

- фрактальні шари – вхідні дані проходять через кілька шарів фрактальної згортки, на яких виділяються складні патерни та ознаки самоподібності значень ряду. Цей етап дозволяє вилучити ключові характеристики структури часового ряду, які важко врахувати традиційними методами;

- LSTM-шар – отримані ознаки передаються до LSTM, яка аналізує їх у часовому контексті та моделює залежності між послідовними значеннями для прогнозування подальших станів ряду.

Проте, у випадку рядів з високою волатильністю, наприклад, фінансових показників, результати показали, що модель потребує додаткового доопрацювання [30]. Це свідчить про те, що комбінація фрактальної та рекурентної обробки дає переваги при складних структурних залежностях.

Рекурентний аналіз та використання рекурентних діаграм. Рекурентний аналіз є методом дослідження динаміки часових рядів, який ґрунтується на ідеї повторюваності станів системи. Основна мета підходу полягає у визначенні моментів часу, коли система повертається до стану, близького до попереднього. Це дозволяє виявляти закономірності, періодичність, хаотичні поведінки та структурні зміни ряду.

Для візуального аналізу таких повторів використовуються рекурентні діаграми (Recurrence Plots, RP). Вони дозволяють наочно відобразити моменти, коли значення ряду знову наближаються до попередніх станів. Чорні точки на діаграмі позначають наявність повторюваного стану, а білі – його відсутність (рис. 1). Завдяки цьому можна легко виявляти періодичні або повторювані патерни, структурні зміни у динаміці ряду, а також наявність хаотичної поведінки чи аномалій.

На основі рекурентних діаграм також розроблені кількісні показники, які дозволяють більш детально аналізувати часовий ряд [14]. До них відносять частку точок, що відображає загальну повторюваність, відсоток точок, які формують діагональні лінії, що свідчить про регулярність поведінки, а також вертикальні лінії, які вказують на застійні або «заблоковані» стани. Крім того, за допомогою спеціальних метрик визначається складність і непередбачуваність ряду [5, 29].

Рекурентний аналіз та діаграми особливо ефективні для дослідження складних, нелінійних та фрактальних часових рядів. До таких відносять фінансові індекси, кліматичні та метеорологічні дані, біомедичні сигнали, енергетичні та геофізичні ряди. Використання цього підходу дозволяє оцінити структуру ряду, виділити закономірності, виявити довгострокові залежності та підготувати дані для подальшого моделювання або прогнозування.

Таким чином, рекурентний аналіз разом із рекурентними діаграмами є потужним інструментом для вивчення динаміки часових рядів, особливо там, де класичні лінійні та прості статистичні методи виявляються недостатньо ефективними.

Конструктивно-продукційне моделювання фрактальних часових рядів. Окрім вже зазначених поширених методів роботи та прогнозування часових рядів слід також відзначити й метод на основі конструктивно-продукційного моделювання [1]. Основними сутностями даного підходу є конструктори, які презентують набір носіїв, сигнатури відносин та операцій, набір тверджень з інформацією для підтримки процесу конструювання [32].

Елементом роботи безпосередньо з фрактальними часовими рядами в даному випадку виступає конструктивна модель, яка описує структуру та окремі математичні параметри. Для опису структури і довгоіснуючих зв'язків використовуються L-система [33].

Описані конструктивні моделі вирізняються великим рівнем гнучкості, який полягає у можливості генерації як детермінованих так і стохастичних (рис. 2) часових рядів відповідно до визначених математичних параметрів.

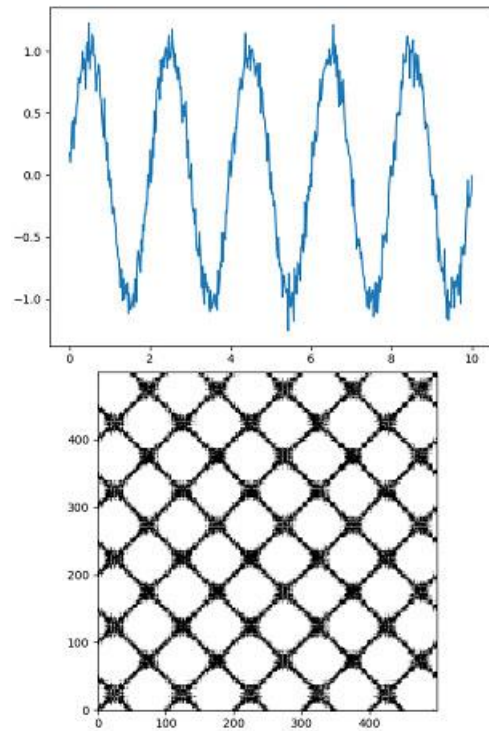


Рис. 1. Графік часового ряду та відповідна йому рекурентна діаграма

Fig. 1. Time series graph and corresponding recurrence diagram

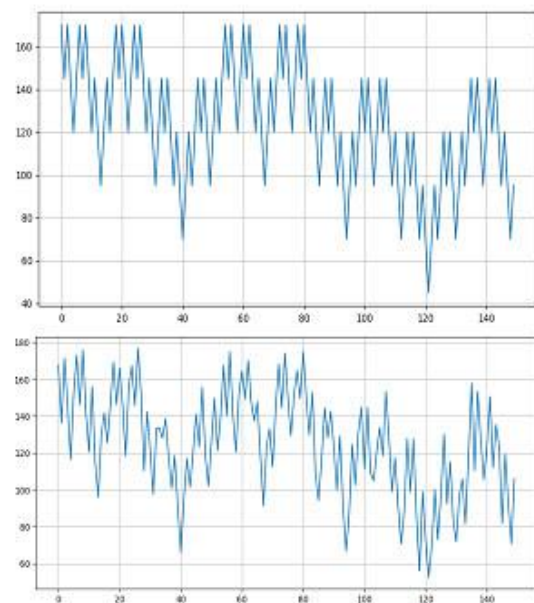


Рис. 2. Часові ряди породжені однією конструктивною моделлю з та без впровадження показника дисперсії

Fig. 2. Time series generated by one constructive model with and without introducing dispersion measure

Результати

У цій роботі були розглянуті основні класи методів аналізу часових рядів, а також найпоширеніші їхні представники із зазначенням сфер використання, переваг та обмежень. Окрему увагу приділено менш відомим, але перспективним підходам, які враховують специфічні властивості часових рядів, такі як фрактальність та рекурентність.

Було проаналізовано кілька основних груп моделей – лінійні, нелінійні та гібридні. Поряд із цим розглянуто також методи рекурентного аналізу та конструктивно-продукційного моделювання, які представляють альтернативні, нетипові підходи до дослідження динамічних систем.

Кожен із описаних методів має власні сфери застосування та цілі. Більшість моделей орієнтовані безпосередньо на прогнозування часових рядів і демонструють високу ефективність у межах цього завдання. Водночас їхні можливості часто обмежуються лише отриманням прогнозу, без формування додаткових артефактів аналізу, які могли б бути використані в ширшому контексті.

Методи рекурентного аналізу, навпаки, роблять акцент не лише на результаті прогнозу, а й на проміжних артефактах, таких як рекурентні діаграми або конструктивні моделі. Ці елементи можуть слугувати джерелом глибшого розуміння внутрішньої структури ряду та застосовуватися для розв’язання ширшого кола завдань, включно з класифікацією, виявленням аномалій чи прогнозуванням.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що сьогодні існує широкий спектр інструментів для аналізу часових рядів різної природи та складності. Однак наразі неможливо виокремити універсальну модель, яка б домінувала за всіма критеріями ефективності. Саме тому активно розвиваються нові методи та гібридні архітектури, що поєднують переваги різних підходів і компенсують їхні обмеження. Це створює міцне підґрунтя для подальших досліджень і вдосконалення методик прогнозування часових рядів.

Наукова новизна та практична значимість

Подібна класифікація відомих методів роботи з часовими рядами дозволяє систематизувати наявний інструментарій і значно скоротити час, необхідний на початкових етапах дослідження або практичної роботи в обраній сфері. Такий підхід сприяє не лише кращому розумінню можливостей різних груп методів, але й дозволяє обирати найбільш доцільні засоби для вирішення конкретних завдань.

Крім того, подібна класифікація дає змогу розглядати методи не лише в контексті основного завдання прогнозування часових рядів, але й у ширшому аспекті – для аналізу, інтерпретації та моделювання.

Висновки

Широке застосування часових рядів для опису та аналізу складних систем зумовило появу значної кількості різноманітних методів роботи з ними. Основним завданням у цій сфері є прогнозування подальших значень, що має важливе значення як для виконання практичних дій у поточний момент (наприклад, у випадку фінансових інвестицій), так і для завчасної підготовки до можливих подій чи станів системи (зокрема, природних катастроф). Очевидно, що точність результатів та універсальність обраної моделі безпосередньо визначають її цінність та практичну ефективність.

З розвитком сучасних математичних підходів та інформаційних технологій сформувалося широке коло моделей для прогнозування часових рядів. Загалом їх можна умовно поділити на три основні класи: статистичні методи, моделі машинного навчання та інші, нетипові підходи.

Статистичні методи утворюють теоретичний фундамент, на основі якого побудовані класичні алгоритми прогнозування. Моделі машинного навчання, у свою чергу, ґрунтуються на автоматизації процесів і демонструють здатність працювати зі складнішими структурами та великими обсягами даних. Нетипові методи поєднують підходи з різних дисциплін, відкриваючи нові можливості для роботи з рядами особливої природи.

Основним викликом залишається різноманітність структур і типів зв'язків між значеннями часових рядів. Вони можуть мати лінійний або нелінійний характер, проявляти сезонність, фрактальні властивості чи високий рівень волатильності. У наслідок цього для деяких завдань більш доцільним є застосування простих ліній-

них моделей, тоді як для інших необхідне використання сучасних архітектур нейронних мереж. Таким чином, перш ніж розпочати роботу з часовим рядом, слід провести його класифікацію та обрати найбільш адекватну модель для прогнозування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Скалозуб В., Ільман В., Білий Б. Конструктивні багатопарові моделі для впорядкування послідовностей з урахуванням складності операцій формування. *Наука та прогрес транспорту*. 2020. № 4(88). С. 61–76. DOI: <https://doi.org/10.15802/stp2020/213232>
2. Al-Kadi O. S. Fractals for biomedical texture analysis. *Biomedical Texture Analysis*. 2017. P. 131–161. DOI: <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-812133-7.00005-3>
3. Bansal I. R., Ashourvan A., Bertolero M., Bassett D. S., Pequito S. Model-based stationarity filtering of long-term memory data applied to resting-state blood-oxygen-level-dependent signal. *PLOS ONE*. 2022. Vol. 17, Iss. 7. e0268752. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0268752>
4. Bashar M. A., Nayak R., Astin-Walmsley K., Heath K. Machine learning for predicting propensity-to-pay energy bills. *Intelligent Systems with Applications*. 2023. Vol. 17. 200176. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.iswa.2023.200176>
5. Belozyorov V., Zaytsev V. Recurrence analysis of time series generated by 3D autonomous quadratic dynamical system depending on parameters. *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*. 2016, Vol. 24, № 8. P. 56–70. DOI: <https://doi.org/10.15421/141604>
6. Castro A. L., Marcato A. L. M., De Aguiar E. P. Multifractal analysis of the Brazilian electricity market. *IEEE Access*. 2023. Vol. 11. P. 98939–98957. DOI: <https://doi.org/10.1109/access.2023.3313099>
7. Chen J.-F., Wang W.-M., Huang C.-M. Analysis of an adaptive time-series autoregressive moving-average (ARMA) model for short-term load forecasting. *Electric Power Systems Research*. 1995. Vol. 34, Iss. 3. P. 187–196. DOI: [https://doi.org/10.1016/0378-7796\(95\)00977-1](https://doi.org/10.1016/0378-7796(95)00977-1)
8. Contreras J., Espinola R., Nogales F. J., Conejo A. J. ARIMA models to predict next-day electricity prices. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2003. Vol. 18, Iss. 3. P. 1014–1020. DOI: <https://doi.org/10.1109/tpwrs.2002.804943>
9. Dabral P. P., Murry M. Z. Modelling and forecasting of rainfall time series using SARIMA. *Environmental Processes*. 2017. Vol. 4. P. 399–419. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40710-017-0226-y>
10. Ghaffarpour R., Zamanian S. Fractal-based lightning model for investigation of lightning direct strokes to the communication towers. *Electrical Engineering*. 2022. Vol. 104. P. 2543–2551. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00202-022-01503-w>
11. Gottimukkala S. R. Applying the Multifractal Model of Asset Returns (MMAR) to financial markets: insights and limitations. *10th International Conference on Signal Processing and Communication (ICSC)*. (Noida, India, 20–22 February 2025). Noida, 2025. P. 277–282. DOI: <https://doi.org/10.1109/icsc64553.2025.10968868>
12. Kaur J., Parmar K. S., Singh S. Autoregressive models in environmental forecasting time series: a theoretical and application review. *Environmental Science and Pollution Research*. 2023. Vol. 30, Iss. 8. P. 19617–19641. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11356-023-25148-9>
13. Kashif K., Ślepaczuk R. LSTM-ARIMA as a hybrid approach in algorithmic investment strategies. *Knowledge-Based Systems*. 2025. Vol. 320. 113563. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2025.113563>
14. Kirichenko L., Radivilova T., Stepanenko J. Applying recurrence plots to classify time series. *Computational Linguistics and Intelligent Systems*. Proceedings of the 5th International Conference, COLINS-2021. (Kharkiv, 22-23 April 2021) Kharkiv, 2021, P. 16–26. URL: https://web.kpi.kharkov.ua/iks/wp-content/uploads/sites/113/2021/10/CoLInS_Volume2_2021.pdf
15. Konar S., Auluck N., Ganesan R., Goyal A. K., Kaur T., Sahi M., Samra T., Thingnam S. K. S., Puri G. D. A non-linear time series based artificial intelligence model to predict outcome in cardiac surgery. *Health Technology*. 2022. Vol. 12, Iss. 6. P. 1169–1181. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12553-022-00706-2>
16. Kontopoulou V. I., Panagopoulos A. D., Kakkos I., Matsopoulos G. K. A review of ARIMA vs. machine learning approaches for time series forecasting in data driven networks. *Future Internet*. 2023. Vol. 15, Iss. 8. P. 255. DOI: <https://doi.org/10.3390/fi15080255>

17. Lee C.-M., Ko C.-N. Short-term load forecasting using lifting scheme and ARIMA models. *Expert Systems with Applications*. 2011. Vol. 38, Iss. 5. P. 5902–5911. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.11.033>
18. Meenakshi M., Gowrisankar A. Multifractal analysis on ozone depletion and climate change: the time series approaches. *Contemporary Mathematics*. 2025. Vol. 6, Iss. 1. P. 594–616. DOI: <https://doi.org/10.37256/cm.6120256141>
19. Mensi W., Kumar A. S., Vo X. V., Kang S. H. Asymmetric multifractality and dynamic efficiency in DeFi markets. *Journal of Economic and Financial Studies*. 2024. Vol. 48, Iss. 2. P. 280–297. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12197-023-09655-6>
20. Monge M., Infante J. A fractional ARIMA (ARFIMA) model in the analysis of historical crude oil prices. *Energy RESEARCH LETTERS*. 2023. Vol. 4, Iss. 1. DOI: <https://doi.org/10.46557/001c.36578>
21. Oktaviani F., Miftahuddin, Setiawan I. Forecasting sea surface temperature anomalies using the SARIMA ARCH/GARCH model. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1882. 012020. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1882/1/012020>
22. Ouma Y. O., Cheruyot R., Wachera A. N. Rainfall and runoff time-series trend analysis using LSTM recurrent neural network and wavelet neural network with satellite-based meteorological data: case study of Nzoia hydrologic basin. *Complex & Intelligent Systems*. 2022. Vol. 8, Iss. 1. P. 213–236. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40747-021-00365-2>
23. Park M.-J., Yang H.-S. Comparative Study of Time Series Analysis Algorithms Suitable for Short-Term Forecasting in Implementing Demand Response Based on AMI. *Sensors*. 2024. Vol. 24, Iss. 22. P. 7205. DOI: <https://doi.org/10.3390/s24227205>
24. Pramanik A., Sultana S., Rahman Md. S. Time series analysis and forecasting of Monkeypox disease using ARIMA and SARIMA model. *2022 13th International Conference on Computing Communication and Networking Technologies (ICCCNT)*. (Kharagpur, 03-05 October 2022). Kharagpur, 2022. P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1109/icccnt54827.2022.9984345>
25. Ray S., Das S. S., Mishra P., Al Khatib A. M. G. Time series SARIMA modelling and forecasting of monthly rainfall and temperature in the South Asian countries. *Earth Systems and Environment*. 2021. Vol. 5, Iss. 3. P. 531–546. DOI: <https://doi.org/10.1007/s41748-021-00205-w>
26. Salem F. M. Recurrent Neural Networks (RNN). *Recurrent Neural Networks*. Cham, 2022. P. 43–67. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-89929-5_3
27. Saraswat M., Srishti. Leveraging genre classification with RNN for book recommendation. *International Journal of Information Technology*. 2022. Vol. 14, Iss. 7. P. 3751–3756. DOI: <https://doi.org/10.1007/s41870-022-00937-6>
28. Serletis A., Rosenberg A. A. The Hurst exponent in energy futures prices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2007. Vol. 380. P. 325–332. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.02.055>
29. Shabani M., Magris M., Tzagkarakis G., Kannianen J., Iosifidis A. Predicting the state of synchronization of financial time series using cross recurrence plots. *Neural Computing and Applications*. 2023. Vol. 35, Iss. 25. P. 18519–18531. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-023-08674-y>
30. Shakhovska N., Shymanskyi V., Prymachenko M. FractalNet-LSTM model for time series forecasting. *Computers, Materials & Continua*. 2025. Vol. 82, Iss. 3. P. 4469–4484. DOI: <https://doi.org/10.32604/cmc.2025.062675>
31. Shen J., Liu F., Tu Y., Tang C. Finding gene network topologies for given biological function with recurrent neural network. *Nature Communications*. 2021. Vol. 12. 3125. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41467-021-23420-5>
32. Shynkarenko K., Lytvynenko R., Chyhir I., Nikitina I. Modeling of lightning flashes in thunderstorm front by constructive production of fractal time series. *Advances in Intelligent Systems and Computing IV*. 2020. Vol. 1080. P. 173–185. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-33695-0_13
33. Shynkarenko V., Zhadan A. Modeling of the deterministic fractal time series by one rule constructors. *Proceedings of the 2020 IEEE 15th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*. (Zbarazh, 23-26 September 2020). Zbarazh, 2020. P. 336–339. DOI: <https://doi.org/10.1109/csit49958.2020.9321923>
34. Sohail A., Afroz H., Singh J. N., Goel D., Jasim L. H. Stock price prediction using LSTM. *2024 1st International Conference on Advances in Computing, Communication and Networking (ICAC2N)*. (Greater Noida, 16-17 December 2024). Greater Noida, 2024. P. 48–53. DOI: <https://doi.org/10.1109/icac2n63387.2024.10895015>

35. Srihari G., Kusuma T., Chetanraj D. B., Kumar J. P. S., Aluvala R. Predictive modeling of return volatility in sustainable investments: An in-depth analysis of ARIMA, GARCH, and ARCH techniques. *Investment Management and Financial Innovations*. 2024. Vol. 21, Iss. 1. P. 213–228.
DOI: [https://doi.org/10.21511/imfi.21\(1\).2024.17](https://doi.org/10.21511/imfi.21(1).2024.17)
36. Srivastava P., Mishra P. K. Stock market prediction using RNN LSTM. *2021 2nd Global Conference for Advancement in Technology (GCAT)*. (Bangalore, 01-03 October 2021). Bangalore, 2021. P. 1–5.
DOI: <https://doi.org/10.1109/gcat52182.2021.9587540>
37. Thirunavukarasu R., Kotei E. A comprehensive review on transformer network for natural and medical image analysis. *Computer Science Review*. 2024. Vol. 53. 100648.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cosrev.2024.100648>
38. Toner W., Darlow L. An Analysis of Linear Time Series Forecasting Models. *arXiv.org*. 2024.
DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.14587>
39. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser Ł., Polosukhin I. Attention is all you need. *arXiv.org*. 2017. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.03762>
40. Wang H., Yao J. Forecasting carbon emissions in power systems using Autoformer and LSTM: a case study of the Spanish electricity market. *2025 8th International Conference on Energy, Electrical and Power Engineering (CEEPE)*. (Wuxi, 25-27 April 2025). Wuxi, 2025. P. 1445–1450.
DOI: <https://doi.org/10.1109/ceepe64987.2025.11033988>
41. Weigend A. S. *Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past*. New York : Routledge, 2018. 663 p. DOI: <https://doi.org/10.4324/9780429492648>
42. Wu H., Xu J., Wang J., Long M. Autoformer: decomposition transformers with auto-correlation for long-term series forecasting. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2021. Vol. 34, P. 22419–22430.
URL: https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/2021/file/bcc0d400288793e8bdcd7c19a8ac0c2b-Paper.pdf
43. Yilmaz D., Büyüktaktın İ. E. Learning optimal solutions via an LSTM-optimization framework. *Operations Research Forum*. 2023. Vol. 4, Iss. 2. Art. 48. DOI: <https://doi.org/10.1007/s43069-023-00224-5>
44. Zha W., Liu Y., Wan Y., Luo R., Li D., Yang S., Xu Y. Forecasting monthly gas field production based on the CNN-LSTM model. *Energy*. 2022. Vol. 260. 124889. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124889>

A. A. ZHADAN^{1*}, V. I. SHYNKARENKO²

^{1*}Dep. «Computer Science», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (096) 620 28 06, e-mail gadan998@gmail.com, ORCID 0009-0003-1133-1630

²Dep. «Computer Science», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (063) 489 49 15, e-mail shinkarenko_vi@ua.fm, ORCID 0000-0001-8738-7225

Modern Methods and Tools for Working with Time Series

Purpose. To conduct a structured analysis and classification of modern methods and models used to work with time series of various nature. Attention was paid not only to typical features and types of calculations, but also to identifying the subject area of application, comparing and highlighting strengths and weaknesses when working with different data sets, with relevant examples of areas of use and an emphasis on advantages. **Methodology.** A step-by-step and detailed review of existing methods and models based on their main characteristics, areas of use, and features of working with approaches of different nature that use different properties of time series. **Findings.** Analysis of the most common methods for processing time series and a separate review of their representatives. Particular attention is paid to hybrid models that can combine methods of one or different classes, as well as atypical approaches based on the specific properties of time series, in particular their fractality. **Originality.** It consists in a comprehensive and fundamental consideration of methods for analyzing time series, ranging from classical linear and nonlinear statistical models and artificial intelligence methods to hybrid and fractal approaches, with an emphasis on identifying their areas of application and comparing their advantages and disadvantages. **The practical value** of the research lies in the systematization of material that can be used for preliminary analysis of the subject area and selection of tools based on their effectiveness, which, in turn, simplifies the search for analogues and reduces the time required to prepare for research. In addition, the work highlights lesser-known and atypical methods that are of interest for further research and may be promising candidates for future scientific developments in the field of time series analysis.

Keywords: information technology; software; time series; RNN; transformer networks; constrictive-synthesizing modeling; fractal; recurrent plots

REFERENCES

1. Skalozub, V., Ilman, V., & Bilyy, B. (2020). Constructive multiplayer models for ordering a set of sequences, taking into account the complexity operations of formations. *Science and Transport Progress*, 4(88), 61-76. DOI: <https://doi.org/10.15802/stp2020/213232> (in Ukrainian)
2. Al-Kadi, O. S. (2017). Fractals for biomedical texture analysis. *Biomedical Texture Analysis*, 131-161. DOI: <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-812133-7.00005-3> (in English)
3. Bansal, I. R., Ashourvan, A., Bertolero, M., Bassett, D. S., & Pequito, S. (2022). Model-based stationarity filtering of long-term memory data applied to resting-state blood-oxygen-level-dependent signal. *PLOS ONE*, 17(7), e0268752. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0268752> (in English)
4. Bashar, M. A., Nayak, R., Astin-Walmsley, K., & Heath, K. (2023). Machine learning for predicting propensity-to-pay energy bills. *Intelligent Systems with Applications*, 17, 200176. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.iswa.2023.200176> (in English)
5. Belozyorov, V., & Zaytsev, V. (2016) Recurrence analysis of time series generated by 3D autonomous quadratic dynamical system depending on parameters. *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*, 24(8), 56-70. DOI: <https://doi.org/10.15421/141604> (in English)
6. Castro, A. L., Marcato, A. L. M., & De Aguiar, E. P. (2023). Multifractal analysis of the Brazilian electricity market. *IEEE Access*, 11, 98939-98957. DOI: <https://doi.org/10.1109/access.2023.3313099> (in English)
7. Chen, J.-F., Wang, W.-M., & Huang, C.-M. (1995). Analysis of an adaptive time-series autoregressive moving-average (ARMA) model for short-term load forecasting. *Electric Power Systems Research*, 1995, 34(3), 187-196. DOI: [https://doi.org/10.1016/0378-7796\(95\)00977-1](https://doi.org/10.1016/0378-7796(95)00977-1) (in English)
8. Contreras, J., Espinola, R., Nogales, F. J., & Conejo, A. J. (2003). ARIMA models to predict next-day electricity prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(3), 1014-1020. DOI: <https://doi.org/10.1109/tpwrs.2002.804943> (in English)
9. Dabral, P. P., & Murry, M. Z. (2017). Modelling and forecasting of rainfall time series using SARIMA. *Environmental Processes*, 4, 399-419. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40710-017-0226-y> (in English)
10. Ghaffarpour, R., & Zamanian, S. (2022). Fractal-based lightning model for investigation of lightning direct strokes to the communication towers. *Electrical Engineering*, 104, 2543-2551. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00202-022-01503-w> (in English)
11. Gottimukkala, S. R. (2025, February). Applying the Multifractal Model of Asset Returns (MMAR) to financial markets: insights and limitations. In *10th International Conference on Signal Processing and Communication (ICSC)* (pp. 277-282). Noida, India. DOI: <https://doi.org/10.1109/icsc64553.2025.10968868> (in English)
12. Kaur, J., Parmar, K. S., & Singh, S. (2023). Autoregressive models in environmental forecasting time series: a theoretical and application review. *Environmental Science and Pollution Research*, 30(8), 19617-19641. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11356-023-25148-9> (in English)
13. Kashif, K., & Ślepaczuk, R. (2025). LSTM-ARIMA as a hybrid approach in algorithmic investment strategies. *Knowledge-Based Systems*, 320, 113563. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2025.113563> (in English)
14. Kirichenko, L., Radivilova, T., & Stepanenko, J. (2021, April). Applying recurrence plots to classify time series. *Computational Linguistics and Intelligent Systems*. In *Proceedings of the 5th International Conference, COLINS-2021*. (pp. 16-26). Kharkiv, Ukraine. Retrieved from https://web.kpi.kharkov.ua/iks/wp-content/uploads/sites/113/2021/10/CoLInS_Volume2_2021.pdf (in English)
15. Konar, S., Auluck, N., Ganesan, R., Goyal, A. K., Kaur, T., Sahi, M., Samra, T., Thingnam, S. K. S., & Puri, G. D. (2022). A non-linear time series based artificial intelligence model to predict outcome in cardiac surgery. *Health Technology*, 12(6), 1169-1181. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12553-022-00706-2> (in English)
16. Kontopoulou, V. I., Panagopoulos, A. D., Kakkos, I., & Matsopoulos, G. K. (2023). A review of ARIMA vs. machine learning approaches for time series forecasting in data driven networks. *Future Internet*, 15(8), 255. DOI: <https://doi.org/10.3390/fi15080255> (in English)
17. Lee, C.-M., & Ko, C.-N. (2011). Short-term load forecasting using lifting scheme and ARIMA models. *Expert Systems with Applications*, 38(5), 5902-5911. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.11.033> (in English)
18. Meenakshi, M., & Gowrisankar, A. (2025). Multifractal analysis on ozone depletion and climate change: the time series approaches. *Contemporary Mathematics*, 6(1), 594-616. DOI: <https://doi.org/10.37256/cm.6120256141> (in English)
19. Mensi, W., Kumar, A. S., Vo, X. V., & Kang, S. H. (2024). Asymmetric multifractality and dynamic efficiency in DeFi markets. *Journal of Economic and Financial Studies*, 48(2), 280-297. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12197-023-09655-6> (in English)

20. Monge, M., & Infante, J. (2023). A fractional ARIMA (ARFIMA) model in the analysis of historical crude oil prices. *Energy RESEARCH LETTERS*, 4(1). DOI: <https://doi.org/10.46557/001c.36578> (in English)
21. Oktaviani, F., Miftahuddin, & Setiawan, I. (2021). Forecasting sea surface temperature anomalies using the SARIMA ARCH/GARCH model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882, 012020. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1882/1/012020> (in English)
22. Ouma, Y. O., Cheruyot, R., & Wachera, A. N. (2022). Rainfall and runoff time-series trend analysis using LSTM recurrent neural network and wavelet neural network with satellite-based meteorological data: case study of Nzoia hydrologic basin. *Complex & Intelligent Systems*, 8(1), 213-236. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40747-021-00365-2> (in English)
23. Park, M.-J., & Yang, H.-S. (2024). Comparative Study of Time Series Analysis Algorithms Suitable for Short-Term Forecasting in Implementing Demand Response Based on AMI. *Sensors*, 24(22), 7205. DOI: <https://doi.org/10.3390/s24227205> (in English)
24. Pramanik, A., Sultana, S., & Rahman, Md. S. (2022, October). Time series analysis and forecasting of Monkey-pox disease using ARIMA and SARIMA model. In *2022 13th International Conference on Computing Communication and Networking Technologies (ICCCNT)* (pp. 1-7). Kharagpur, India. DOI: <https://doi.org/10.1109/icccnt54827.2022.9984345> (in English)
25. Ray, S., Das, S. S., Mishra, P., & Al Khatib, A. M. G. (2021). Time series SARIMA modelling and forecasting of monthly rainfall and temperature in the South Asian countries. *Earth Systems and Environment*, 5(3), 531-546. DOI: <https://doi.org/10.1007/s41748-021-00205-w> (in English)
26. Salem, F. M. (2022). Recurrent Neural Networks (RNN). In *Recurrent Neural Networks*. (pp. 43-67). Springer, Cham. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-89929-5_3 (in English)
27. Saraswat, M., & Srishti. (2022). Leveraging genre classification with RNN for book recommendation. *International Journal of Information Technology*, 14(7), 3751-3756. DOI: <https://doi.org/10.1007/s41870-022-00937-6> (in English)
28. Serletis, A., & Rosenberg, A. A. (2007). The Hurst exponent in energy futures prices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 380, 325–332. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.02.055> (in English)
29. Shabani, M., Magris, M., Tzagkarakis, G., Kannianen, J., & Iosifidis, A. (2023). Predicting the state of synchronization of financial time series using cross recurrence plots. *Neural Computing and Applications*, 35(25), 18519-18531. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-023-08674-y> (in English)
30. Shakhovska, N., Shymanskyi, V., & Prymachenko, M. (2025). FractalNet-LSTM model for time series forecasting. *Computers, Materials & Continua*, 82(3), 4469-4484. DOI: <https://doi.org/10.32604/cmc.2025.062675> (in English)
31. Shen, J., Liu, F., Tu, Y., & Tang, C. (2021). Finding gene network topologies for given biological function with recurrent neural network. *Nature Communications*, 12, 3125. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41467-021-23420-5> (in English)
32. Shynkarenko, K., Lytvynenko, R., Chyhir, I., & Nikitina, I. (2020). Modeling of lightning flashes in thunderstorm front by constructive production of fractal time series. In *Advances in Intelligent Systems and Computing IV*, 1080, 173-185. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-33695-0_13 (in English)
33. Shynkarenko, V., & Zhadan, A. (2020). Modeling of the deterministic fractal time series by one rule constructors. In *Proceedings of the 2020 IEEE 15th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)* (pp. 336-339). Zbarazh, Ukraine. DOI: <https://doi.org/10.1109/csit49958.2020.9321923> (in English)
34. Sohail, A., Afroz, H., Singh, J. N., Goel, D., & Jasim, L. H. (2024). Stock price prediction using LSTM. In *Proceedings of the 2024 1st International Conference on Advances in Computing, Communication and Networking (ICAC2N)* (pp. 48-53). Greater Noida, India. DOI: <https://doi.org/10.1109/icac2n63387.2024.10895015> (in English)
35. Srihari G., Kusuma T., Chetanraj D. B., Kumar J. P. S., & Aluvala R. (2024). Predictive modeling of return volatility in sustainable investments: An in-depth analysis of ARIMA, GARCH, and ARCH techniques. *Investment Management and Financial Innovations*, 21(1), 213. DOI: [https://doi.org/10.21511/imfi.21\(1\).2024.17](https://doi.org/10.21511/imfi.21(1).2024.17) (in English)
36. Srivastava P., & Mishra P. K. (2021). Stock market prediction using RNN LSTM. In *2021 2nd Global Conference for Advancement in Technology (GCAT)* (pp. 1-5). Bangalore, India. DOI: <https://doi.org/10.1109/gcat52182.2021.9587540> (in English)
37. Thirunavukarasu, R., & Kotei, E. (2024). A comprehensive review on transformer network for natural and medical image analysis. *Computer Science Review*, 53, 100648. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cosrev.2024.100648> (in English)

38. Toner W., & Darlow L. (2024). An Analysis of Linear Time Series Forecasting Models. *arXiv.org*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.14587> (in English)
39. Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł., & Polosukhin, I. (2017). Attention is all you need. *arXiv.org*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.03762> (in English)
40. Wang, H., & Yao, J. (2025). Forecasting carbon emissions in power systems using Autoformer and LSTM: a case study of the Spanish electricity market. In *Proceedings of the 2025 8th International Conference on Energy, Electrical and Power Engineering (CEEPE)* (pp. 1445-1450). Wuxi, China. DOI: <https://doi.org/10.1109/ceepe64987.2025.11033988> (in English)
41. Weigend, A. (2018). *Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past*. New York. DOI: <https://doi.org/10.4324/9780429492648> (in English)
42. Wu, H., Xu, J., Wang, J., & Long, M. (2021). Autoformer: decomposition transformers with auto-correlation for long-term series forecasting. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 34, 22419-22430. Retrieved from https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/2021/file/bcc0d400288793e8bdcd7c19a8ac0c2b-Paper.pdf (in English)
43. Yilmaz, D., & Büyüktaktın, İ. E. (2023). Learning optimal solutions via an LSTM-optimization framework. *Operations Research Forum*, 4(2), 48. DOI: <https://doi.org/10.1007/s43069-023-00224-5> (in English)
44. Zha, W., Liu, Y., Wan, Y., Luo, R., Li, D., Yang, S., & Xu, Y. (2022). Forecasting monthly gas field production based on the CNN-LSTM model. *Energy*, 260, 124889. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124889> (in English)

Надійшла до редколегії: 11.08.2025

Прийнята до друку: 16.12.2025