UDC 628.35: 519.87

П. Б. МАШИХІНА¹, М. М. БІЛЯЄВ^{2*}, А. В. КАЛАШНИКОВ³, В. В. ЦУРКАН⁴, ЗАУР НАБІЄВ⁵, Б. В. СЄРЄДІН⁶

¹Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта gidro_eko@ukr.net, ORCID 0000-0003-3057-9204

^{2*}Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта biliaiev.m@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

³Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта therealkalash@gmail.com, ORCID 0009-0001-8671-0446

⁴Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта vlad.cyrcan@gmail.com, ORCID 0009-0007-5733-6022

⁵Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта zaurnabiev27@gmail.com, ORCID 0009-0004-3302-4081

⁶Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, ННІ ДІІТ, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта seredin_021181@ukr.net, ORCID 0009-0000-5489-9355

Швидкорозрахункові моделі в задачах водокористування

Мета. На етапі ескізного проєктування різноманітних споруд у системах водопостачання та водовідведення потрібно мати комплекс математичних моделей для проведення серійних розрахунків з оцінювання ефективності роботи цих споруд у різних умовах. Потрібні математичні моделі, що враховують основні фізичні фактори. Такими моделями є математичні моделі гідродинаміки та масопереносу. Складність математичної постановки задач масопереносу для систем водопостачання та водовідведення полягає у використанні чисельних методів. Це пов'язано з тим, що у фундаментальних моделях механіки суцільного середовища застосовують багатофакторні диференціальні рівняння. Для практичного використання особливо важливо мати швидкорозрахункові чисельні моделі, щоб провести серійні розрахунки протягом робочого дня. Основною метою роботи є розробка швидкорозрахункових чисельних моделей для розв'язання комплексу задач у галузі водопостачання та водовідведення. Методика. Під час розв'язання задач масопереносу використовують фундаментальні рівняння механіки суцільного середовища: рівняння для потенціалу швидкості, рівняння фільтрації, рівняння конвективно-дифузійного переносу домішки. Для чисельного інтегрування моделювальних рівнянь використовують скінченнорізницеві схеми розщеплення. Побудову скінченнорізницевих схем здійснюють так, щоб отримати рівняння, для розв'язання яких можна застосувати явні формули. Чисельне інтегрування моделювальних рівнянь здійснюють на прямокутній різницевій сітці. Результати. Розроблено комплекс чисельних моделей, що може бути використаний на етапі ескізного проєктування споруд систем водопостачання та водовідведення. Побудовані чисельні моделі враховують основні фізичні фактори, що впливають на процеси масопереносу в цих спорудах. Наукова новизна. Запропоновано комплекс математичних моделей для дослідження багатофакторних процесів масопереносу в спорудах водопостачання та водовідведення. Чисельні моделі враховують конвективно-дифузійний процес поширення домішки. Практична значимість. Побудовані чисельні моделі можуть бути використані під час проєктування напірних фільтрів, водозаборів та споруд для нейтралізації стічних вод.

Ключові слова: водокористування; математичне моделювання; фільтр; водозабір; нейтралізація стічних вод; обчислювальний експеримент

Вступ

Ефективність розв'язання сучасних технічних задач у значній мірі залежить від використання спеціальних математичних моделей.

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711

У галузі водокористування математичні моделі відіграють значну роль, оскільки для дослідження багатьох процесів потрібне коштовне обладнання та значний час. Наприклад, дослі-

дження процесів біологічного очищення стічних вод у лабораторних умовах може тривати тижнями. Тому в галузі водокористування, особливо на етапі ескізного проєктування, важливо мати швидкорозрахункові моделі (Ouick computing models). Такий результат можна отримати в разі використання емпіричних або аналітичних моделей [3, 5-8]. Вони дають можливість проаналізувати режим роботи багатьох споруд у галузі водокористування. Але ці методи не враховують складну форму споруд, нерівномірність руху водного потоку. Тому особливий інтерес становлять чисельні моделі [1, 2, 9–11, 12–14]. Створення чисельних моделей відповідає сучасним трендам у галузі водокористування.

Мета

Основною метою статті є розробка Screening Models для чисельного розв'язання задач в галузі водокористування, зокрема гідродинаміки та масопереносу у фільтрах, у спорудах нейтралізації стічних вод, поширення домішки біля руслового водозабору.

Методика

Розглядаємо декілька задач у галузі водокористування, для розв'язання яких використовують метод чисельного моделювання.

Моделювання роботи водозабору. Для аналізу процесу поширення домішки в річці під час роботи водозабору (рис. 1) використовують 2D-рівняння масопереносу домішки в поверхневому водоймищі (рівняння осереднено за глибиною водойми) [1, 2]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u C}{\partial x} + \frac{\partial v C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(x - x_i \right) \cdot \delta(y - y_i), \quad (1)$$

де C – концентрація домішки у водоймищі; u, v – проєкції вектора швидкості потоку у споруді; μ_x, μ_y – коефіцієнти дифузії; t – час.



Рис. 1. Русловий водозабір (https://cutt.ly/ee6dI12D)

Fig. 1. Channel water intake (https://cutt.ly/ee6dI12D)

Для рівняння масопереносу ставлять такі граничні умови:

1) на вході в розрахункову зону: $C = C_{in}$,

де *C_{in}* – відома концентрація домішки в річці; 2) на виході з розрахункової зони:

C(i+1, j) = C(i, j),

де *C*(*i*+1, *j*) – концентрація домішки в останній обчислювальній комірці; *C*(*i*, *j*) – концентрація домішки в попередній обчислювальній комірці;

3) на твердих поверхнях:

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0 \,,$$

де *n* – одинична нормаль до твердої поверхні.

Початкова умова для рівняння масопереносу така: за t=0 $C=C_0$, C_0 – відома концентрація домішки.

Для моделювання роботи водозабору потрібно визначити поле швидкості водного потоку, оскільки «всмоктування» води водозабором змінює поле швидкості в руслі. Для розв'язання гідродинамічної задачі використовують модель нев'язкого руху рідини [1, 2]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0, \qquad (2)$$

де *Р* – потенціал швидкості.

Граничні умови для моделювального рівняння (2) розглянуто в [1, 2].

Компоненти вектора швидкості потоку визначають так [2]:

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial P}{\partial y}.$$
 (3)

Таким чином, математична модель процесу руху домішки у водоймищі під час роботи водозабору базується на розв'язанні рівнянь (1) і (2) з відповідними крайовими умовами.

Для чисельного інтегрування рівнянь моделі використовують скінченнорізницеві схеми. Моделювання здійснюють на прямокутній різницевій сітці. Чисельне інтегрування рівняння гідродинаміки (2) здійснюють за зміннотрикутним методом. Для цього рівняння Лапласа (2) записують так:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2},\tag{4}$$

де *t* – фіктивний час.

Далі використовуємо двокрокову схему розщеплення змінно-трикутного методу:

- на першому кроці:

$$\frac{P_{i,j}^{n+1/2} - P_{i,j}^{n}}{0,5\Delta\eta} = \frac{P_{i+1,j}^{n} - P_{i,j}^{n}}{\Delta x^{2}} + \frac{-P_{i,j}^{n+1/2} + P_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^{2}} + \frac{P_{i,j+1}^{n} - P_{i,j}^{n}}{\Delta y^{2}} + \frac{-P_{i,j}^{n+1/2} + P_{i,j-1}^{n+1/2}}{\Delta y^{2}};$$

- на другому кроці:

$$\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1/2}}{0,5\Delta\eta} = \frac{P_{i+1,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{-P_{i,j}^{n+1/2} + P_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1}^{n+1/2} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} + \frac{-P_{i,j}^{n+1/2} + P_{i,j-1}^{n+1/2}}{\Delta y^2}.$$

Таким чином, потенціал швидкості визначаємо у два етапи.

Значення компонент швидкості водного потоку знаходимо так:

$$u = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x}; \ v = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta y}.$$
 (5)

Відзначимо, що в зоні розташування водозабору потрібно задати швидкість водного потоку, що потрапляє в систему водопостачання.

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711

Для чисельного інтегрування рівняння (1) використовуємо таку схему розщеплення: – перший крок (*k*=1/4):

$$\frac{C_{ij}^{n+k} - C_{ij}^{n}}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_{x}^{+}C^{k} + L_{y}^{+}C^{k}) + \frac{\sigma}{4}C_{ij}^{k} =$$

$$= \frac{1}{4} (M_{xx}^{+}C^{k} + M_{xx}^{-}C^{k} +$$

$$+ M_{yy}^{+}C^{n} + M_{yy}^{-}C^{n}) + \sum_{l=1}^{N} \frac{Q_{l}}{4} \delta_{l};$$

- другий крок (*k*=*n*+1/2; *c*=*n*+1/4):

$$\frac{C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_{x}^{-}C^{k} + L_{y}^{-}C^{k}) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^{k} =$$

$$= \frac{1}{4} (M_{xx}^{-}C^{k} + M_{xx}^{+}C^{c} + M_{yy}^{-}C^{k}) + \sum_{l=1}^{N} \frac{Q_{l}}{4} \delta_{l};$$

- третій крок (k=n+3/4; c=n+1/2):

$$\frac{C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_{x}^{+}C^{k} + L_{y}^{-}C^{k}) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^{k} =$$

$$= \frac{1}{4} (M_{xx}^{-}C^{c} + M_{xx}^{+}C^{k} + M_{yy}^{-}C^{c}) + \sum_{l=1}^{N} \frac{Q_{l}}{4} \delta_{l};$$

- четвертий крок (*k*=*n*+1; *c*=*n*+3/4):

$$\frac{C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_{x}^{-}C^{k} + L_{y}^{+}C^{k}) + \frac{\sigma}{4}C_{ij}^{k} =$$

$$= \frac{1}{4} (M_{xx}^{-}C^{k} + M_{xx}^{+}C^{c} +$$

$$+ M_{yy}^{-}C^{c} + M_{yy}^{+}C^{k}) + \sum_{l=1}^{N} \frac{Q}{4} \delta_{l}.$$

Пояснення для різницевих операторів *L_x*, *L_y*.... наведено в [4].

Моделювання процесу нейтралізації стічних вод. Метод нейтралізації стічних вод є досить ефективним засобом їх обробки (рис. 2).



Рис. 2. Установка для нейтралізації стоків (https://cutt.ly/Je6dvPIL)

Fig. 2. Installation for neutralization of wastewater (https://cutt.ly/Je6dvPIL)

Розглядаємо процес, коли, крім забруднених стічних вод, до спеціальної споруди також потрапляє нейтралізатор. Для моделювання процесу нейтралізації забруднених стічних вод у споруді використовуємо такі рівняння:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0; \tag{6}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u C}{\partial x} + \frac{\partial v C}{\partial y} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial u N}{\partial y} = \frac{\partial v N}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial N}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial N}{\partial y} \right) +$$

$$+ Q \delta(x - x_i) \delta(y - y_i); \quad (8)$$

$$Pollut + Neutr \to A + B..., \qquad (9)$$

де Р – потенціал швидкості; С – концентрація забруднювача в стічних водах, що потрапляють на нейтралізацію; N – концентрація нейтралізатора; Q – інтенсивність подачі нейтралізатора; *x_i*, *y_i* – координати подачі нейтралізатора в споруді.

Рівняння (9) - це схематичний запис стехіометричного співвідношення, що відповідає реакції нейтралізації в середині споруди.

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711

ar

Граничні умови для моделювальних рівнянь наведено в [1, 2].

Для чисельного інтегрування рівняння гідродинаміки (6) використовуємо таку явну різницеву схему:

$$\frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0. (10)$$

Значення Р_{і, і} визначаємо за допомогою явної залежності з рівняння (10).

На наступному етапі розраховуємо компоненти вектора швидкості потоку на гранях різницевих комірок:

$$u = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x}; \ v = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta y}.$$

Після розрахунку поля швидкості потоку стічних вод розв'язуємо рівняння (7) і (8) для визначення динаміки зміни концентрації забруднювача та нейтралізатору в споруді.

Методику розв'язання цих рівнянь розглянемо на прикладі рівняння (7). Для побудови чисельної моделі процесу здійснюємо розщеплення рівняння (7) таким чином:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u C}{\partial x} + \frac{\partial v C}{\partial y} = 0;$$
$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right);$$
$$\frac{\partial C}{\partial t} = \sum Q_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i).$$

Для першого рівняння скінченнорізницева схема розщеплення має вигляд:

- перший крок:

$$\frac{C_{i,j}^{k} - C_{i,j}^{n}}{\Delta t} + L_{x}^{+}C^{k} + L_{y}^{+}C^{k} = 0;$$

- другий крок:

$$\frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^{k}}{\Lambda t} + L_{x}^{-}C^{n+1} + L_{y}^{-}C^{n+1} = 0.$$

Пояснення для різницевих операторів *L*_{*x*}, *L*_{*y*}... наведено в [4].

Для другого рівняння системи двокрокова схема розщеплення має вигляд:

[©] П. Б. Машихіна, М. М. Біляєв, А. В. Калашников, В. В. Цуркан, Заур Набієв, Б. В. Сєрєдін, 2025

$$\begin{split} \frac{C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - C_{i,j}^{n}}{\Delta t} = & \left[\mu_{x} \frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^{2}} \right] + \\ & + \left[\mu_{y} \frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^{2}} \right]; \\ \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \left[\mu_{x} \frac{C_{i+1,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^{2}} \right] + \left[\mu_{y} \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^{2}} \right]. \end{split}$$

Для чисельного інтегрування третього рівняння системи використовуємо метод Ейлера.

Моделювання роботи фільтра. Для моделювання процесу очищення води в напірному фільтрі (рис. 3) використовуємо такі рівняння:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = k \left(\frac{\partial h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial h^2}{\partial y^2} \right); \tag{11}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} + \frac{\partial vS}{\partial y} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial S}{\partial y} \right); (12)$$

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x}; v = -k \frac{\partial h}{\partial y},$$

де h – напір; k – коефіцієнт фільтрації; μ – нестача насичення (водовіддача); u, v – компоненти швидкості підземного потоку; S – концентрація домішки в потоці; μ_x , μ_y – коефіцієнти дисперсії; t – час.



Рис. 3. Напірний фільтр (https://cutt.ly/de6dlL6k)

Fig. 3. Pressure filter (https://cutt.ly/de6dlL6k)

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711

Чисельне розв'язання рівняння фільтрації здійснюємо за допомогою такої двокрокової схеми розщеплення: – перший крок:

$$\frac{h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - h_{i,j}^{n}}{\Delta t} = \left[a \frac{-h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + h_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^{2}} \right] + \left[a \frac{-h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + h_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^{2}} \right];$$

– другий крок:

$$\frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \left[a \frac{h_{i+1,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] + \left[a \frac{h_{i,j+1}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} \right],$$

де $a = \frac{\kappa}{\mu}$.

Для чисельного інтегрування рівняння переносу здійснюємо його розщеплення таким чином:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial S}{\partial x} \right); \tag{13}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial v S}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial S}{\partial y} \right).$$
(14)

Для чисельного розв'язання рівняння (13) використовуємо таку схему розщеплення: – перший крок:

 $S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = S_{i,j}^{n} - \Delta t \frac{u_{i+1,j}^{+} S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{+} S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \Delta t \mu_{x} \frac{-S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x^{2}} + \Delta t \mu_{x} \frac{-S_{i,j}^{n} + S_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x^{2}};$

– другий крок:

$$S_{i,j}^{n+1} = S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta t \frac{u_{i+1,j}^{-} S_{i+1,j}^{n+1} - u_{i,j}^{-} S_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} + \Delta t \mu_x \frac{-S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x^2} + \Delta t \mu_x \frac{-S_{i,j}^{n+1} + S_{i+1,j}^{n+1}}{2\Delta x^2},$$

 $\text{de } u^+ = \frac{u+|u|}{2}; \ u^- = \frac{u-|u|}{2}.$

Аналогічно записуємо схему розщеплення для рівняння (14).

Здійснено програмну реалізацію розглянутих чисельних моделей.

Результати

Далі наведено результати обчислювального експерименту. Розглядаємо процес нейтралізації стічних вод, що містять сірчану кислоту. Для нейтралізації здійснюємо подачу розчину NaOH. Реакцію взаємодії записуємо так:

 $H_2SO_4 + 2 NaOH = Na_2SO_4 + 2H_2O.$

Розглянуто такі сценарії:

 Сценарій № 1: відсутня подача нейтралізатора в камеру змішування.

2. Сценарій № 2: подача нейтралізатора в камеру змішування відбувається в двох місцях (місце подачі нейтралізатора показано на рис. 5 червоним «колом»).

3. Сценарій № 3: подача нейтралізатора в камеру змішування відбувається у трьох місцях (місце подачі нейтралізатора показано на рис. 6 червоним «колом»).

Відзначимо, що кожне число на рисунках показує значення концентрації кислоти у відсотках від максимального значення концентрації в розрахунковій зоні. Це значення дорівнює «99». Також слід мати на увазі, що значення «0» показує, що має місце повна нейтралізація кислоти в цій частині робочої камери.

| 50 | - | - 1 | | ~~1 | - 10 | 9 | | 50 | 9 | - | - | F | - | - | - 000 | | | | 0 | | - 00 | |
|----|----|-----|----------|-------|------|-----|----|-----|-----|----|----|----|----|-----|-------|----|----|----|----|----|------|----|
| 4 | 10 | 6 | 6 | 5- | r~ | - | | 00 | 600 | 8 | 8 | 8 | 00 | 8 | 80 | | | | 00 | 80 | | 00 |
| 53 | 5 | 22 | 22 | 1-1-1 | 5 | F | | 80 | 80 | 5 | 5 | 55 | 5 | 50 | 88 | | | | 88 | 88 | 88 | 88 |
| 8 | 8 | 5 | 200 | 200 | E | 22 | | 86 | | 5 | 60 | 5 | 5 | 5 | 8 | | | | 88 | 8 | 68 | 88 |
| 5 | 88 | 100 | ~# 00 | 20 | 8 | 5 | | 100 | 50 | 5 | 5 | 5 | 5 | | *** | | | | 68 | 68 | 68 | 88 |
| 33 | 26 | 8 | 88 | 98 | 8 | 8 | | 98 | 50 | 58 | 88 | 88 | 88 | 5 | 88 | | | | 8 | 8 | 68 | 8 |
| 3 | 5 | 8 | 5 | 5 | 198 | 12 | | 98 | 5 | 88 | 88 | 88 | 88 | 88 | 5 | | | | 8 | \$ | 58 | 8 |
| 5 | 5 | 5 | 8 | 6 | 58 | 58 | 83 | 8 | 88 | 58 | 68 | 33 | 68 | 68 | 8 | 28 | 5 | 88 | 58 | 68 | 8 | 8 |
| 35 | 32 | 58 | 32 | 35 | 25 | 68 | 5 | 68 | 8 | 8 | 5 | 5 | 8 | 8 | 5 | 88 | | 68 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 3 | 5 | 5 | 16 | 16 | 5 | 8 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 65 | 26 | 6 | 8 | 8 | 8 | 8 | 5 | 5 | 16 | 5 |
| 5 | 56 | 5 | 56 | 96 | 96 | 96 | 5 | 8 | 5 | 56 | 56 | 56 | 8 | 6 | 56 | 33 | 8 | 8 | 33 | 8 | 26 | 8 |
| 75 | 56 | 56 | 38 | 5 | 96 | 5 | 38 | 35 | 5 | 5 | 32 | 56 | 5 | 5 | 5 | 75 | 5 | 3 | 35 | 8 | 33 | 8 |
| 3 | 5 | 56 | 36 | 36 | 5 | 5 | 5 | 5 | 36 | 8 | 36 | 33 | 5 | 32 | 5 | 32 | 3 | 35 | 8 | 35 | 35 | 8 |
| 5 | 5 | 5 | 30 | 100 | 5 | 5 | 5 | 5 | 100 | 8 | 96 | 5 | 5 | 56 | 5 | 5 | 55 | 5 | 8 | 3 | 5 | 8 |
| 54 | 5 | 96 | 96 | 96 | 5 | 5 | | 56 | 5 | 5 | 56 | 5 | 56 | 58 | 5 | 5 | 55 | 5 | 8 | 5 | 76 | 8 |
| 5 | 5 | 38 | 38 | 98 | 5 | 5 | | 33 | 5 | 36 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | | | | 8 | 3 | 8 | 8 |
| 5 | 56 | 36 | 5 | 5 | 5 | 8 | | 38 | 5 | 56 | 56 | 5 | 56 | 5 | 56 | | | | 3 | 8 | 26 | 8 |
| 5 | 56 | 96 | 36 | 5 | 5 | 85 | | 5 | 36 | 5 | 56 | 56 | 5 | 32 | 5 | | | | 35 | 3 | 8 | 8 |
| 30 | 36 | 36 | 98 | 5 | 5 | 86 | | 86 | 36 | 36 | 5 | 56 | 5 | 56 | 16 | Γ. | | | 32 | 8 | 63 | 35 |
| 00 | 10 | 5 | 10 | -1 | - | -00 | | on | - | 6 | 10 | 10 | 5 | 157 | 5 | Γ. | | | 40 | 5 | - | 0 |

Рис. 4. Поле концентрації домішки в робочій камері за відсутності подачі нейтралізатора, сценарій № 1

Fig. 4. Impurity concentration field in the working chamber in the absence of neutralizer supply, scenario No. 1

Як можемо бачити з рис. 4, за відсутності подачі нейтралізатора в камері змішування має місце висока концентрація кислоти в стічних водах. Різниця в значенні концентрації кислоти в різних частинах робочої камери обумовлена процесом конвекції і дифузії та впливом «геометрії» в середині робочої камери.

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711



Рис. 5. Поле концентрації домішки у споруді за подачі нейтралізатора, сценарій № 2

Fig. 5. Impurity concentration field in the building at the neutralizer supply, scenario No. 2





Fig. 6. Field of impurity concentration in the building at the neutralizer supply, scenario No. 3

Якщо порівняти рис. 5 і 6, можна побачити, що розташування додаткового елемента, що здійснює подачу нейтралізатора, зокрема розташування його посередині камери, дозволяє суттєво підвищити ефективність нейтралізації стічних вод.

Відзначимо, що час розрахунку складав 3 с.

Наукова новизна та практична значимість

Запропоновано комплекс чисельних моделей для дослідження багатофакторних процесів масопереносу в спорудах водокористування.

Побудовані чисельні моделі можуть бути використані на етапі ескізного проєктування споруд систем водокористування для оцінювання їх ефективності.

[©] П. Б. Машихіна, М. М. Біляєв, А. В. Калашников, В. В. Цуркан, Заур Набієв, Б. В. Сєрєдін, 2025

Висновки

 Розроблено чисельну модель для розрахунку процесу очищення води в напірному фільтрі. 2. Розроблено чисельну модель процесу масопереносу в річці під час роботт водозабору.

3. Запропоновано чисельну модель процесу нейтралізації стічних вод.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1. Беляев Н. Н., Козачина В. А. *Математическое моделирование массопереноса в горизонтальных отстойниках*. Днепропетровск : Акцент ПП, 2015. 115 с.
- 2. Беляев Н. Н., Нагорная Е. К. *Математическое моделирование массопереноса в отстойниках систем* водоотведения. Днепропетровск : Новая идеология, 2012. 112 с.
- 3. Василенко О. А., Грабовський П. О., Ларкіна Г. М., Поліщук О. В., Прогульний В. Й. Реконструкція і інтенсифікація споруд водопостачання та водовідведення. Київ : Укргеліотех, 2010. 272 с.
- 4. Згуровский М. З., Скопецкий В. В., Хрущ В. К., Беляев Н. Н. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде. Киев : Наукова думка, 1997. 368с
- 5. Ковальчук В. А. Очистка стічних вод. Рівне : ВАТ «Рівненська друкарня», 2002. 622 с.
- 6. Олійник О. Я., Айрапетян Т. С. Моделювання очистки стічних вод від органічних забруднень в біореакторах-аеротенках зі зваженим (вільноплаваючим) і закріпленим біоценозом. Доповіді Національної академії наук України. 2015. № 5. С. 55–60. DOI: https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055
- 7. Олейник А. Я., Киселев С. К., Малько В. Ф., Ягодовская О. Н. Методика инженерного расчета вторичных вертикальных отстойников. *Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки*. 2006. № 7. С. 65–82.
- Pereda M., Zamarreno J. M. Agent based modeling of an activated sludge process in batch reactor. 2011 19th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED) (Corfu, 20-23 June 2011). Corfu, 2011. P. 1128–1133. DOI: https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027
- 9. Pirsaheb M., Mohammadi M., AbdollahDargahi, Almasi A., Naderi M. Modeling and kinetic evaluation of intermittent aeration bioreactor with continuous flow in hospital wastewater treatment. *Journal of Chemical and Pharmaceutical Sciences*. 2016. Vol. 9. Iss. 4. P. 1–9.
- 10. Prades Martell, L. Computational fluid dynamics techniques for fixed-bed biofilm systems modeling : numerical simulations and experimental characterization ... Doctoral Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya, 2018. 201 p. DOI: https://doi.org/10.5821/dissertation-2117-125845
- Ramalingam K., Xanthos S., Gong M., Fillos J., Beckmann K., Deur A., McCorquodale J. A. Critical modeling parameters identified for 3D CFD modeling of rectangular final settling tanks for New York City wastewater treatment plants. *Water Science & Technology*. 2012. Vol. 65. Iss. 6. P. 1087–1094. DOI: https://doi.org/10.2166/wst.2012.944
- 12. Robescu Dan, Mandiş C., Robescu, Diana. Design Lamellar Secondary Settling Tank Using Numerical Modeling. *UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering*. 2010. Vol. 72. Iss. 4. P. 211–216.
- 13. Robescu Dan, Robescu Diana, Mocanu R., Moga C. Modeling of attached growth biological wastewater treatment process. *UPB Scientific Bulletin, Series C: Electrical Engineering and Computer Science*. 2007. Vol. 64. Iss. 4. P. 593–598.
- 14. Shahrokhi M., Rostami F., Md Said M. A., Syafalni. The Computational Modeling of Baffle Configuration in the Primary Sedimentation Tanks. *2011 2nd International Conference on Environmental Science and Technology IPCBEE*. 2011. Vol. 6. P. 392–396.

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711

P. B. MASHYKHINA¹, M. M. BILIAIEV^{2*}, A. V. KALASHNYKOV³, V. V. TSURKAN⁴, ZAUR NABIIEV ⁵, B. V. SIERIEDIN⁶

¹Dep. «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail gidro_eko@ukr.net, ORCID 0000-0003-3057-9204 ^{2*}Dep. «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail biliaiev.m@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

³Dep. of «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail therealkalash@gmail.com, ORCID 0009-0001-8671-0446

⁴Dep. of «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail vlad.cyrcan@gmail.com, ORCID 0009-0007-5733-6022

⁵Dep. of «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail zaurnabiev27@gmail.com, ORCID 0009-0004-3302-4081

⁶Dep. of «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI DIIT, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail seredin_021181@ukr.net, ORCID 0009-0000-5489-9355

Fast Computational Models in Water Use Problems

Purpose. At the stage of preliminary design of various structures in water supply and wastewater systems, it is necessary to have a set of mathematical models to perform serial calculations to assess the efficiency of these structures in different conditions. Mathematical models are needed that take into account the basic physical factors. Such models are mathematical models of hydrodynamics and mass transfer. The complexity of the mathematical formulation of mass transfer problems for water supply and wastewater treatment systems lies in the use of numerical methods. This is due to the fact that multifactor differential equations are used in fundamental models of continuum mechanics. For practical use, it is especially important to have fast numerical models to perform serial calculations during a working day. The main purpose of this work is to develop fast-calculating numerical models for solving a set of problems in the field of water supply and sewerage. Methodology. The fundamental equations of continuum mechanics are used to solve mass transfer problems: the equation for the velocity potential, the filtration equation, and the equation for convective-diffusive impurity transfer. Finite difference schemes are used for numerical integration of the modeling equations. The construction of finite-difference schemes is carried out in such a way as to obtain equations for which explicit formulas can be used to solve. The numerical integration of the modeling equations is carried out on a rectangular difference grid. Findings. A set of numerical models has been developed that can be used at the stage of preliminary design of water supply and wastewater treatment facilities. The constructed numerical models take into account the main physical factors that affect the processes of mass transfer in these structures. **Originality.** A set of mathematical models is proposed to study multifactorial mass transfer processes in water supply and sewage facilities. Numerical models take into account the convective diffusion process of impurity propagation. Practical value. The constructed numerical models can be used in the design of pressure filters, water intakes, and wastewater neutralization facilities.

Keywords: water use; mathematical modeling; filter; water intake; wastewater neutralization; computational experiment

REFERENCES

- 1. Biliaiev, M. M., & Nahorna, O. K. (2012). *Matematicheskoe modelirovanie massoperenosa v otstoinikakh sistem vodootvedeniya*. Dnepropetrovsk: Novaya ideologiya. (in Russian)
- 2. Biliaiev, M. M., & Kozachyna, V. A. (2015). *Matematicheskoe modelirovanie massoperenosa v gorizontalnikh* otstoinikakh. Dnepropetrovsk: Aktsent PP. (in Russian)
- Vasylenko, O. A., Grabovsky, P. O., Larkina, G. M., Polishchuk, O. V., & Progulny, V. Y. (2010). *Rekonstruktsiia i intensyfikatsiia sporud vodopostachannia ta vodovidvedennia*. Kyiv: Ukrheliotekh. (in Ukrainian)

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2025/324711

- 4. Zgurovskiy, M. Z., Skopetskiy, V. V., Khrushch, V. K., & Belyaev, N. N. (1997). *Chislennoe modelirovanie rasprostraneniya zagryazneniya v okruzhayushchey srede*. Kiev: Naukova dumka. (in Russian)
- 5. Kovalchuk, V. A. (2002). Ochystka stichnykh vod. Rivne: VAT «Rivnenska drukarnia». (in Ukrainian)
- Oliinyk, O. Ya., & Airapetyan, T. S. (2015). The modeling of the clearance of waste waters from organic pollutions in bioreactors-aerotanks with suspended (free flow) and fixed biocenoses. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, 5, 55-60. DOI: https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055 (in Ukrainian)
- Oleinik, A. Ya., Kiselev, S. K., Malko, V. F., & Yagodovskaya, O. N. (2006). Metodika inzhenernogo rascheta vtorichnikh vertikalnikh otstoinikov. *Problems of Water supply, Sewerage and Hydraulics*, 7, 65-82. (in Russian)
- Pereda, M., & Zamarreno, J. M. (2011, June). Agent-based modeling of an activated sludge process in a batch reactor. In 2011 19th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED) (pp. 1128-1133). Corfu, Greece. DOI: https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027 (in English)
- 9. Pirsaheb, M., Mohammadi, M., AbdollahDargahi, Almasi, A., & Naderi, M. (2016) Modeling and kinetic evaluation of intermittent aeration bioreactor with continuous flow in hospital wastewater treatment. *Journal of Chemical and Pharmaceutical Sciences*, 9(4), 1-9. (in English)
- 10. Prades Martell, L. (2018). Computational fluid dynamics techniques for fixed-bed biofilm systems modeling : numerical simulations and experimental characterization (Doctoral thesis). Universitat Politècnica de Catalunya. DOI: https://doi.org/10.5821/dissertation-2117-125845 (in English)
- 11. Ramalingam, K., Xanthos, S., Gong, M., Fillos, J., Beckmann, K., Deur, A., & McCorquodale, J. A. (2012). Critical modeling parameters identified for 3D CFD modeling of rectangular final settling tanks for New York City wastewater treatment plants. *Water Science and Technology*, 65(6), 1087-1094. DOI: https://doi.org/10.2166/wst.2012.944 (in English)
- 12. Robescu Dan, Mandiş C., Robescu, Diana. (2010). Design Lamellar Secondary Settling Tank Using Numerical UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering, 72(4), 211-216. (in English)
- 13. Robescu, Dan, Robescu, Diana, Mocanu, R., & Moga, C. (2007). Modeling of attached growth biological wastewater treatment process. *UPB Scientific Bulletin, Series C: Electrical Engineering and Computer Science*, *64*(4), 593-598. (in English)
- 14. Shahrokhi, M., Rostami, F., Md Said., M. A., & Syafalni. (2011). The Computational Modeling of Baffle Configuration in the Primary Sedimentation Tanks. In 2011 2nd International Conference on Environmental Science and Technology IPCBEE (Vol. 6, pp. 392-396). (in English)

Надійшла до редколегії: 02.12.2024 Прийнята до друку: 28.03.2025