

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

УДК 004.942:[519.6:628.33]

М. М. БІЛЯЄВ<sup>1</sup>, Ю. В. БРАЗАЛУК<sup>2</sup>, П. С. КІРІЧЕНКО<sup>3</sup>, П. Б. МАШИХІНА<sup>4\*</sup>,  
А. С. КОВАЛЕНКО<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, , 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта biliaiev.m@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

<sup>2</sup>Каф. «Аерогідромеханіка та енергомасоперенос», Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, просп. Гагаріна, 72, Дніпро, Україна, 49000, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта brazaluk\_jv@ukr.net, ORCID 0000-0001-6448-8525

<sup>3</sup>Каф. «Теплогазоводопостачання, водовідведення і вентиляція», Криворізький національний університет, вул. Віталія Матусевича, 11, Кривий Ріг, Україна, 50027, тел. +38 (056) 409 06 06, ел. пошта pasha\_129@ukr.net, ORCID 0000-0002-0793-9593

<sup>4\*</sup>Каф. «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта gidro\_eko@ukr.net, ORCID 0000-0003-3057-9204

<sup>5</sup>Кафедра «Гідравліка, водопостачання та фізика», Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 373 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0009-0009-9761-4300

### Комп'ютерне 3D моделювання процесу очищення стічних вод у відстійнику

**Мета.** Відстійники широко використовують у технологічних схемах очищення стічних вод. Як правило, на практиці використовують відстійники, що мають горизонтальну форму. Але для підвищення ефективності очищення води в горизонтальному відстійнику можуть бути використані додаткові елементи, які розташовують у споруді в різних місцях. Під час реконструкції таких споруд або проектування їх для нових підприємств потрібне оцінювання ефективності роботи відстійників за різних умов експлуатації. Для розв'язання цієї задачі важливу роль відіграють математичні моделі, зокрема проведення фізичних експериментів, що потребує значного часу на отримання результатів. У випадку математичного моделювання процесу очищення води у відстійнику потрібно розв'язати дві задачі: гідродинамічну задачу та задачу масопереносу. Основною метою статті є розробка 3DCFD-моделі для розрахунку поля концентрації домішки у відстійнику. **Методика.** Для комп'ютерного розрахунку процесу очищення стічних вод у відстійнику розраховано динамічну багатофакторну чисельну модель. Гідродинаміку потоку стічних вод у відстійнику розраховано на базі тривимірного рівняння для потенціалу швидкості (модель потенціального руху). Розрахунок поля концентрації домішки у відстійнику визначено шляхом чисельного інтегрування тривимірного рівняння масопереносу. Це рівняння враховує нерівномірність поля швидкості потоку у відстійнику, процес дифузії, гравітаційне осадження домішки у споруді. Чисельне інтегрування модельованих рівнянь здійснено шляхом використання скінченнорізницевої схем розщеплення. **Результати.** Здійснено програмну реалізацію побудованої математичної моделі. Наведено результати обчислювального експерименту з дослідження процесу очищення стічних вод у відстійнику з візуалізацією результатів розрахунків. **Наукова новизна.** Розроблено багатофакторну тривимірну CFD-модель, що дозволяє швидко оцінити ефективність роботи відстійника. **Практична значимість.** Запропонована CFD-модель може бути використана під час проведення розрахунків у випадку проектування систем очищення стічних вод або для визначення ефективності очищення стічних вод за нових режимів експлуатації.

*Ключові слова:* відстійник; очищення води; чисельне моделювання; обчислювальний експеримент

### Вступ

Очищення води – дуже складний процес, у якому задіяні різні очисні споруди залежно від складу стічних вод [3, 4, 7–9, 11, 12]. У технологічних схемах очищення води дуже часто використовують відстійники. Різка зміна навантаження на відстійник може призвести до зменшення ефективності очищення води в споруді. Тому потрібно заздалегідь мати інформацію щодо ефективності очищення води у відстійниках у межах очікуваних навантажень. Для розв'язання цієї задачі важливу роль відіграють математичні моделі [1, 2]. Але слід підкреслити, що математичні моделі, які використовують зараз під час інженерних розрахунків, орієнтовані на оцінювання ефективності очищення води у відстійниках «класичної» форми та в межах визначеної витрати води та рівня її забрудненості. Для підвищення якості проектних робіт важливо, окрім спрощених математичних моделей, мати CFD-моделі [1, 2, 5, 6, 10], що дозволяють отримати більше важливої інформації для проєктувальника. Тому актуальним завданням є розробка таких CFD-моделей, адже це сприяє швидкому отриманню результатів, протягом декількох хвилин, із використанням комп'ютерів малої та середньої потужності.

### Мета

За основну мету статті автори ставлять розробку 3DCFD-моделі для оцінки ефективності очищення стічних вод у відстійнику.

### Методика

Під час побудови математичної моделі гідродинаміки стічних вод у відстійнику та процесу масопереносу домішки в споруді будемо враховувати такі фактори:

- 3D форму відстійника;
- концентрацію домішки в стічних водах, що потрапляють до споруди;
- нерівномірність розподілу концентрації домішки у відстійнику;
- наявність додаткових елементів у відстійнику;
- гравітаційне осадження домішки у відстійнику.

Для розрахунку поля концентрації домішки у відстійнику використовуємо таке тривимірне рівняння масопереносу [1, 2]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} + \frac{\partial (w - w_g)C}{\partial z} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0, \quad (1)$$

де  $t$  – час;  $C$  – концентрація домішки у відстійнику;  $u, v, w$  – компоненти швидкості потоку стічних вод у відстійнику;  $\mu_x, \mu_y, \mu_z$  – коефіцієнти дифузії;  $w_g$  – швидкість гравітаційного осадження домішки.

Граничні умови для рівняння (1) такі:

1) на вхідному отворі:  $C = C_{in}$ , де  $C_{in}$  – відома концентрація домішки;

2) у вихідному отворі:

$$C(i+1, j, k) = C(i, j, k),$$

де  $C(i+1, j, k)$  – концентрації домішки в останній обчислювальній комірці;  $C(i, j, k)$  – концентрація домішки в попередній обчислювальній комірці;

3) на твердих поверхнях у відстійнику:

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0,$$

де  $n$  – одинична нормаль до поверхні.

Початкові умови мають вигляд за  $t=0$ :  $C=C_0$ .

Для розв'язання задачі гідродинаміки – визначення поля компонент вектора швидкості течії у відстійнику – використовуємо модель безвихрового руху рідини [1, 2]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0, \quad (2)$$

де  $P$  – потенціал швидкості.

Крайові умови для модельованого рівняння (2) наведені в [1, 2].

Компоненти вектора швидкості потоку у відстійнику визначаємо так [2]:

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}; v = \frac{\partial P}{\partial y}; w = \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3)$$

Таким чином, для розрахунку поля швидкості потоку стічних вод у відстійнику та визначення поля концентрації в споруді потрібно розв'язати рівняння (2), (1) з урахуванням залежностей (3).

*Чисельна модель.* Для побудови чисельної моделі на базі диференціальних рівнянь (1) і (2) використовуємо дві скінченорізницеві схеми.

Перша схема: для чисельного інтегрування рівняння (1) попередньо здійснюємо таке його розщеплення:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial wC}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_z \frac{\partial C}{\partial z} \right). \quad (5)$$

Тут ми візьмемо, що  $w = w - w_s$ .

Для чисельного інтегрування (5) використовуємо таку попеременно-трикутну різницеву схему [2]:

– перший крок розщеплення:

$$C_{ijk}^{n+\frac{1}{2}} = C_{ijk}^n - \Delta t \frac{w_{i+1,jk}^+ C_{ijk}^{n+\frac{1}{2}} - w_{ijk}^+ C_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \Delta t \mu_z \frac{-C_{ijk}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i-1,jk}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z^2} + \Delta t \mu_z \frac{-C_{ijk}^n + C_{i+1,jk}^n}{\Delta z^2};$$

– другий крок розщеплення:

$$C_{ijk}^{n+1} = C_{ijk}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta t \frac{w_{i+1,jk}^- C_{i+1,jk}^{n+1} - w_{ijk}^- C_{ijk}^{n+1}}{\Delta z} + \Delta t \mu_z \frac{-C_{ijk}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i-1,jk}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z^2} + \Delta t \mu_z \frac{-C_{ijk}^{n+1} + C_{i+1,jk}^{n+1}}{\Delta z^2}.$$

На кожному кроці розщеплення невідоме значення концентрації пилу визначаємо за явною формулою біжного рахунку.

Друга схема: здійснюємо розщеплення рівняння (1) на диференціальному рівні таким чином:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right); \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial vC}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right); \quad (7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial wC}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_z \frac{\partial C}{\partial z} \right). \quad (8)$$

За такого розщеплення рівняння масопереносу (1) отримуємо систему рівнянь, що описують перенос небезпечної речовини тільки в одному координатному напрямі. Рівняння (6)–(8) називають рівняннями Бюргерса. Розглянуте розщеплення рівняння (1) на систему рівнянь переносу (6)–(8) є основою побудови локально-одновимірної схеми.

Рівняння переносу (6)–(8) однотипні. Розглянемо принцип побудови різницевої схеми для чисельного інтегрування цих рівнянь.

Чисельне моделювання будемо проводити з використанням прямокутної різницевої сітки. Значення концентрації будемо визначати в середині комірок. Виконаємо такі перетворення:

$$\frac{\partial uC}{\partial x} = \frac{\partial u^+ C}{\partial x} + \frac{\partial u^- C}{\partial x};$$

$$\frac{\partial vC}{\partial y} = \frac{\partial v^+ C}{\partial y} + \frac{\partial v^- C}{\partial y};$$

$$\frac{\partial wC}{\partial z} = \frac{\partial w^+ C}{\partial z} + \frac{\partial w^- C}{\partial z};$$

$$u^+ = \frac{u + |u|}{2}; u^- = \frac{u - |u|}{2}; v^+ = \frac{v + |v|}{2};$$

$$v^- = \frac{v - |v|}{2}; w^+ = \frac{w + |w|}{2}; w^- = \frac{w - |w|}{2}.$$

Здійснимо подальшу апроксимацію похідних для рівнянь із системи:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) \approx \mu_x \frac{C_{i+1,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x^2} -$$

$$- \mu_x \frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{xx}^- C^{n+1} + M_{xx}^+ C^{n+1};$$

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \approx \mu_y \frac{C_{i,j+1,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y^2} -$$

$$-\mu_y \frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j-1,k}^{n+1}}{\Delta y^2} = M_{yy}^- C^{n+1} + M_{yy}^+ C^{n+1};$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \approx \mu_z \frac{C_{i,j,k+1}^{n+1} - C_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z^2} -$$

$$-\mu_z \frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k-1}^{n+1}}{\Delta z^2} = M_{zz}^- C^{n+1} + M_{zz}^+ C^{n+1};$$

$$\frac{\partial u^+ C}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j,k}^+ C_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^+ C_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^+ C^{n+1};$$

$$\frac{\partial u^- C}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j,k}^- C_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^- C_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^- C^{n+1};$$

$$\frac{\partial v^+ C}{\partial y} \approx \frac{v_{i,j+1,k}^+ C_{i,j,k}^{n+1} - v_{i,j,k}^+ C_{i,j-1,k}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^+ C^{n+1};$$

$$\frac{\partial v^- C}{\partial y} \approx \frac{v_{i,j+1,k}^- C_{i,j+1,k}^{n+1} - v_{i,j,k}^- C_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^- C^{n+1};$$

$$\frac{\partial w^+ C}{\partial z} \approx \frac{w_{i,j,k+1}^+ C_{i,j,k}^{n+1} - w_{i,j,k}^+ C_{i,j,k-1}^{n+1}}{\Delta z} = L_z^+ C^{n+1};$$

$$\frac{\partial w^- C}{\partial z} \approx \frac{w_{i,j,k+1}^- C_{i,j,k+1}^{n+1} - w_{i,j,k}^- C_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z} = L_z^- C^{n+1}.$$

Схему розщеплення для рівняння (6) запи-  
сується так

– на першому кроці різницевого рівняння має  
вигляд:

$$\frac{C_{i,j,k}^k - C_{i,j,k}^n}{\Delta t} + L_x^+ C^k = M_{xx}^+ C^k + M_{xx}^- C^n;$$

– на другому кроці розщеплення різницевого  
рівняння має вигляд:

$$\frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^k}{\Delta t} + L_x^- C^{n+1} = M_{xx}^+ C^n + M_{xx}^- C^{n+1}.$$

Схема розщеплення для чисельного інтегру-  
вання рівняння (7) має вигляд:

– на першому кроці різницевого рівняння буде  
таким:

$$\frac{C_{i,j,k}^k - C_{i,j,k}^n}{\Delta t} + L_y^+ C^k = M_{yy}^+ C^k + M_{yy}^- C^n;$$

– на другому кроці розщеплення різницевого  
рівняння набуде вигляду:

$$\frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^k}{\Delta t} + L_y^- C^{n+1} = M_{yy}^+ C^n + M_{yy}^- C^{n+1}.$$

Схема розщеплення для чисельного інтегру-  
вання рівняння (8) має вигляд:

– на першому кроці різницевого рівняння ви-  
глядатиме так:

$$\frac{C_{i,j,k}^k - C_{i,j,k}^n}{\Delta t} + L_z^+ C^k = M_{zz}^+ C^k + M_{zz}^- C^n,$$

– на другому кроці розщеплення різницевого  
рівняння має вигляд:

$$\frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^k}{\Delta t} + L_z^- C^{n+1} = M_{zz}^+ C^n + M_{zz}^- C^{n+1}.$$

Невідоме значення концентрації  $C$  на кож-  
ному кроці розщеплення розраховуємо за фор-  
мулою біжного розрахунку, тобто розрахунок  
здійснюємо за явною формулою. Це свідчить  
про дуже просту програмну реалізацію кожного  
різницевого рівняння.

Для побудови чисельної моделі на базі рів-  
няння (2) попередньо приводимо його до ви-  
гляду:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}, \quad (9)$$

де  $t$  – фіктивний час.

Далі для чисельного інтегрування рівняння  
(9) використовуємо метод Самарського. Під час  
проведення розрахунків також використовуємо  
метод Лібмана для чисельного інтегрування  
рівняння (2).

Різницеві рівняння у випадку використання  
методу Самарського для рівняння (9) мають  
вигляд:

$$\frac{P_{i,j,k}^{n+1/2} - P_{i,j,k}^n}{0,5\Delta\eta} = \frac{P_{i+1,j,k}^n - P_{i,j,k}^n}{\Delta x^2} +$$

$$+ \frac{-P_{i,j,k}^{n+1/2} + P_{i-1,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x^2} +$$

$$+ \frac{P_{i,j+1,k}^n - P_{i,j,k}^n}{\Delta y^2} + \frac{-P_{i,j,k}^{n+1/2} + P_{i,j-1,k}^{n+1/2}}{\Delta y^2} +$$

$$+ \frac{P_{i,j,k+1}^n - P_{i,j,k}^n}{\Delta z^2} + \frac{-P_{i,j,k}^{n+1/2} + P_{i,j,k-1}^{n+1/2}}{\Delta z^2};$$

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

$$\frac{P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1/2}}{0,5\Delta\eta} = \frac{P_{i+1,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{-P_{i,j,k}^{n+1/2} + P_{i-1,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y^2} + \frac{-P_{i,j,k}^{n+1/2} + P_{i,j-1,k}^{n+1/2}}{\Delta y^2} + \frac{P_{i,j,k+1}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z^2} + \frac{-P_{i,j,k}^{n+1/2} + P_{i,j,k-1}^{n+1/2}}{\Delta z^2}.$$

Таким чином, під час використання методу Самарського чисельне розв'язання тривимірного рівняння (9) для визначення потенціалу швидкості здійснюємо за двома кроками. На першому знаходимо «проміжне» значення потенціалу  $P_{i,j,k}^{n+1/2}$  на часовому шарі « $n+1/2$ », а на другому – «остаточне» значення потенціалу  $P_{i,j,k}^{n+1}$  на часовому шарі « $n+1$ ».

У ході використання методу Лібмана виконуємо таку апроксимацію рівняння (2):

$$\frac{P_{i+1,j,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{P_{i,j,k+1} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} = 0.$$

Із цієї залежності величину  $P_{i,j,k}$  визначаємо в середині кожної комірки за явною формулою.

Обидва методи (метод Самарського та метод Лібмана) використовуємо одночасно для контролю процедури розрахунку поля швидкості в споруді.

Після визначення поля потенціалу розраховуємо компоненти вектора швидкості потоку стічних вод:

$$\begin{aligned} u &= \frac{P_{i+1,j,k} - P_{i,j,k}}{\Delta x}; \\ v &= \frac{P_{i,j+1,k} - P_{i,j,k}}{\Delta y}; \\ w &= \frac{P_{i,j,k+1} - P_{i,j,k}}{\Delta z}. \end{aligned} \quad (10)$$

Алгоритм розв'язання задачі :

1. Розраховуємо поле потенціалу  $P(x, y, k)$  у відстійнику (чисельне інтегрування рівняння (2)).

2. Визначаємо поле швидкості потоку стічних вод  $u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$ ,  $w(x, y, z)$  (розрахунок на базі залежностей (10)).

3. Розраховуємо концентрацію домішки у відстійнику (чисельне інтегрування рівняння (1)).

На базі розробленої чисельної моделі була розроблена комп'ютерна програма «SETTLER-3D». Програмування виконано на алгоритмічній мові FORTRAN.

## Результати

Нижче наведено результати розв'язання задачі з оцінки ефективності роботи відстійника. Розглянуто модельну задачу: розрахунок поля концентрації домішки у відстійнику, що має прямокутну форму, а на дні відстійника є два додаткових прямокутних елементи. Розрахунок здійснено за таких параметрів:  $w_g = 0,001$  мм/с, висота додаткових елементів 1 м; розміри відстійника  $20 \times 6 \times 4$  м. Візьмемо, що величина коефіцієнтів дифузії залежить від локальної швидкості потоку у відстійнику. Для цього використовуємо таку залежність  $\mu_x = 0,1u$ ;  $\mu_y = 0,1v$ ;  $\mu_z = 0,1w$ . На вході у відстійник взято, що концентрація домішки дорівнює  $C = 100$  од. (у безрозмірному вигляді). Початкова умова:  $C = 0$  у відстійнику за  $t = 0$ .

На рис. 1, 2 показано матрицю концентрації домішки у відстійнику в безрозмірному вигляді. Кожне число на рисунках показує у відсотках значення концентрації від максимальної концентрації в цьому перерізі. Друк чисел на матриці концентрації здійснено у форматі «INTENGER», тобто якщо концентрація в точці дорівнює 8,75 %, то друкується лише ціла частина – 8 %.

Як можна бачити з рис. 1, за кожним додатковим елементом, що розташований на дні відстійника, формується підзона з високим значенням концентрації домішки. Це пов'язано з тим, що додаткові елементи створюють локальну перешкоду на шляху руху стічних вод, яка зменшує швидкість потоку, що впливає на осадження домішки. Із рис.2 можна бачити, що біля вихідної межі відстійника створюється зона «освітлення». У цій зоні концентрація домішки перебуває в межах 6–8 %.

Відзначимо, що час розрахунку кожного сценарію становив 7 с.

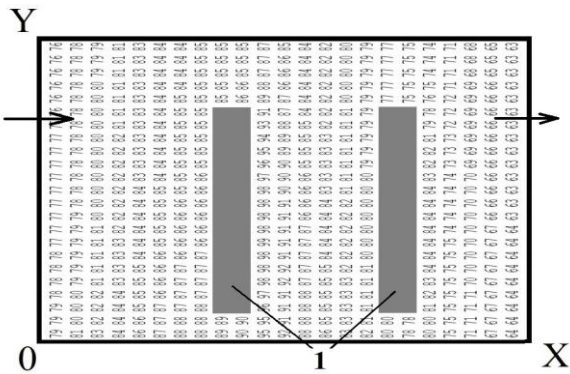


Рис. 1. Концентрація домішки у відстійнику, переріз  $z = 0,5$  м:  
I – додаткові елементи

Fig. 1. Concentration of impurities in the settling tank, cross section  $z = 0,5$  m:  
I – additional elements

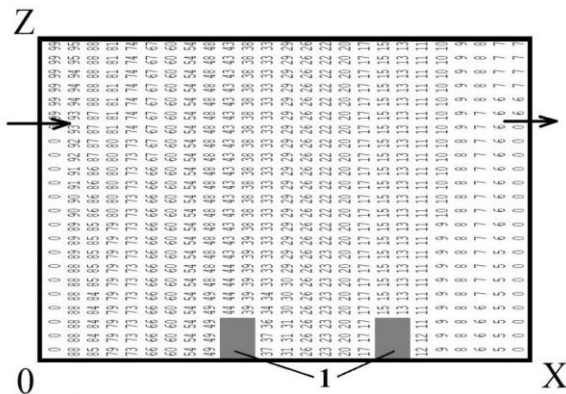


Рис. 2. Концентрація домішки у відстійнику, переріз  $y = 3$  м:  
I – додаткові елементи

Fig. 2. Concentration of impurity in the settling tank, section  $y = 3$  m:  
I – additional elements

### Наукова новизна та практична значимість

Розроблено ефективну 3DCFD-модель для оцінки ефективності роботи відстійника. Особливістю запропонованої чисельної моделі є можливість оцінювати роботу відстійника, що має складну геометричну форму.

Запропонована 3DCFD-модель дозволяє визначати поле концентрації домішки у відстійнику за декілька секунд. Ця чисельна модель може бути корисна під час проектування нових або реконструкції наявних відстійників. Побудована чисельна модель може бути також використана на першому етапі проектування відстійника під час проведення «пілотних розрахунків», коли швидко визначають необхідні для проектувальника дані. А далі, на другому етапі, можливе уточнення отриманих прогнозних даних за допомогою більш потужної моделі, наприклад, на базі рівнянь Нав'є–Стокса, пакет програм ANSYS.

### Висновки

1. Запропоновано 3DCFD-модель для аналізу ефективності роботи відстійника. Модель дає можливість розраховувати гідродинаміку течії та масопереносу у відстійнику, що має додатковий елемент в середині споруди. Таким чином, 3DCFD-модель дозволяє здійснювати аналіз ефективності роботи споруди, що має складну геометричну форму.

2. У подальшому цей науковий напрям слід розвивати в галузі розробки CFD-моделі для аналізу ефективності роботи відстійника на базі рівнянь Нав'є–Стокса.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Беляев Н. Н., Нагорная Е. К. *Математическое моделирование массопереноса в отстойниках систем водоотведения* : монографія. Днепропетровск : Новая идеология, 2012. 112 с.
2. Беляев Н. Н., Козачина В. А. *Математическое моделирование массопереноса в горизонтальных отстойниках* : монографія. Днепропетровск : Акцент ПП, 2015. 115 с.
3. Василенко О. А., Грабовський П. О., Ларкіна Г. М., Поліщук О. В., Прогульний В. Й. *Реконструкція і інтенсифікація споруд водопостачання та водовідведення* : навч. посіб. Київ : ІВНВКП «УкрГеліотек», 2010. 272 с.
4. Biliaiev M. M., Kozachyna V. A. Numerical determination of horizontal settlers performance. *Science and Transport Progress*. 2015. No. 4 (58). P. 34–43. DOI: <https://doi.org/10.15802/stp2015/49201>
5. Dairi S., Khoualdia W., Mrad D., Bouamrane A., Djebbar Y., Abida H. Improving secondary settling tanks performance by applying CFD models for design and operation. *Water Supply*. 2023. Vol. 23. Iss. 6. P. 2313–2331. DOI: <https://doi.org/10.2166/ws.2023.136>

6. Hirom K., Raees M. K., Tamphasana Devi T. CFD Study on Finding Optimum Number of Inclined Plates and Settling Efficiency in a Novel Sedimentation Tank (Lamella Clarifiers) of Wastewater Treatment Unit. *Fluid Mechanics and Fluid Power*. 2023. Vol. 1. P. 111–116. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-19-7055-9\\_19](https://doi.org/10.1007/978-981-19-7055-9_19)
7. Kruszyński W., Dawidowicz J. Computer modeling of water supply and sewerage networks as a tool in an integrated water and wastewater management system in municipal enterprises. *Journal of Ecological Engineering*. 2020. Vol. 21. Iss. 2. P. 261–266. DOI: <https://doi.org/10.12911/22998993/117533>
8. Novikov A. E., Filimonov M. I., Dugin E., Golovanchikov A. B. Modeling a biological wastewater treatment system. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2020. Vol. 577. P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/577/1/012010>
9. Rizaev A. Research methods of water purification from pollution with petroleum and petroleum products. *International Journal of Psychosocial Rehabilitation*. 2020. Vol. 24. Iss. 08. P. 5630–5634.
10. Švanda O., Pollert J. CFD modelling of a secondary settling tanks: generalization based on database relations. *Acta Polytechnica*. 2022. Vol. 62. Iss. 2. P. 313–321. DOI: <https://doi.org/10.14311/ap.2022.62.0313>
11. Szeląg B., Barbusiński, K., Studziński, J. Application of the model of sludge volume index forecasting to assess reliability and improvement of wastewater treatment plant operating conditions. *Desalination and Water Treatment*. 2019. Vol. 140. P. 143–154. DOI: <https://doi.org/10.5004/dwt.2019.23370>
12. Umarov U., Arifjanov A., Rizayev A., Umarova D. Mathematical modeling of wastewater treatment facilities of transport enterprises. *E3S Web of Conferences*. 2023. Vol. 401. P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340103031>

M. M. BILIAIEV<sup>1</sup>, IU. V. BRAZALUK<sup>2</sup>, P. S. KIRICHENKO<sup>3</sup>, P. B. MASHYKHINA<sup>4\*</sup>,  
A. S. KOVALENKO<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Dep. of «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and technologies, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 373 15 09, e-mail [biliaiev.m@gmail.com](mailto:biliaiev.m@gmail.com), ORCID 0000-0002-1531-7882

<sup>2</sup>Dep. «Aerohydraulics and Energy and Mass Transfer», Oles Honchar Dnipro National University, Gagarin Ave., 72, Dnipro, Ukraine, 49000, tel. +38 (056) 373 15 09, e-mail [brazaluk\\_jv@ukr.net](mailto:brazaluk_jv@ukr.net), ORCID 0000-0001-6448-8525

<sup>3</sup>Dep. «Heat and gas supply, drainage and ventilation», Kryvyi Rih National University, Vitaly Matusevich str., 11, Kryvyi Rih, Ukraine, 50027, tel. +38 (056) 409 06 06, e-mail [pasha\\_129@ukr.net](mailto:pasha_129@ukr.net), ORCID 0000-0002-0793-9593

<sup>4\*</sup>Dep. of «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 373 15 09, e-mail [gidro\\_eko@ukr.net](mailto:gidro_eko@ukr.net), ORCID 0000-0003-3057-9204

<sup>5</sup>Dep. of «Hydraulics, Water Supply and Physics», Ukrainian State University of Science and Technologies, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 373 15 09, e-mail [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID 0009-0009-9761-4300

## Computer 3D Modeling of the Process of Wastewater Treatment in a Settling Tank

**Purpose.** Settling tanks are widely used in technological schemes of wastewater treatment. As a rule, horizontal settling tanks are used in practice. However, to increase the efficiency of water treatment in a horizontal settling tank, additional elements can be used, which are placed in different places in the structure. When reconstructing such structures or designing them for new facilities, it is necessary to assess the efficiency of the settling tanks under different operating conditions. To solve this problem, mathematical models play an important role, including conducting physical experiments, which requires considerable time to obtain results. In the case of mathematical modeling of the water treatment process in a sedimentation tank, two problems need to be solved: the hydrodynamic problem and the mass transfer problem. The main purpose of this paper is to develop a 3DCFD model for calculating the impurity concentration field in a sedimentation tank. **Methodology.** A dynamic multifactorial numerical model was developed for computer calculation of the wastewater treatment process in a settling tank. The hydrodynamics of the wastewater flow in the settling tank was calculated on the basis of a three-dimensional equation for the velocity potential (potential motion model). The calculation of the impurity concentration field in the settling tank was determined by numerical integration of the three-dimensional mass transfer equation. This equation takes into account the non-uniformity of the flow velocity field in the settling tank, the diffusion process, and the gravitational deposition of the impurity in the structure. The numerical integration of the modeled equations was carried out by using finite-difference splitting schemes. **Findings.** The software implementation of the constructed mathematical model was carried out. The results of a computational experiment to study the process of wastewater treatment in a settling tank

with visualization of the calculation results are presented. **Originality.** A multifactorial three-dimensional CFD model has been developed that allows to quickly assess the efficiency of the settling tank. **Practical value.** The proposed CFD model can be used in calculations in the design of wastewater treatment systems or to determine the efficiency of wastewater treatment under new operating conditions.

*Key words:* settling tank; water treatment; numerical modeling; computational experiment

## REFERENCES

1. Biliaiev, N. N., & Nagornaya, E. K. (2012). *Matematicheskoye modelirovaniye massoperenosa v otstoynikakh sistem vodootvedeniya*: monografiya. Dnepropetrovsk: Novaya ideologiya. (in Russian)
2. Biliaiev, N. N., & Kozachina, V. A. (2015). *Modelirovaniye massoperenosa v gorizontalnykh otstoynikakh*: monografiya. Dnepropetrovsk: Aktsent PP. (in Russian)
3. Vasylenko, O. A., Hrabovskyi, P. O., Larkina, H. M., Polishchuk, O. V., & Prohulnyi, V. Y. (2010). *Rekonstruktsiya i intensyfikatsiya sporud vodopostachannya ta vodovidvedennya*. Kyiv: IVNVKP «Ukrheliotek». (in Ukrainian)
4. Biliaiev, M. M., & Kozachyna, V. A. (2015). Numerical determination of horizontal settlers performance. *Science and Transport Progress*, 4(58), 34-43. DOI: <https://doi.org/10.15802/stp2015/49201> (in English)
5. Dairi, S., Khoualdia, W., Mrad, D., Bouamrane, A., Djebbar, Y., & Abida, H. (2023). Improving secondary settling tanks performance by applying CFD models for design and operation. *Water Supply*, 23(6), 2313-2331. DOI: <https://doi.org/10.2166/ws.2023.136> (in English)
6. Hirom, K., Raesh, M. K., & Tamphasana Devi, T. (2023). CFD Study on Finding Optimum Number of Inclined Plates and Settling Efficiency in a Novel Sedimentation Tank (Lamella Clarifiers) of Wastewater Treatment Unit. In *Fluid Mechanics and Fluid Power* (Vol. 1, pp. 111-116). DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-19-7055-9\\_19](https://doi.org/10.1007/978-981-19-7055-9_19) (in English)
7. Kruszyński, W., & Dawidowicz, J. (2020). Computer Modeling of Water Supply and Sewerage Networks as a Tool in an Integrated Water and Wastewater Management System in Municipal Enterprises. *Journal of Ecological Engineering*, 21(2), 261-266. DOI: <https://doi.org/10.12911/22998993/117533> (in English)
8. Novikov, A. E., Filimonov, M. I., Dugin, E., & Golovanchikov, A. B. (2020). Modeling a biological wastewater treatment system. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 577, 1-7. DOI: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/577/1/012010> (in English)
9. Rizaev, A. (2020). Research methods of water purification from pollution with petroleum and petroleum products. *International Journal of Psychosocial Rehabilitation*, 24(08), 5630-5634. (in English)
10. Švanda, O., & Pollert, J. (2022). CFD modelling of a secondary settling tanks: generalization based on database relations. *Acta Polytechnica*, 62(2), 313-321. DOI: <https://doi.org/10.14311/ap.2022.62.0313> (in English)
11. Szelağ, B., Barbusiński, K., & Studziński, J. (2019). Application of the model of sludge volume index forecasting to assess reliability and improvement of wastewater treatment plant operating conditions. *Desalination and Water Treatment*, 140, 143-154. DOI: <https://doi.org/10.5004/dwt.2019.23370> (in English)
12. Umarov, U., Arifjanov, A., Rizayev, A., & Umarova, D. (2023). Mathematical modeling of wastewater treatment facilities of transport enterprises. *E3S Web of Conferences*, 401, 1-7. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340103031> (in English)

Надійшла до редколегії: 23.08.2023

Прийнята до друку: 20.12.2023