Наука та прогрес транспорту, 2023, № 1 (101)

## МАШИНОБУДУВАННЯ

### УДК 678.023/057.3

### В. В. НОВОДВОРСЬКИЙ<sup>1\*</sup>, Г. К. ІВАНИЦЬКИЙ<sup>2</sup>

<sup>1\*</sup>Каф. машин та апаратів хімічних і нафтопереробних виробництв, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», пр. Берестейський, 37, Київ, Україна, 03056, тел. +38 (096) 040 46 59, ел. пошта novodvorskiyvolodymyr@gmail.com, ORCID 0000-0002-2895-4506 <sup>2</sup>Каф. машин та апаратів хімічних і нафтопереробних виробництв, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», пр. Берестейський, 37, Київ, Україна, 03056, тел. +38 (067) 145 61 35, ел. пошта gergey4@gmail.com, ORCID 0000-0002-0486-2359

# Моделювання течії розплаву полімеру в кільцевому каналі дискового екструдера

Мета. Полімерні вироби використовують у промисловості завдяки їх експлуатаційним властивостям. Гомогенність розплаву має важливе значення для якості кінцевого продукту. Рівномірний розподіл компонентів та властивостей забезпечує однорідність фізичних і механічних характеристик виробу. Недостатня гомогенність може призводити до дефектів у виробі. Зона гомогенізації відіграє важливу роль у забезпеченні гомогенного розплаву. У дисковому екструдері зона гомогенізації складається з чотирьох послідовних каналів. Шоб описати течію для всієї зони гомогенізації, необхідно передусім провести моделювання першого її каналу. Тому основною метою пієї роботи є моделювання гідродинамічних і термічних процесів під час течії неньютонівської рідини в прямому кільцевому каналі в неізотермічному режимі, а також створення загальної процедури подальших розрахунків для інших каналів. Методика. Проведено аналіз публікацій. Розроблено процедуру розрахунку швидкості і швидкості зсуву подовжньої і тангенціальної течії розплаву, ефективної в'язкості розплаву та розрахунок зміни температури розплаву по довжині кільцевого зазору в аналітичному вигляді. Результати. Відповідно до розробленої процедури розраховано значення тангенціальних і подовжніх швидкостей та швидкостей зсуву. Наведено графічні залежності розподілу тангенціальних і подовжніх швидкостей та швидкостей зсуву течії розплаву по ширині кільцевого каналу, розподіл тиску й усередненої по ширині зазору температури розплаву полімеру по довжині кільцевого каналу. Наукова новизна. У роботі для ПЕВТ марки 15803-020 проведено моделювання стаціонарної течії в прямому кільцевому каналі в неізотермічному режимі. Створено загальну процедуру подальших розрахунків для інших каналів зони гомогенізації. Практична значимість. Наведену процедуру розрахунку можна застосувати для наступних каналів зони гомогенізації, що дозволяє описати течію розплаву для всієї зони гомогенізації.

Ключові слова: екструзія; якість розплаву; температурна однорідність; гомогенізація; дисковий екструдер

### Вступ

Полімерні вироби використовують у всіх галузях промисловості завдяки їх експлуатаційним властивостям. Якість готового продукту в значній мірі залежить від гомогенності розплаву. Рівномірний розподіл компонентів та властивостей у всьому об'ємі матеріалу забезпечує однорідність фізичних і механічних характеристик виробу. Якщо розплав не є достатньо го-

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

могенним, це може призводити до нерівномірності товщини стінок, появи дефектів або неоднорідних забарвлень у кінцевому виробі. Недостатня гомогенність може також впливати на фізичні властивості, такі як міцність, гнучкість та термічна стабільність [4, 5]. Тому забезпечення гомогенного розплаву є важливою умовою для отримання високоякісних полімерних виробів. Функціонально за це відповідає зона гомогенізації.

<sup>©</sup> В. В. Новодворський, Г. К. Іваницький, 2023

Наука та прогрес транспорту, 2023, № 1 (101)

### МАШИНОБУДУВАННЯ

Температура є одним із найважливіших параметрів під час екструзії полімерів. У роботі [10] описано метод прогнозування температури розплаву в шнекових екструдерах та вказано ряд параметрів, які впливають на температуру розплаву.

Автори роботи [7] запропонували новий тип динамічних змішувачів із геометрією, який генерує радіальний потік у каналі шнека. Вони сприяють поліпшенню передачі тепла та процесу змішування порівняно зі звичайними шнеками, а також поліпшують орієнтацію волокон та механічні властивості виробу.

Для досягнення високого рівня змішування можна використати дисковий екструдер, у якому диск є динамічним змішувачем. У роботі [3] описано гідродинамічну модель процесів у зоні гомогенізації дискового екструдера. Зона гомогенізації складається з декількох послідовно розташованих каналів різної конфігурації. За рахунок різної конфігурації каналів кожен із них впливає на процес змішування і на температурну однорідність по-різному. У такому випадку забезпечується високий рівень змішування з можливістю регулювання змішувального ефекту. Для постійної продуктивності розплаву необхідно провести моделювання руху рідини в кожному з каналів.

Щоб описати течію для всієї зони гомогенізації, потрібно створити математичну модель гідродинамічних процесів неньютонівської псевдопластичної рідини в першому каналі – циліндричній кільцевій підзоні зони гомогенізації (рис. 1). На базі цієї моделі можна створити загальну процедуру подальших розрахунків для інших каналів зони гомогенізації.

### Мета

За основну мету нашої роботи поставлено моделювання гідродинамічних і термічних процесів під час течії неньютонівської рідини в прямому кільцевому каналі в неізотермічному режимі і створення загальної процедури подальших розрахунків для інших каналів зони гомогенізації.



Рис. 1. Зона гомогенізації дискового екструдера Fig. 1. The homogenization zone of a disk extruder

#### Методика

Постановка задачі. Розглянемо неізотермічний процес подовжньої стаціонарної течії в'язкої неньютонівської рідини в прямому кільцевому каналі між двома вертикальними співвісними циліндрами, із яких внутрішній із радіусом  $R_1 = 0,0875$  м обертається з кутовою швидкістю  $\omega_0 = 15,7$  рад/с, а внутрішній із радіусом  $R_2 = 0,0925$  м є нерухомим. Ширина кільцевого зазору  $h = R_2 - R_1 = 0,005$  м, довжина L = 0,01 м. В аксіальному напрямі рідина тече під дією перепаду тиску  $\Delta p = p_0 - p_L$  із постійоб'ємною ною заданою витратою  $G_{V} = 9,058 \cdot 10^{-6} \, \text{m}^{3} \, / \, c$  і з постійною середньою швидкістю  $\bar{v}_7 = 0,003$  м/с. Внаслідок неізотермічності процесу градієнт тиску по довжині каналу є змінною величиною (dp/dz = f(z)): Задачу розв'язуємо в циліндричній системі координат  $(z, r, \theta).$ 

Потрібно визначити розподіл аксіальної й тангенціальної швидкостей, а також розподіл аксіальної й тангенціальної швидкостей зсуву по ширині зазору, розподіл градієнта тиску та усередненої температури розплаву по довжині, напруження зсуву та величину ефективної в'язкості в кожній точці каналу.

Визначення швидкості і швидкості зсуву подовжньої течії розплаву. Для подовжньої

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

течії в кільцевому каналі рівняння руху в циліндричній системі координат у компонентах напружень записують у такому вигляді:

$$\frac{d\left(\tau_{rz}\cdot r\right)}{dr} = -\frac{dp}{dz}\cdot r\,,\tag{1}$$

де градієнт тиску dp/dz є величиною, незалежною від r.

Інтегруючи рівняння (1) за r, отримаємо:

$$\tau_{rz} = -\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} r + \frac{C_1}{r} \,. \tag{2}$$

Постійну інтегрування  $C_1$  знаходимо з таких міркувань. На циліндричних поверхнях кільцевого зазору  $r = R_1$  та  $r = R_2$  швидкість подовжньої течії  $v_z = 0$ . Очевидно, що на кривій профілю швидкості  $v_z = f(r)$  повинен існувати максимум  $v_z = v_{zmax}$  в деякому ще не визначеному граничному перерізі  $r = r_b$ , де напруження зсуву згорнуто до нуля ( $\tau_{rz}(r_b) = 0$ ). За цією передумовою знаходимо значення  $C_1$  і після підставлення його у (2) зводимо це рівняння до вигляду:

$$\tau_{rz} = -\frac{1}{2} \frac{dp}{dz} \left( \frac{r^2 - r_b^2}{r} \right).$$
(3)

Оскільки рівняння (2) містить невизначений параметр  $r_b$ , подальші розрахунки розподілу швидкості  $v_z(r)$  та швидкості зсуву подовжньої течії  $\dot{\gamma}_{rz} = dv_z/dr$  потребують застосування чисельних методів.

Задачу доцільно розв'язувати в наближені до плоскопаралельної моделі. Достатньо вузький кільцевий зазор можна з наближенням розглядати як плоску щілину. Критерієм доцільності переходу від кільцевого каналу до плоскопаралельної щілини є виконання умови  $\varepsilon = (1 - R_1/R_2) \rightarrow 0$  [6]. За умовами цієї задачі  $\varepsilon = 0,054$ , отже, критерій задовольняється в достатній мірі.

За ламінарної течії рідини в плоскій щілині шириною h профіль швидкості по ширині зазору симетричний відносно середньої лінії, так що максимальна швидкість  $v_z = v_{z \max}$ , відповідно, нульове значення швидкості зсуву  $(\tau_{rz} = 0)$  знаходиться на відстані h/2 від бокових поверхонь щілини [6, 12]. У циліндричних координатах це відповідає відстані  $r_{b} = R_{1} + h_{r}/2$ . Для зручності розрахунку проведемо заміну в циліндричній системі координат. радіальну координату Ввелемо  $\psi = r - R_1,$ спрямовану до г, яка визначає відстань заданої точки в середині зазору від поверхні внутрішнього рухомого циліндра. Величина у змінюється в інтервалі  $0 \le \psi \le h_r$ , а середня лінія зазору відповідає значенню  $\psi = h_r/2$ . Тоді розподіл напруження зсуву по ширині зазору  $\tau_{\psi z} = f(\psi)$  представимо у вигляді

$$\tau_{\Psi z}\left(\psi\right) = -\frac{dp}{dz} \cdot \left(\psi - \frac{h_r}{2}\right). \tag{4}$$

У рамках плоскопаралельного наближення рівняння (4) тотожне рівнянню (3), у якому  $r_b = R_1 + h_r/2$ .

Закон в'язкості для розплаву полімеру, який вважаємо псевдопластичною рідиною, будемо описувати степеневим рівнянням Оствальда– Вейля:

$$\tau_{\psi z} = -K_T \cdot \left| \dot{\gamma}_{\psi z} \right|^{n-1} \cdot \dot{\gamma}_{\psi z} \,, \tag{5}$$

яке можна представити у вигляді:

$$\tau_{rz} = -K_T \left( \dot{\gamma}_{rz} \right)^n, \ 3a \ \dot{\gamma}_{rz} > 0 \ ; \qquad (6, a)$$

$$\mathbf{t}_{rz} = K_T \left( -\dot{\gamma}_{rz} \right)^n, \ 3a \ \dot{\gamma}_{rz} < 0, \qquad (6, \, \delta)$$

тут  $K_T = f(T)$  – коефіцієнт консистентності; n = f(T) – показник степеня;  $\dot{\gamma}_{\psi z}$  – швидкість зсуву подовжньої течії в циліндричних координатах ( $z, \psi, \theta$ ).

Швидкість зсуву подовжньої течії  $\dot{\gamma}_{rz} \equiv dv_z/d\psi$  визначаємо з рівнянь (6) після підставлення в них значення  $\tau_{rz}$  з рівняння (4):

$$\dot{\gamma}_{\psi z} = \left(\frac{1}{K_T} \frac{dp}{dz} \cdot \left(\psi - \frac{h_r}{2}\right)\right)^{1/n}, \ 3a \ \psi < \frac{h_r}{2} \ ;(7, a)$$
$$\dot{\gamma}_{\psi z} = \left(-K_T \frac{dp}{dz} \cdot \left(\psi - \frac{h_r}{2}\right)\right)^{1/n}, \ 3a \ \psi > \frac{h_r}{2} \ .(7, b)$$

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

<sup>©</sup> В. В. Новодворський, Г. К. Іваницький, 2023

Інтегруючи рівняння (7) у відповідних інтервалах, знайдемо розподіл швидкості потоку по ширині зазору в інтервалі  $0 \le \psi \le h$ :

$$v_{z}\left(\psi\right) = \left(-\frac{1}{K_{T}} \cdot \frac{dp}{dz}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1} \left[\left(\frac{h_{r}}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} - \left|\psi - \frac{h_{r}}{2}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right].$$
(8)

Розподіл градієнта тиску по довжині зазору. Об'ємна витрата розплаву через кільцевий зазор дорівнює добутку середньої швидкості рідини в зазорі  $\overline{v}_z$  на площу поперечного перерізу зазору  $S_z$ :

$$G_V = \overline{v}_z \cdot S_z = \overline{v}_z \cdot \pi \left( R_2^2 - R_1^2 \right). \tag{9}$$

Середню швидкість у зазорі визначаємо з рівняння:

$$\overline{v}_{z} = \frac{1}{\left(R_{2} - R_{1}\right)} \cdot \int_{0}^{h_{r}} v_{z}\left(\psi\right) \cdot d\psi.$$
(10)

З урахуванням рівняння (9) об'ємну витрату визначаємо таким чином:

$$G_V = \pi \Big( R_2 + R_1 \Big) \int_0^{n_r} v_z \left( \psi \right) \cdot d\psi \,. \tag{11}$$

Підставимо в (11) значення  $v_z(\psi)$  з рівняння (8) і проведемо інтегрування. У результаті після очевидних перетворень отримаємо:

$$G_V = \left(-\frac{1}{K_T}\frac{dp}{dz}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{2\pi n \cdot \left(R_2 + R_1\right)}{2n+1} \cdot \left(\frac{h_r}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}}.$$
(12)

Звідси знаходимо величину градієнта тиску:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{K_T \cdot G_V^n}{\left(R_2 + R_1\right) \cdot \left(h_r/2\right)^{2n+1}} \cdot \left(\frac{\left(2n+1\right)}{2\pi n}\right)^n .$$
(13)

У неізотермічному процесі коефіцієнт консистентності  $K_T$  і показник степеня  $n_T$  змінюються з температурою. Отже, градієнт тиску dp/dz буде змінюватися по довжині каналу відповідно до зміни температури. Інтегруючи рівняння (13), розрахуємо розподіл тиску по довжині каналу для неізотермічного режиму.

Визначення швидкості і швидкості зсуву тангенціальної течії розплаву. Розглянемо тангенціальну течію в кільцевому каналі між двома коаксіальними циліндрами, із яких внутрішній обертається з кутовою швидкістю  $\omega_0$ . Рівняння руху для колової течії в циліндричних координатах (*z*, *r*,θ) записуємо у вигляді:

для *r* – компонента:

$$\rho \frac{v_{\theta}^2}{r} = \frac{\partial p_{\omega}}{\partial r}; \qquad (14, a)$$

для  $\theta$  – компонента:

$$\mu_{ef} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r v_{\theta} \right) \right] = 0. \qquad (14, \, \delta)$$

Інтегруючи двічі рівняння (14, б) з граничними умовами  $v_{\theta}(R_1) = \omega \cdot R_1$  та  $v_{\theta}(R_2) = 0$ , знаходимо розподіл тангенціальної швидкості по ширині зазору:

$$v_{\theta}(r) = \frac{\omega_0 \cdot R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(\frac{R_2^2 - r^2}{r}\right).$$
(15)

Аналіз рівняння (15) дозволяє зробити два важливих висновки. По-перше, у будь-якій точці зазору величина колової швидкості  $v_{\theta}(r)$ не залежить від в'язкості, а по-друге, залежність  $v_{\theta} = f(r)$  монотонно й майже лінійно зменшується по ширині зазору від  $v_{\theta} = \omega R_1^2$  за  $r = R_1$  до  $v_{\theta} = 0$  за  $r = R_2$ . Припущення щодо лінійності залежності  $v_{\theta} = f(r)$  дає можливість розрахувати швидкість зсуву тангенціальної течії із застосуванням простого співвідношення:

$$\dot{\gamma}_{r\theta} = \frac{v_{\theta}(R_2) - v_{\theta}(R_1)}{h_r} = -\frac{\omega_0 R_1^2}{h_r} = \text{const}.$$
 (16)

У разі застосування рівняння (16) для наближеної оцінки усередненої по ширині зазору швидкості зсуву колової течії похибка не перевищує 5 %.

На відміну від швидкості зсуву подовжньої течії, швидкість зсуву колової течії  $\dot{\gamma}_{\psi\theta} \equiv \dot{\gamma}_{r\theta}$ не залежить від температури і тому є постійною по довжині зазору.

Розподіл відцентрового тиску в радіальному напрямку. Розподіл відцентрового тиску колової течії в радіальному напрямі описано рівнянням (14, *a*). Підставляючи в (14, *a*) значення  $v_{\theta}(r)$  з рівняння (15), запишемо:

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

$$\frac{\partial p_{\omega}}{\partial r} = \rho \cdot \left(\frac{\omega_0 \cdot R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}\right)^2 \frac{\left(R_2^2 - r^2\right)^2}{r^3}.$$
 (17)

Після інтегрування рівняння (17) від  $R_1$  до *r* знаходимо розподіл відцентрового тиску по ширині кільцевого зазору  $p_{\omega} = f(r)$ .

Аналіз показав, що відносна різниця відхилення значень  $p_{\omega}$  на поверхні внутрішнього й зовнішнього циліндрів ( $\left[p_{\omega}(R_1) - p_{\omega}(R_2)\right]/p_{\omega}(R_1)$ ) становить менше 4 %. Оскільки функція  $p_{\omega} = f(r)$  монотонна, можна взяти, що величина відцентрового тиску в середині зазору  $p_{\omega}(r) \cong p_r(R_1) = \rho \cdot \omega_0^2 R_1^2/2 = \text{const}$ .

Визначення ефективної в'язкості розплаву. Під час моделювання складних течій, у яких наявні декілька компонентів швидкостей зсуву, використовують узагальнений степеневий закон, відповідно до якого ефективну в'язкість рідини в середині каналу визначають із рівняння:

$$\mu_{ef}\left(z,r,\theta\right) = K_T \cdot \left(\Phi_v\right)^{(n-1)/2},\qquad(18)$$

де  $\Phi_{\rm v}$  – дисипативна функція, яка є квадратичним тензором швидкостей деформацій [2, 6, 8]. У цій задачі, за наявності двох складових швидкостей зсуву –  $\dot{\gamma}_{\psi z}$  та  $\gamma_{\psi \theta}$ , дисипативну функцію записуємо у вигляді:  $\Phi_{\rm v} = (\dot{\gamma}_{\psi z})^2 + (\gamma_{\psi \theta})^2$ . Підставляючи в цю формулу значення швидкостей зсуву  $\dot{\gamma}_{\psi z}$  та  $\gamma_{\psi \theta}$  з рівнянь (7) і (16), запишемо:

$$\Phi_{\rm V} = \left( \left| \frac{1}{K_T} \frac{dp}{dz} \cdot \left( \psi - \frac{h}{2} \right) \right|^{\frac{1}{n}} \right)^2 + \left( -\frac{\omega_0 R_1^2}{h_r} \right)^2.$$
(19)

Підставляючи це значення функції  $\Phi_v$ в рівняння (18), отримаємо рівняння для розрахунку ефективної в'язкості рідини в локальній точці кільцевого каналу, яке після очевидних перетворень можна звести до вигляду:

$$\mu_{ef}\left(\psi\right) = K_T \cdot \left\{ \left[ \left(\frac{1}{K_T} \frac{dp}{dz} \cdot \left(\psi - \frac{h}{2}\right) \right)^2 \right]^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{\omega_0 R_1^2}{h_r}\right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} . (20)$$

Як показав аналіз, під час розрахунку дисипативної функції цій задачі внеском складової швидкості зсуву подовжньої течії  $\dot{\gamma}_{\psi z}$  можна знехтувати порівняно зі швидкістю зсуву колової течії  $\gamma_{\psi a}$  – з точністю до 0,04 %.

Тому під час розрахунку дисипативної функції та ефективної в'язкості доцільно без порушення точності використовувати відповідно такі спрощені рівняння:

$$\Phi_{\nu} = \left(\dot{\gamma}_{\psi\theta}\right)^2 = \left(\omega_0 R_1^2 / h_r\right)^2; \qquad (21)$$

$$\mu_{ef}\left(\psi\right) = K_T \cdot \left(\omega_0 R_1^2 / h_r\right)^{n-1}.$$
 (22)

Очевидно, що за введених припущень ефективна в'язкість розплаву в ізотермічному й неізотермічному процесах є постійною по ширині зазору.

Розрахунок напружень зсуву аксіального та тангенціального руху рідини в кільцевому зазорі. Величину напруження зсуву для подовжньої течії визначають із рівняння  $\tau_{\psi z} = -\mu_{ef} \cdot \dot{\gamma}_{\psi z}$ , а для колової течії – із рівняння  $\tau_{\psi \theta} = -\mu_{ef} \cdot \dot{\gamma}_{\psi \theta}$ . Підставляючи в ці рівняння відповідно значення  $\dot{\gamma}_{\psi z}$  із рівняння (7), значення  $\dot{\gamma}_{\psi \theta}$  із рівняння (22), знаходимо кожну зі складових напруження зсуву.

Розрахунок зміни температури розплаву по довжині кільцевого зазору. Наведені вище рівняння описують гідродинаміку та реологічні характеристики стаціонарної ізотермічної течії псевдопластичної неньютонівської рідини у вузьких кільцевих каналах. Для описання течії високов'язкого розплаву полімеру через вузькі канали слід враховувати неізотермічність процесу. Це замовлено високою інтенсивністю теплоти дисипації, яку визначають, насамперед за складовою швидкості обертання циліндра, а також за теплообміном розплаву з нагрітими або охолодженими стінками каналу [1, 2, 8, 9, 11]. З урахуванням цих факторів рівняння теплопровідності зводимо до вигляду:

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

<sup>©</sup> В. В. Новодворський, Г. К. Іваницький, 2023

$$\rho c_p v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + q_{dis}, \qquad (23)$$

де  $\rho$ ,  $c_p$  і  $\lambda$  – це густина, питома теплоємність і теплопровідність розплаву відповідно;  $q_{dis}$  – потужність дисипації, яку визначають як  $q_{dis} = \mu_{ef} \cdot \Phi_v$ , а  $\Phi_v$  та  $\mu_{ef}$  визначають із рівнянь (21) і (22) відповідно.

Рівняння теплопровідності (23) є диференціальним рівнянням другого порядку з двома змінними. Точне розв'язання такого рівняння із заданими граничними умовами потребує застосування складних чисельних методів, що суттєво ускладнює задачу.

Перший член у правій частині рівняння (23) визначає кількість теплоти, що передається шляхом теплопровідності в радіальному напрямі за рахунок теплообміну розплаву з нагрітими чи охолодженими стінками каналу [8, 9, 11]. Деякі автори для описання процесів в екструдері спрощують задачу, припускаючи, що теплообмін між розплавом та стінками каналу відбувається за рахунок кондуктивного переносу тепла [6, 11]. Тоді рівняння теплопровідності з урахуванням теплоти дисипації можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial z} = \frac{\alpha \cdot S\left(\overline{T} - T_w\right)}{\rho c_p v_z} + \frac{\mu_{ef} \cdot \Phi_v}{\rho c_p v_z}, \qquad (24)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі,  $\overline{T}$  – температура розплаву, усереднена по ширині зазору;  $T_w$  – температура стінки каналу.

Аналіз показав, що за цією задачею кількість теплоти, яку втрачає чи набуває розплав за одиницю часу завдяки його теплообміну зі стінками каналу, значно менша за кількість теплоти дисипації, що надходить до каналу за цей час.

Тому рівняння теплопровідності, яке описує зміну температури розплаву по довжині каналу в ізотермічному процесі, зводимо до вигляду:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial z} = \frac{K_T}{\rho c_p v_z} \left(\frac{\omega_0 R_1^2}{h_r}\right)^{1+n}.$$
 (25)

Залежності  $K_T = f(T)$  і  $n_T = f(T)$  для розплаву полімеру визначаємо відповідно за формулами:

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

$$K_T(T) = K_{st} \exp\left[-\beta \cdot \left(T - T_{st}\right)\right]; \qquad (26)$$

$$n(T) = n_{st} + \alpha_n \cdot (T - T_{st}), \qquad (27)$$

де  $T_{st}$  – задана стандартна температура;  $K_{st}$ і  $n_{st}$  – значення коефіцієнта консистенції  $K_T$ і показника степеня n за  $T = T_{st}$ , які для цього виду полімеру визначають із таблиць та довідників;  $\beta$  і  $\alpha_n$  – температурні коефіцієнти, які визначають з експериментального дослідження реології розплаву цього полімеру або з довідників.

### Результати

На рисунках наведено результати розрахунку: розподіл швидкостей тангенціальних (рис. 2), подовжніх (рис. 3), розподіл швидкостей зсуву тангенціальних (рис. 4) і подовжніх (рис. 5), а також розподіл тиску та усередненої по ширині зазору температури розплаву полімеру по довжині кільцевого каналу (рис. 6).





# Fig. 2. Distribution of the tangential velocity of the melt flow along the width of the annular channel

На основі створеної моделі проведено розрахунки гідродинамічних та термічних процесів для течії неньютонівської рідини в прямому кільцевому каналі в неізотермічному режимі. Описано в аналітичній формі процедуру розрахунку швидкості і швидкості зсуву подовжньої і тангенціальної течії розплаву, ефективної в'язкості розплаву та розрахунок зміни температури розплаву по довжині кільцевого зазору.

Наука та прогрес транспорту, 2023, № 1 (101)

#### МАШИНОБУДУВАННЯ





Fig. 3. Distribution of the longitudinal melt flow velocity over the width of the annular channel





# Fig. 4. Distribution of tangential shear rates in the first channel

Порівняно з черв'ячними екструдерами, робочий орган дискового екструдера має великий діаметр, тому в першій підзоні розплав рухається з максимальною тангенціальною і мінімальною поздовжньою швидкостями, і вони є незмінними вздовж каналу. Із рис. 4–5 видно, що вплив подовжньої складової швидкості зсуву настільки малий, порівняно з тангенціальною, що її можна не враховувати.

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982



Рис. 5. Розподіл подовжніх швидкостей зсуву в першому каналі

# Fig. 5. Distribution of longitudinal shear rates in the first channel

У циліндричному кільцевому каналі дискового екструдера є можливість регулювати деформацію зсуву завдяки зміні швидкості обертання диска, змінюючи тангенціальну складову швидкості течії розплаву на 20 % (рис. 2–3).





Fig. 6. Distribution of pressure (1) and polymer melt temperature (2) averaged over the gap width along the length of the annular channel

Площа прохідних перерізів уздовж другого й третього каналів зменшується, тому поздовжня швидкість розплаву збільшується. А оскільки в цих каналах є можливість зменшувати величину зазору, значення поздовжніх і тангенціальних швидкостей зсуву в них можуть бути більші ніж у циліндричному кільцевому каналі.

<sup>©</sup> В. В. Новодворський, Г. К. Іваницький, 2023

# Наукова новизна та практична значимість

Виконано моделювання стаціонарної течії ПЕВТ марки 15803–020 у прямому кільцевому каналі в неізотермічному режимі та наведено процедуру розрахунку в аналітичному вигляді залежностей, які описують процес гомогенізації в каналі. Створено загальну процедуру подальших розрахунків для інших каналів зони гомогенізації.

### Висновки

Створено математичну модель неізотермічної течії в'язкої неньютонівської рідини в прямому кільцевому каналі дискового екструдера. Проаналізовано головні фактори, які впливають на характер течії в'язких полімерних розплавів в кільцевих каналах екструдера з урахуванням сукупного аксіального та тангенціального руху та неізотермічності процесу. Представлено загальну процедуру виконання розрахунків течії неньютонівських рідин в кільцевих каналах та дисковому зазорі екструдера. Представлено результати обчислюваного експерименту, проведеного на основі створеної моделі, по розрахунку розподілу тиску та температури розплаву по довжині каналі, а також розподілу швидкостей та швидкостей зсуву подовжньої і тангенціальної течії по ширині зазору кільцевого каналу.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1. Кузяєв І. М. Моделювання неізотермічних процесів в робочому об'ємі черв'ячних насосів для аномально в'язких рідин. *Вопросы химии и химической технологии*. 2002. № 2. С. 107–112.
- 2. Мікульонок І. О., Радченко Л. Б. Моделювання дискових екструдерів для перероблення полімерних матеріалів. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 103 с.
- 3. Новодворський В. В., Швед М. П. Процес гомогенізації розплаву в дисковому екструдері з дозованим живленням. *Наука та прогрес транспорту*. 2022. № 3-4 (99-100). С. 48–54. DOI: https://doi.org/10.15802/stp2022/275702
- Abeykoon C., Martin P. J., Kelley A. L., Li K., Brown E. C., Coates P. D. Investigation of the Temperature Homogeneity of Die Melt Flows in Polymer Extrusion. *Polymer Engineering and Science*. 2014. Vol. 54. Iss. 10. P. 2430–2440. DOI: https://doi.org/10.1002/pen.23784
- Abeykoon C., Kelly A. L., Martin P. J., Li K. Dynamic modelling of die melt temperature profile in polymer extrusion. *52nd IEEE Conference on Decision and Control* (Firenze, 10–13 Dec. 2013). Firenze, 2013. P. 2550–2555. DOI: https://doi.org/10.1109/cdc.2013.6760264
- Bird R. B., Stewart W. E. Lightfoot E. N. *Transport Phenomena*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1960. 780 p.
- Jian R., Shi Z., Liu, H., Yang W., Sain M. Enhancing Mixing and Thermal Management of Recycled Carbon Composite Systems by Torsion-Induced Phase-to-Phase Thermal and Molecular Mobility. *Polymers*. 2020. Vol. 12. Iss. 4. P. 1–14. DOI: https://doi.org/10.3390/polym12040771
- Fénot M., Bertin Y., Dorignac E., Lalizel G. A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or without axial flow. *International journal of thermal sciences*. 2011. Vol. 50. Iss. 7. P. 1138–1155. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.02.013
- 9. Piton M., Huchet F., Cazacliu B., Le Corre O. Heat Transport in Rotating Annular Duct: A Short Review. *Energies*. 2022. Vol. 15. Iss. 22. P. 1–16. DOI: https://doi.org/10.3390/en15228633
- 10. Rauwendaal C. Estimating fully developed melt temperature in extrusion. *Conference Proceedings*, 58 th SPE ANTEC. 2000. P. 307–311.
- 11. Rauwendaal C., Ponzielli G. *Temperature development in screw extruders*. URL: https://www.academia.edu/38703880/TEMPERATURE\_DEVELOPMENT\_IN\_SCREW\_EXTRUDERS
- 12. Wood A. K., Cleveleys T. Determination of melt temperature and velocity profiles in flowing polymer melts. *Proc. 8th Brazilian Congr. Polym* 2005. P. 1378–1381.

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

### V. V. NOVODVORSKYI<sup>1\*</sup>, G. K. IVANITSKY<sup>2</sup>

<sup>1\*</sup>Department of Chemical Engineering and Oil Refining Industry, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Beresteiskyi Av., 37, Kyiv, Ukraine, 03056, tel.+38 (096) 040 46 59,

e-mail novodvorskiyvolodymyr@gmail.com, ORCID 0000-0002-2895-4506

<sup>2</sup>Department of Chemical Engineering and Oil Refining Industry, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Beresteiskyi Av., 37, Kyiv, Ukraine, 03056, tel. +38 (067) 145 61 35, e-mail gergey4@gmail.com, ORCID 0000-0002-0486-2359

### Modeling of Polymer Melt Flow in the Annular Channel of a Disk Extruder

Purpose. Polymer products are used in industry due to their performance properties. The homogeneity of the melt is essential for the quality of the final product. Uniform distribution of components and properties ensures homogeneity of the product's physical and mechanical characteristics. Insufficient homogeneity can lead to defects in the product. The homogenization zone plays an important role in ensuring a homogeneous melt. In a disc extruder, the homogenization zone consists of four consecutive channels. In order to describe the flow for the entire homogenization zone, it is necessary to model the first channel first. Therefore, the main purpose of this work is to model hydrodynamic and thermal processes during the flow of a non-Newtonian fluid in a straight annular channel in a non-isothermal regime, as well as to create a general procedure for further calculations for other channels. Methodology. The analysis of publications was carried out. The procedure for calculating the velocity and shear rate of the longitudinal and tangential melt flow, the effective melt viscosity, and the calculation of the melt temperature change along the length of the annular gap in an analytical form was developed. Findings. In accordance with the developed procedure, the values of tangential and longitudinal velocities and shear rates were calculated. The graphical dependences of the distribution of tangential and longitudinal velocities and shear velocities of the melt flow along the width of the annular channel, the distribution of pressure and the temperature of the polymer melt averaged over the width of the gap along the length of the annular channel are presented. **Originality**. In this work, a stationary flow in a straight annular channel was modeled for LDPE of the 15803-020 grade in a non-isothermal regime. A general procedure for further calculations for other channels of the homogenization zone has been developed. Practical value. The given calculation procedure can be applied to the following channels of the homogenization zone, which allows describing the melt flow for the entire homogenization zone.

Keywords: extrusion; melt quality; temperature homogeneity; homogenization; disk extruder

### REFERENCES

- 1. Kuzyayev, I. M. (2002). Modeljuvannja neizotermichnykh procesiv v robochomu ob'jemi cherv'jachnykh nasosiv dlja anomaljno v'jazkykh ridyn. *Issues of Chemistry and Chemical Technology*, 107-112. (in Ukrainian)
- 2. Mikuljonok, I. O., & Radchenko, L. B. (2015). *Modeljuvannja dyskovykh ekstruderiv dlja pereroblennja polimernykh materialiv.* Kyiv: NTUU «KPI». (in Ukrainian)
- Novodvorskyi, V. V., & Shved, N. P. (2022). The Process of Melt Homogenization in a Metered-Discharge Disk Extruder. *Science and Transport Progress*, 3-4(99-100), 48-54. DOI: https://doi.org/10.15802/stp2022/275702 (in Ukrainian)
- Abeykoon, C., Martin, P. J., Kelley, A. L., Li, K., Brown, E. C., & Coates, P. D. (2014). Investigation of the Temperature Homogeneity of Die Melt Flows in Polymer Extrusion. *Polymer Engineering and Science*, 54(10), 2430-2440. DOI: https://doi.org/10.1002/pen.23784 (in English)
- Abeykoon, C., Kelly, A. L., Martin, P. J., & Kang Li. (2013, December). Dynamic modelling of die melt temperature profile in polymer extrusion. In *52nd IEEE Conference on Decision and Control* (pp. 2550-2555). DOI: https://doi.org/10.1109/cdc.2013.6760264 (in English)
- 6. Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (1960). *Transport Phenomena*. John Wiley and Sons, Inc., New York. (in English)
- Jian R., Shi Z., Liu H., Yang W., Sain M. (2020). Enhancing Mixing and Thermal Management of Recycled Carbon Composite Systems by Torsion-Induced Phase-to-Phase Thermal and Molecular Mobility. *Polymers*, 12(4), 1-14. DOI: https://doi.org/10.3390/polym12040771 (in English)

Creative Commons Attribution 4.0 International doi: https://doi.org/10.15802/stp2023/282982

- Fénot, M., Bertin, Y., Dorignac, E., & Lalizel, G. (2011). A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or without axial flow. *International Journal of Thermal Sciences*, 50(7), 1138-1155. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.02.013 (in English)
- 9. Piton, M., Huchet, F., Cazacliu, B., & Le Corre, O. (2022). Heat Transport in Rotating Annular Duct: A Short Review. *Energies*, *15*(22), 86331-16. DOI: https://doi.org/10.3390/en15228633 (in English)
- 10. Rauwendaal, C. (2000). Estimating fully developed melt temperature in extrusion. In *Conference Proceedings*, 58 th SPE ANTEC (pp. 307-311). (in English)
- 11. Rauwendaal, C., & Ponzielli, G. *Temperature development in screw extruders*. Retrieved from https://www.academia.edu/38703880/TEMPERATURE\_DEVELOPMENT\_IN\_SCREW\_EXTRUDERS (in English)
- 12. Wood, A. K., & Cleveleys, T. (2005). Determination of melt temperature and velocity profiles in flowing polymer melts. *Proc. 8th Brazilian Congr. Polym*, 1378-1381. (in English)

Надійшла до редколегії: 14.11.2022 Прийнята до друку: 13.03.2023