

**УДК 556.32:504.5**М. М. БІЛЯЄВ<sup>1\*</sup>, В. В. КОЗАЧИНА<sup>2</sup><sup>1</sup>Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта biliaiev.m@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882<sup>2</sup>Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта tsurkanvaleri1997@gmail.com, ORCID 0000-0002-7433-7306**Моделювання нестационарного процесу масопереносу в підземних водах**

**Мета.** Інфільтрація забруднених вод, аварійні розливи хімічно небезпечних речовин у ґрунтові води призводять до формування у водоносних шарах значних за розмірами зон техногенного забруднення. Тому важливою є розробка систем захисту від забруднення підземних вод. Для аналізу ефективності роботи таких систем захисту на етапі проєктування потрібно мати науково обґрунтовану інформацію про динаміку зміни зон забруднення у підземних водах. Така інформація може бути отримана за допомогою методу математичного моделювання. Робота спрямована на створення чисельної моделі для розрахунку нестационарного процесу геоміграції за умови застосування хімічного захисту підземних вод від забруднення. **Методика.** Для опису динаміки підземних потоків розглянуто два рівняння фільтрації, що дозволяють проводити математичне моделювання процесу фільтрації як під час розв’язання планових задач, так і для розв’язання задач профільної фільтрації. Для аналізу зміни якості підземних вод використано двовимірне рівняння геоміграції. Це рівняння враховує конвективний перенос домішки у фільтраційному потоці, дисперсію, інтенсивність інфільтрації домішки в підземний потік. Також це рівняння використано для розрахунку руху нейтралізатора у ґрунтових водах. Чисельне інтегрування рівняння фільтрації проведено за допомогою скінченнорізницевого методу. Для чисельного інтегрування рівняння геоміграції використано неявну схему розщеплення. **Результати.** Побудовано швидкозастосовну чисельну модель розрахунку динаміки ґрунтових вод. Модель є також платформою для розв’язання іншої важливої задачі – розрахунку процесів геоміграції. Запропоновано чисельну модель розрахунку нестационарного процесу геоміграції, що дає можливість оцінювати не тільки процес формування зон забруднення в потоці ґрунтових вод, але і визначати ефективність методу нейтралізації домішки в підземному потоці. **Наукова новизна.** Побудовано ефективні чисельні моделі для експрес-оцінювання зміни динаміки ґрунтових вод та їх якості під дією техногенного джерела. Ці моделі враховують комплекс важливих фізичних факторів, що впливають на процес геоміграції та процес нейтралізації домішки в підземному потоці. **Практична значимість.** Розроблено комп’ютерну програму, що дозволяє методом обчислювального експерименту визначати ефективність процесу нейтралізації агресивної домішки в ґрунтових водах з метою їх захисту від техногенного забруднення.

**Ключові слова:** динаміка підземних вод; ґрунтові води; масоперенос; математичне моделювання; техногенне забруднення

**Вступ**

Серед сучасних проблем будівництва на підтоплених територіях можна виділити дві важливі задачі: аналіз динаміки підземних вод (у першу чергу – підтоплення); забруднення ґрунтових вод (першого від поверхні землі водоносного шару) [1–6]. Особливо слід відзначити, що підвищення рівня ґрунтових вод відбувається в районах, де має місце зміна гідрогеологічного режиму внаслідок будівництва ставків-накопичувачів стічних вод від різних підприємств (рис. 1). Вплив таких техногенних джерел розповсюджується на значну відстань.



Рис. 1. Ставок-відстійник  
([https://www.pseau.org/outils/ouvrages/irc\\_university\\_of\\_leeds\\_waste\\_stabilization\\_ponds\\_2004.pdf](https://www.pseau.org/outils/ouvrages/irc_university_of_leeds_waste_stabilization_ponds_2004.pdf))

Fig. 1. Settling pond  
([https://www.pseau.org/outils/ouvrages/irc\\_university\\_of\\_leeds\\_waste\\_stabilization\\_ponds\\_2004.pdf](https://www.pseau.org/outils/ouvrages/irc_university_of_leeds_waste_stabilization_ponds_2004.pdf))

Забруднення ґрунтових вод виникає передусім унаслідок інфільтрації забруднених стічних вод зі ставків. Таким чином, наявність ставків призводить не тільки до зростання рівня ґрунтових вод (починається процес підтоплення території), але й до суттєвого зниження якості підземних вод. Ситуацію може погіршувати ще й той факт, що, крім зниження якості підземних вод, стічні води, що потрапляють у підземний потік зі сховищ, можуть бути агресивними та з часом впливати на стійкість фундаменту споруд, підземні комунікації тощо [7]. Крім цього, інтенсивне забруднення ґрунтових вод має місце в разі інфільтрації різного роду домішок у ґрунтові води від промислових майданчиків або у випадку аварійних витоків на транспорті, підприємствах. Важливо підкреслити, що розв'язання задач геоміграції забруднювальних речовин у підземних водах базується на попередньому розв'язанні задачі динаміки підземних вод. Таким чином, постає актуальне питання прогнозування якості підземних вод під дією техногенних джерел забруднення.

У наш час для розв'язання задач цього класу використовують емпіричні та аналітичні моделі, що дають можливість визначити динаміку підземних вод та вплив дренажних систем на її зміну [2, 6]. Такі моделі є ефективними в інженерній практиці, але з їх допомогою можна отримати прогнозні дані лише для «спрощених» сценаріїв. У зв'язку з підвищенням рівня вимог до прогнозних результатів усе більше постає потреба у використанні чисельних моделей для розв'язання актуальних задач динаміки підземних вод та геоміграції [10, 11]. Відкритим питанням залишається створення математичних моделей для розв'язання задач геоміграції у контексті застосування їх до проблем захисту підземних вод від забруднення внаслідок різних технологій, наприклад, встановлення підземних захисних стін, використання різного роду дренажу, використання хімічних засобів захисту підземних вод від агресивних домішок тощо.

### Мета

Автори передбачають створення чисельної моделі для розрахунку нестационарного процесу геоміграції в разі застосування хімічного захисту підземних вод від забруднення.

### Методика

Розглядаємо задачу хімічної нейтралізації агресивної домішки (кислоти) в ґрунтовому потоці. Для нейтралізації пропонуємо створити в підземному потоці спеціальну зону на зразок шурфу (далі – нейтралізувальний елемент). До цієї зони подають нейтралізатор. Особливістю створеної зони є те, що вона не перешкоджає руху підземного потоку. Це може бути сітка в потоці, крізь прозори якої рухається забруднена підземна вода і в цій зоні «зустрічає» нейтралізатор. Далі відбувається процес нейтралізації агресивної домішки. Іншим варіантом може бути перфорована труба.

Для планової задачі динаміки підземних вод процес фільтрації моделюємо таким рівнянням:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = kh_m \left( \frac{\partial h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial h^2}{\partial y^2} \right) + W, \quad (1)$$

де  $h$  – глибина підземного потоку;  $k$  – коефіцієнт фільтрації;  $\mu$  – нестача насичення (водовіддача); « $+W$ » – інтенсивність інфільтрації; якщо « $-W$ » – інтенсивність відкачування води з водоносного шару;  $h_m$  – середня глибина підземного потоку.

Під час використання рівняння (1) водотрив вважаємо горизонтальним.

Компоненти вектора швидкості підземного потоку визначаємо на базі закону Дарсі:

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x}; \quad v = -k \frac{\partial h}{\partial y}. \quad (2)$$

Постановку крайових умов для рівняння (1) розглянуто в [3].

Якщо розглядати профільну фільтрацію, за умови, що коефіцієнт фільтрації – незмінна величина, рух сталий, то динаміку руху підземного потоку можна описати таким рівнянням:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0. \quad (3)$$

Граничні умови для рівняння (3) розглянуто в [6, 9].

*Чисельні моделі динаміки підземних вод.* Для чисельного розв'язання моделювального рівняння (1) здійснюємо його розщеплення таким чином:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = kh_m \left( \frac{\partial h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial h^2}{\partial y^2} \right); \quad (4)$$

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = W. \quad (5)$$

Для чисельного інтегрування рівняння (5) використовуємо метод Ейлера. Розрахункова залежність має вигляд:

$$h^{n+1} = h^n + \frac{\Delta t}{\mu} W. \quad (6)$$

Для чисельного інтегрування рівняння (4) використовуємо прямокутну різницеву сітку [8]. Двокрокова схема розщеплення (метод сумарної апроксимації) має вигляд:

– перший крок:

$$\frac{h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - h_{i,j}^n}{\Delta t} = \left[ a \frac{-h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + h_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} + \right. \\ \left. + a \frac{-h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + h_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} \right]; \quad (7)$$

– другий крок:

$$\frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \left[ a \frac{h_{i+1,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} + \right. \\ \left. + a \frac{h_{i,j+1}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} \right], \quad (8)$$

$$\text{де } a = \frac{kh_m}{\mu}.$$

Створено комп'ютерну програму для чисельного інтегрування рівняння (1), мова програмування FORTRAN. Програма побудована на модульному принципі, основні підпрограми типу SUBROUTINE такі:

- 1) WaA.DAT – файл початкових даних;
- 2) WaA11.for – чисельне інтегрування рівняння (5);
- 3) WaA21.for – чисельне інтегрування рівняння (4) на базі залежностей (7) та (8);

4) Wa2.for – розрахунок компонент вектора швидкості підземного потоку на базі залежностей (2).

Для чисельного інтегрування рівняння фільтрації (3) здійснюємо попередній запис його у вигляді нестационарного рівняння:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}.$$

Далі здійснюємо його розщеплення [8] на два рівняння (геометричне розщеплення):

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}; \quad (9)$$

$$\mu \frac{\partial k}{\partial t} = k \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}. \quad (10)$$

На наступному етапі використовуємо такі різниці залежності (локально-одновимірна різницева схема):

– перший крок:

$$h_{i,j}^{n+1} = h_{i,j}^n + \Delta t \frac{h_{i+1,j}^n - h_{i,j}^n}{\Delta x^2} + \Delta t \frac{-h_{i,j}^n + h_{i-1,j}^n}{\Delta x^2};$$

– другий крок:

$$h_{i,j}^{n+1} = h_{i,j}^n + \Delta t \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j}^n}{\Delta y^2} + \Delta t \frac{-h_{i,j}^n + h_{i,j-1}^n}{\Delta y^2}.$$

Розрахунок закінчуємо, коли виконуємо умову:

$$|h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n| \leq \varepsilon,$$

де  $\varepsilon = 0,01$ .

Створено комп'ютерну програму для чисельного інтегрування рівняння (3), мова програмування FORTRAN. Програма побудована на модульному принципі, основні підпрограми типу SUBROUTINE такі:

- 1) Wa37.DAT – файл початкових даних;
- 2) Wa12.for – чисельне інтегрування рівняння (3), перший крок розщеплення;
- 3) Wa13.for – чисельне інтегрування рівняння (3), другий крок розщеплення;
- 4) Wa2.for – розрахунок компонент вектора швидкості підземного потоку на базі залежностей (2).

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

*Модель геоміграції.* Для прогнозування забруднення підземних вод використовуємо таке рівняння геоміграції:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \sum_{i=1}^n Q_i(t) \delta(x - x_i) \delta(y - y_i), \quad (11)$$

де  $u, v$  – компоненти швидкості підземного потоку;  $C$  – концентрація домішки в підземному потоці;  $Q$  – інтенсивність емісії домішки в підземному потоці;  $\mu_x, \mu_y$  – коефіцієнти дисперсії;  $t$  – час.

Положення джерела емісії моделюємо за допомогою дельта – функції Дірака  $\delta(x - x_i)(y - y_i)$ , де  $x_i, y_i$  – декартові координати джерела емісії. Постановку крайових умов для рівняння (3) розглянуто в [6]. Слід зазначити, що як початкові умови можна задавати форму зони забруднення, що утворилася, наприклад, у підземних водах під промисловим майданчиком, її розміри, концентрацію домішки в цій зоні.

Рівняння (11) також використовуємо для розрахунку руху нейтралізатора в потоці підземних вод.

Для розрахунку процесу нейтралізації домішки використовуємо стехіометричні співвідношення, що описують взаємодію «агресивна домішка + нейтралізатор».

Для чисельного розв'язку рівняння геоміграції здійснюємо його фізичне розщеплення :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right);$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} = 0.$$

Для чисельного інтегрування рівняння дифузії використовуємо двоетапну різницеву схему:

– перший етап:

$$\frac{C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - C_{i,j}^n}{\Delta t} = \left[ \mu_x \frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} \right] + \left[ \mu_y \frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} \right];$$

– другий етап:

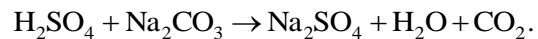
$$\frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \left[ \mu_x \frac{C_{i+1,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] + \left[ \mu_y \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} \right].$$

Для чисельного інтегрування першого рівняння з цієї системи (конвективний перенос домішки) використовуємо змінно-трикутну різницеву схему. Перерахунок концентрації домішки в кожній різницевої комірки проводимо на кожному часовому кроці на базі рівнянь кінетики.

Здійснено програмну реалізацію чисельного інтегрування рівняння геоміграції на базі схем розщеплення, розроблено комп'ютерну програму Wa3A.FOR.

## Результати

Далі наведено результати розв'язку задачі на базі розроблених чисельних моделей геоміграції. Постановка задачі: у ґрунтових водах утворилася зона забруднення, що містить  $H_2SO_4$ . Для нейтралізації використовуємо 10-відсотковий розчин  $Na_2CO_3$ . Реакція взаємодії «домішка + нейтралізатор» має вигляд:



Нейтралізатор подається в елемент, розташований у підземному водоносному шарі, що показано умовно стрілкою на рис. 2–4. Розглянуто такі сценарії:

1. Сценарій № 1: рух зони забруднення у підземному потоці (немає подачі нейтралізатора).

2. Сценарій № 2: рух зони забруднення в підземному потоці за наявності короткого нейтралізувального елемента.

3. Сценарій № 3: рух зони забруднення в підземному потоці за наявності довгого нейтралізувального елемента.

Концентрація домішки в зоні забруднення для часу  $t = 0$  становить 10 одиниць (у безрозмірному вигляді), час, що вказаний на рисунках, – безрозмірний.

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

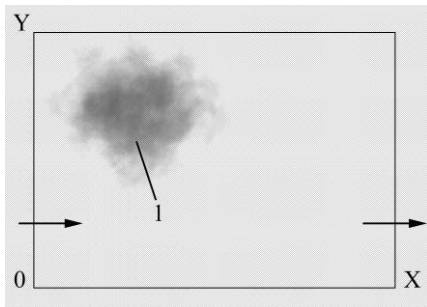


Рис. 2. Схема розрахункової зони (сценарій № 1, немає захисту підземних вод)

Fig. 2. Scheme of the calculation area (scenario No. 1, no groundwater protection)

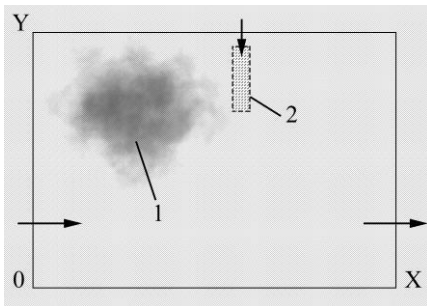


Рис. 3. Схема розрахункової зони (сценарій № 2, короткий нейтралізувальний елемент)

Fig. 3. Scheme of the design zone (scenario No. 2, short neutralizing element)

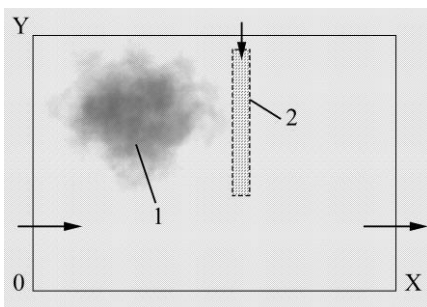


Рис. 4. Схема розрахункової зони (сценарій № 3, довгий нейтралізувальний елемент)

Fig. 4. Scheme of the design zone (scenario No. 3, long neutralizing element)

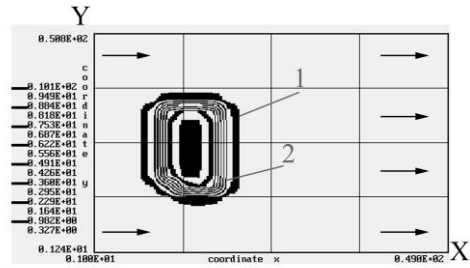


Рис. 5. Зона забруднення,  $t = 1$  (сценарій № 1):  
 $1 - C = 0,98$ ;  $2 - C = 2,29$

Fig. 5. Pollution zone,  $t = 1$  (scenario 1):  
 $1 - C = 0,98$ ;  $2 - C = 2,29$

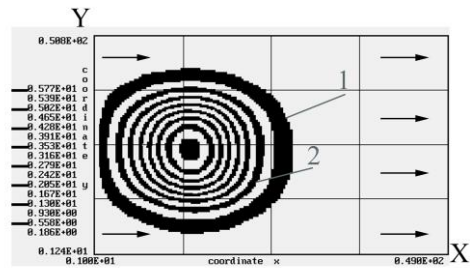


Рис. 6. Зона забруднення,  $t = 14$  (сценарій № 1):  
 $1 - C = 0,55$ ;  $2 - C = 1,30$

Fig. 6. Contamination zone,  $t = 14$  (scenario 1):  
 $1 - C = 0,55$ ;  $2 - C = 1,30$

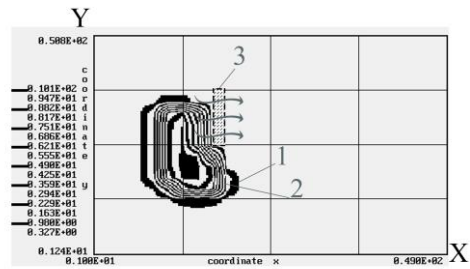


Рис. 7. Зона забруднення,  $t = 1$  (сценарій № 2):  
 $1 - C = 0,98$ ;  $2 - C = 2,29$ ;  
 $3 -$  нейтралізувальний елемент

Fig. 7. Contamination zone,  $t = 1$  (scenario 2):  
 $1 - C = 0,98$ ;  $2 - C = 2,29$ ;  $3 -$  neutralizing element

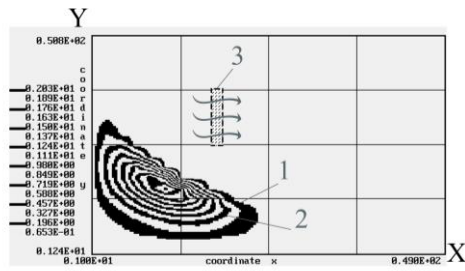


Рис. 8. Зона забруднення,  $t = 14$  (сценарій № 2):  
1 –  $C = 1,96$ ; 2 –  $C = 4,57$ ; 3 – нейтралізуювальний елемент

Fig. 8. Contamination zone,  $t = 14$  (scenario 2):  
1 –  $C = 1.96$ ; 2 –  $C = 4.57$ ; 3 – neutralizing element

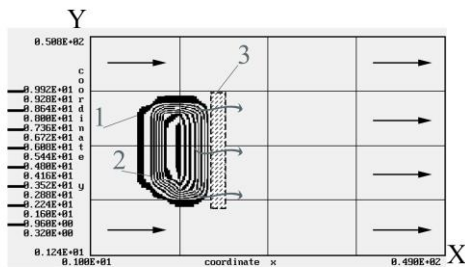


Рис. 9. Зона забруднення,  $t = 1$  (сценарій № 3):  
1 –  $C = 0,96$ ; 2 –  $C = 2,24$ ; 3 – нейтралізуювальний елемент

Fig. 9. Contamination zone,  $t = 1$  (scenario 3):  
1 –  $C = 0.96$ ; 2 –  $C = 2.24$ ; 3 – neutralizing element

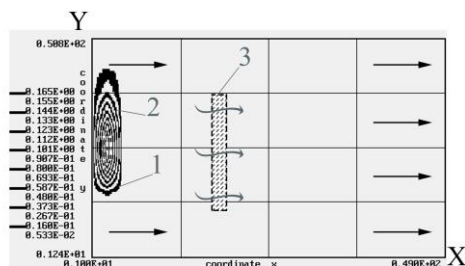


Рис. 10. Зона забруднення,  $t = 14$  (сценарій № 3):  
1 –  $C = 1,60$ ; 2 –  $C = 3,73$ ; 3 – нейтралізуювальний елемент

Fig. 10. Contamination zone,  $t = 14$  (scenario 3):  
1 –  $C = 1.60$ ; 2 –  $C = 3.73$ ; 3 – neutralizing element

Результати обчислювального експерименту показують таке. По-перше, при відсутності системи захисту зона забруднення в підземному потоці з часом збільшується в розмірах та охоплює все більшу частину водоносного шару. По-друге, наявність нейтралізуювального елемента

суттєво впливає на зміну розмірів зони забруднення – вона зменшується з часом. Крім цього, із наведених рисунків можна бачити, що в разі короткого нейтралізуювального елемента частина зони забруднення «не потрапляє» до зони хімічної взаємодії, і ця зона забруднення має тенденцію до просування вздовж потоку нижче нейтралізатора. Отже, для організації такої системи захисту водоносного шару від забруднення важливо раціонально визначити довжину нейтралізуювального елемента.

Відзначимо, що час розрахунку кожного варіанту задачі складає 3 с. Таким чином, побудовані чисельні моделі дозволяють швидко аналізувати зміну гідрогеологічного режиму та забруднення підземних вод. Це дуже корисно для проведення серійних розрахунків на практиці.

### Наукова новизна та практична значимість

Запропоновано ефективні чисельні моделі для експрес-оцінювання зміни динаміки ґрунтових вод та їх якості під дією техногенного джерела.

Побудовані чисельні моделі враховують комплекс важливих фізичних факторів, що впливають на процес геоміграції та процес нейтралізації домішки у підземному потоці. Це дає можливість отримувати адекватну оцінку ефективності методу нейтралізації агресивної домішки у водоносному шарі.

Створено комп'ютерний код, що дозволяє на практиці використовувати побудовані чисельні моделі.

### Висновки

1. Побудовано швидкозастосовну чисельну модель розрахунку динаміки ґрунтових вод. Модель також є платформою для розв'язання іншої важливої задачі – розрахунку процесів геоміграції.

2. Запропоновано чисельну модель розрахунку нестационарного процесу геоміграції. Модель дає можливість оцінювати не тільки процес формування зон забруднення в потоці ґрунтових вод, але і визначити ефективність методу нейтралізації домішки у підземному потоці.

3. Побудовані чисельні моделі враховують найбільш важливі параметри, що впливають на формування зон забруднення у ґрунтових водах.

4. Результати проведеного обчислювального експерименту показують, що побудовані математичні моделі дають можливість швидко отримати прогнознi дані для аналізу динаміки забруднення ґрунтових вод.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гурицький Д. С. Аналіз регіонального розвитку процесів підтоплення земель та їх вплив на природні ресурси України. *Геоінформатика*. 2013. № 1 (45). С. 85–89.
2. *ДСТУ-Н Б В.1.1-38:2016 Настанова щодо інженерного захисту територій, будівель і споруд від підтоплення та затоплення*. [Чинний від 2017-01-04]. ДП «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій» (НДІБК), 2017. 135 с.
3. Ковальчук П. І., Шевчук С. А. *Методика оцінки та прийняття рішень для захисту територій від підтоплення та затоплення*. Київ, 2010. 43 с.
4. Кремез В. С., Буц Ю. В., Цимбал В. А. Моделювання процесу підтоплення територій в зоні впливу водосховищ. *Людина та довкілля. Проблеми неоекології*. 2012. № 1–2. С. 128–130.
5. Митрохін С. О. *Моделі та методи оптимального керування запобігання процесу підтоплення територій*: дис. ... канд. техн. наук. Київський національний університет ім. Тараса Шевченка. Київ, 2011.
6. Рудаков Д. В. *Математичні методи в охороні підземних вод*. Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2012. 158 с.
7. Щербак О. В., Яковлев Є. О., Долін В. В. Моделювання гідргеофільтраційного поля ґрунтових вод у зоні впливу металургійного виробництва. *Мінеральні ресурси України*. 2018. № 3. С. 19–25. DOI: <https://doi.org/10.31996/mru.2018.3.19-25>
8. Biliaiev M., Biliaieva V., Rusakova T., Kozachyna V., Berlov O., Semenenko P., ... Tatarko L. Development of a method for assessing air dustiness in the main fairing of the launch vehicle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2022. Vol. 5, No 1 (119). P. 17–25. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.266013>
9. Cashman P. M., Preene M. *Groundwater Lowering in Construction. A Practical Guide to Dewatering*. CRC Press, 2012. 665 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781003050025>
10. Guangwei Wu, Yulong Dong, Lei Liu, Yingqiang Yao, Yubai Bi, Jian Guo, Sha Gu. *Study on Groundwater Environmental Impact Assessment in Datang Binzhou Combined Heat and Power Generation Project Based on MODFLOW*. 2023. Vol. 43: Hydraulic and Civil Engineering Technology VIII. P. 766–774. DOI: <https://doi.org/10.3233/atde230795>
11. Harbaugh A. W. MODFLOW-2005: the U.S. Geological Survey modular ground-water model—the ground-water flow process. *Techniques and Methods 6-A16*. 253 p. DOI: <https://doi.org/10.3133/tm6A16>

M. M. BILIAIEV<sup>1\*</sup>, V. V. KOZACHYNA<sup>2</sup>

<sup>1\*</sup>Dep. «Hydraulics, water supply and physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 373 15 09, e-mail [biliaiev.m@gmail.com](mailto:biliaiev.m@gmail.com), ORCID 0000-0002-1531-7882

<sup>2</sup>Dep. «Hydraulics, water supply and physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 373 15 09, e-mail [tsurkanvaleri1997@gmail.com](mailto:tsurkanvaleri1997@gmail.com), ORCID 0000-0002-7433-7306

## Modeling of Non-Stationary Mass Transfer Process In Groundwater

**Purpose.** Infiltration of contaminated water and accidental spills of chemically hazardous substances into groundwater lead to the formation of large zones of man-made pollution in aquifers. Therefore, it is important to develop protection systems against groundwater pollution. To analyze the effectiveness of such protection systems at the design stage, it is necessary to have scientifically based information on the dynamics of changes in groundwater contamination zones. Such information can be obtained using the method of mathematical modeling. The study aims to create a numerical model for calculating the non-stationary process of geomigration when using chemical protection of groundwater from pollution. **Methodology.** To describe the dynamics of groundwater flows, two filtration equations are considered, which allow mathematical modeling of the filtration process both for solving planned problems

and for solving problems of specialized filtration. A two-dimensional geomigration equation was used to analyze changes in groundwater quality. This equation takes into account the convective transfer of impurities in the filtration flow, dispersion, and the intensity of impurity infiltration into the groundwater flow. This equation is also used to calculate the movement of the neutralizer in groundwater. The numerical integration of the filtration equation was performed using finite difference methods. An implicit splitting scheme was used to numerically integrate the geomigration equation. **Findings.** A fast-applicable numerical model for calculating groundwater dynamics has been built. The model is also a platform for solving another important task – the calculation of geomigration processes. A numerical model for calculating the unsteady-state geomigration process is proposed, which makes it possible to assess not only the process of formation of contamination zones in the groundwater flow, but also to determine the effectiveness of the method of neutralizing the impurities in the groundwater flow. **Originality.** Effective numerical models for rapid assessment of changes in groundwater dynamics and quality under the influence of anthropogenic sources have been developed. These models take into account a set of important physical factors that affect the process of geomigration and the process of neutralizing the impurity in the groundwater flow. **Practical value.** A computer program has been developed that allows determining the effectiveness of the process of neutralizing an aggressive impurity in groundwater by a computational experiment to protect it from anthropogenic pollution.

*Keywords:* groundwater dynamics; groundwater; mass transfer; mathematical modeling; anthropogenic pollution

## REFERENCES

- Guritskiy, D. S. (2013). Analysis of regional development of flooded lands and their impact on the natural resources of Ukraine. *Geoinformatyka*, 1(45), 85-89. (in Ukrainian)
- Nastanova shchodo inzhenerneho zakhystu terytorii, budivel i sporud vid pidtoplennia ta zatoplennia, 135 DSTU-N B V.1.1-38:2016. (2016). (in Ukrainian)
- Kovalchuk, P. I., & Shevchuk, S. A. (2010). *Metodyka otsinky ta pryiniattia rishen dlia zakhystu terytorii vid pidtoplennia ta zatoplennia*. Kyiv. (in Ukrainian)
- Kremez, V. S., Buts, Y. V., & Tsybal, V. A. (2012). The modelling of process of flooding by subsoil waters is in the affected of reservoirs zone. *Man and environment. Issues of neoecology*, 1-2, 128-130. (in Ukrainian)
- Mytrokhin, S. O. (2011). Modeli ta metody optimalnoho keruvannia zapobihannia protsesu pidtoplennia terytorii. Taras Shevchenko Kyiv National University. Kyiv, Ukraine. (in Ukrainian)
- Rudakov, D. V. (2012). *Matematychni metody v okhoroni pidzemnykh vod*. Dnipropetrovsk: National Mining University. (in Ukrainian)
- Shcherbak, O. V., Yakovlev, Ye. O., & Dolin, V. V. (2018). Modeling of hydrogeofiltration groundwater field in the influence zone of metallurgical production. *Mineral Resources of Ukraine*, 3, 19-25. DOI: <https://doi.org/10.31996/mru.2018.3.19-25> (in Ukrainian)
- Biliaiev, M., Biliaieva, V., Rusakova, T., Kozachyna, V., Berlov, O., Semenenko, P., ... & Tatarko, L. (2022). Development of a method for assessing air dustiness in the main fairing of the launch vehicle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(1(119)), 17-25. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.266013> (in English)
- Cashman, P. M., & Preene, M. (2020). *Groundwater Lowering in Construction. A Practical Guide to Dewatering*. CRC Press. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781003050025> (in English)
- Guangwei, Wu, Yulong, Dong, Lei, Liu, Yingqiang, Yao, Yubai, Bi, Jian, Guo, & Sha, Gu (2023). In *Study on Groundwater Environmental Impact Assessment in Datang Binzhou Combined Heat and Power Generation Project Based on MODFLOW* (Vol. 43: Hydraulic and Civil Engineering Technology VIII, pp. 766774). DOI: <https://doi.org/10.3233/atde230795> (in English)
- Harbaugh, A. W. (2005). MODFLOW-2005 : the U.S. Geological Survey modular ground-water model--the ground-water flow process. In *Techniques and Methods 6-A16*. DOI: <https://doi.org/10.3133/tm6a16> (in English)

Надійшла до редколегії: 20.02.24

Прийнята до друку: 24.06.2024