

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

УДК 504.5:[628.3:519.87]

М. М. БІЛЯЄВ^{1*}, М. В. ЛЕМЕШ², О. Ю. ГУНЬКО³, В. О. ЗАДОЯ⁴, П. Б. МАШИХІНА⁵,
З. М. ЯКУБОВСЬКА⁶

^{1*}Каф. «Гідравліка та водопостачання», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

²Каф. «Гідравліка та водопостачання», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1230-8040

³Каф. «Гідравліка та водопостачання», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0001-9257-763X

⁴Каф. «Економіка та менеджмент», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (096) 469 60 09, ел. пошта v.a.zadoya@gmail.com, ORCID 0000-0001-9408-4978

⁵Каф. «Гідравліка та водопостачання», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0003-3057-9204

⁶Каф. «Енергетики», Український державний хіміко-технологічний університет, пр. Гагаріна, 8, Дніпро, Україна, 49000, тел. +38 (056) 753 56 38, ел. пошта zinaidaya25@gmail.com, ORCID 0000-0002-9893-3479

3D-МОДЕЛЮВАННЯ БІОЛОГІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ СТІЧНИХ ВОД В АЕРОТЕНКУ

Мета. Основною метою статті є розробка тривимірної CFD-моделі для моделювання процесу біологічного очищення стічних вод в аеротенку. **Методика.** Для математичного моделювання процесу біологічного очищення стічних вод у реакторі, з урахуванням гідродинаміки потоку, геометричної форми аеротенка, конвективно-дифузійного переносу субстрату та активного мулу, побудовано тривимірну CFD-модель. В основу моделі покладено тривимірне рівняння руху ідеальної рідини та рівняння збереження маси для субстрату й активного мулу. Поле швидкості потоку стічних вод в аеротенку розраховано на базі рівняння для потенціалу швидкості. Процес біологічного перетворення субстрату розраховано на базі моделі Monod. Для чисельного інтегрування рівнянь конвективно-дифузійного переносу активного мулу та субстрату використано схему розщеплення. Розщеплення здійснено так, щоб на кожному кроці враховувався перенос субстрату (активного мулу) лише в одному напрямку. Розрахунок невідомої величини концентрації субстрату (активного мулу) виконано за явною схемою. Під час чисельного інтегрування тривимірної рівняння для потенціалу швидкості використано метод Річардсона, розрахунок невідомого значення потенціалу швидкості здійснено за явною формулою. Для чисельного інтегрування рівнянь, що описують процес трансформації субстрату та зміну концентрації активного мулу (модель Monod), використано метод Ейлера. **Результати.** Здійснено програмну реалізацію побудованої тривимірної CFD-моделі. Описано структуру розробленого пакету програм. Подано результати проведеного комп'ютерного експерименту з дослідження процесу очищення стічних вод в аеротенку з додатковими елементами. **Наукова новизна.** Розроблено нову багатофакторну тривимірну CFD-модель, що дозволяє швидко оцінити ефективність біологічного очищення стічних вод в аеротенку.

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

Практична значимість. Побудована CFD-модель може бути використана для аналізу ефективності роботи аеротенку за різних умов експлуатації та на етапі ескізного проектування систем очищення стічних вод.

Ключові слова: очищення води; біологічне очищення води; математичне моделювання; аеротенк; модель Monod

Вступ

Для визначення ефективності біологічного очищення води на стадії проектування аеротенків потрібно використовувати спеціальні математичні моделі [3, 4, 6]. У наш час для розв'язання цієї задачі найчастіше використовують балансові, емпіричні та аналітичні моделі [1–5, 7–17]. Але в деяких випадках ці моделі не можуть забезпечити надійний результат, оскільки не враховують у першу чергу геометричну форму реактора та процес гідродинаміки, а також ряд інших параметрів. У зв'язку з цим актуальною проблемою є розробка математичних моделей, що дозволяють теоретично досліджувати процес біологічного очищення стічних вод в аеротенках з урахуванням найбільш важливих факторів [1, 2, 6–10].

Мета

Основною метою нашої роботи є розробка тривимірної CFD-моделі процесу біологічного очищення стічних вод в аеротенках. Модель повинна здійснювати розрахунок у режимі реального часу. Крім цього, модель має бути прийнятна для реалізації на комп'ютерах малої та середньої потужності.

Методика

Для моделювання біологічного очищення стічних вод в аеротенку використовують такі рівняння:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} + \frac{\partial vS}{\partial y} + \frac{\partial wS}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_z \frac{\partial S}{\partial z} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial uX}{\partial x} + \frac{\partial vX}{\partial y} + \frac{\partial wX}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial X}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial X}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_z \frac{\partial X}{\partial z} \right); \quad (2)$$

$$\frac{dX}{dt} = \mu X - K_d X; \quad (3)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{Y} X, \quad (4)$$

$$\mu = \mu_{\max} \cdot \frac{S}{S + K_s},$$

де K_d – коефіцієнт вимирання активного мулу; t – час; $X(x, y, z, t)$ – концентрація активного мулу в біореакторі; $S(x, y, z, t)$ – концентрація субстрату в біореакторі; $\mu_{x,y,z}(t)$ – емпіричний параметр; μ_{\max} – параметр в моделі Моно; Y – емпіричний параметр; K_s – параметр в моделі Моно; $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ – компоненти швидкості водного потоку в біореакторі, в напрямку осей x , y , z відповідно; μ_x, μ_y, μ_z – коефіцієнти дифузії відповідно в напрямку x, y, z ; t – час.

Відзначимо, що коефіцієнти дифузії μ_x, μ_y, μ_z – це різні величини, але в науковій літературі існує суттєвий дефіцит даних щодо їх значень. Тому на практиці розрахунки здійснюють за умови $\mu_x = \mu_y = \mu_z$. Визначення цих параметрів експериментальним шляхом – є досить складною задачею.

Для практичного використання рівнянь моделі (1) – (4) необхідно розрахувати нерівномірне поле швидкості потоку в реакторі, тобто визначити параметри $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$, під дією цих параметрів має місце конвективний перенос субстрату та активного мулу в біореакторі. Для розрахунку нерівномірного поля швидкості потоку в біореакторі використовуємо 3D-рівняння для потенціалу швидкості:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0; \quad (5)$$

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial P}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (6)$$

Граничні умови для моделювальних рівнянь такі:

– на поверхнях споруди, твердих стінках, верхній поверхні: $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial S}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial X}{\partial n} = 0$, де n

– одиничний вектор зовнішньої нормалі до поверхні;

– на вхідній границі: $\frac{\partial P}{\partial n} = V_n$, $S = S_{in}$, $X = X_{in}$, де V_n – швидкість течії; S_{in} , X_{in} – відома концентрація;

– на границі витoku зі споруди: $P = P_0 + const$, $\frac{\partial S}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial X}{\partial n} = 0$.

CFD-модель. Метод розв'язання рівнянь масопереносу із системи (1) – (2) розглянемо на прикладі лише для рівняння переносу субстрату. Рівняння для переносу активного мулу має схожий вигляд. Тривимірне рівняння для переносу субстрату із системи (1) розщепляємо на систему одновимірних рівнянь таким чином:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial S}{\partial x} \right); \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial vS}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial S}{\partial y} \right); \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial wS}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_z \frac{\partial S}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Рівняння із системи (7) описують процес переносу субстрату в напрямках осей x , y , z .

Різницеві рівняння, що дають можливість розв'язати систему рівнянь (7), такі:

– крок № 1 для першого рівняння:

$$\begin{aligned} S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= S_{i,j,k}^n - \Delta t \frac{u_{i+1,j,k}^+ S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j,k}^+ S_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \\ &+ \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} + \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^n + S_{i+1,j,k}^n}{\Delta x^2}; \end{aligned} \quad (8)$$

– крок № 2 для першого рівняння:

$$\begin{aligned} S_{i,j,k}^{n+1} &= S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta t \frac{u_{i+1,j,k}^- S_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^- S_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x} + \\ &+ \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} + \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+1} + S_{i+1,j,k}^{n+1}}{\Delta x^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{де } u^+ = \frac{u + |u|}{2}; \quad u^- = \frac{u - |u|}{2};$$

– крок № 1 для другого рівняння:

$$\begin{aligned} S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= S_{i,j,k}^n - \Delta t \frac{v_{i,j+1,k}^+ S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - v_{i,j,k}^+ S_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \\ &+ \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} + \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^n + S_{i+1,j,k}^n}{\Delta y^2}; \end{aligned} \quad (10)$$

– крок № 2 для другого рівняння:

$$\begin{aligned} S_{i,j,k}^{n+1} &= S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta t \frac{v_{i,j+1,k}^- S_{i,j,k}^{n+1} - v_{i,j,k}^- S_{i,j-1,k}^{n+1}}{\Delta y} + \\ &+ \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} + \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{де } v^+ = \frac{v + |v|}{2}; \quad v^- = \frac{v - |v|}{2};$$

– крок № 1 для третього рівняння:

$$\begin{aligned} S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= S_{i,j,k}^n - \Delta t \frac{w_{i,j,k+1}^+ S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - w_{i,j,k}^+ S_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \\ &+ \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z^2} + \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^n + S_{i,j,k+1}^n}{\Delta z^2}; \end{aligned} \quad (12)$$

– крок № 2 для третього рівняння:

$$\begin{aligned} S_{i,j,k}^{n+1} &= S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta t \frac{w_{i,j,k+1}^- S_{i,j,k+1}^{n+1} - w_{i,j,k}^- S_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z} + \\ &+ \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z^2} + \Delta t \mu \frac{-S_{i,j,k}^{n+1} + S_{i,j,k+1}^{n+1}}{\Delta z^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

where $w^- = \frac{w-|w|}{2}$; $w^+ = \frac{w+|w|}{2}$.

За аналогічною скінченно-різницевою схемою розв'язуємо рівняння переносу активного мулу із системи (2). Після розв'язання рівнянь переносу для X та S , для кожної різничевої комірки, розв'язуємо рівняння (3) – (4) за допомогою методу Ейлера. Тобто визначаємо нові значення концентрації субстрату та активного мулу внаслідок їх біологічної взаємодії. Різницеві вирази мають вигляд:

$$S_{i,j,k}^{n+1} = S_{i,j,k}^n - dt \cdot \frac{\mu_{i,j,k}^n X_{i,j,k}^n}{Y};$$

$$X_{i,j,k}^{n+1} = X_{i,j,k}^n - dt \cdot \mu_{i,j,k}^n X_{i,j,k}^n - K_d X_{i,j,k}^n;$$

$$\mu_{i,j,k}^n = \mu_{\max} \cdot \frac{S_{i,j,k}^n}{S_{i,j,k}^n + K_s}.$$

Далі, на новому часовому кроці, повторюємо розрахунок зміни концентрації субстрату та активного мулу в кожній різничевої комірки внаслідок їх руху, дифузії та біологічної взаємодії.

Для побудови локальної одновимірної схеми розв'язання рівняння (5) здійсимо такі перетворення. По-перше, представимо це рівняння у вигляді:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}, \quad (14)$$

де t – фіктивний час.

Далі рівняння (14) розщепимо так:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}; \quad (16)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}. \quad (17)$$

Розрахункові залежності (метод Річардсона) для визначення невідомого значення P на базі рівняння (15) мають вигляд:

$$P_{i,j,k}^{n+1} = P_{i,j,k}^n + \Delta t \frac{P_{i+1,j,k}^n - P_{i,j,k}^n}{\Delta x^2} + \Delta t \frac{-P_{i,j,k}^n + P_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2}. \quad (18)$$

Розрахункові залежності для визначення невідомого значення P на базі рівняння (16) мають вигляд:

$$P_{i,j,k}^{n+1} = P_{i,j,k}^n + \Delta t \frac{P_{i,j+1,k}^n - P_{i,j,k}^n}{\Delta y^2} + \Delta t \frac{-P_{i,j,k}^n + P_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2}. \quad (19)$$

Розрахункові залежності для визначення невідомого значення P на базі рівняння (17) мають вигляд:

$$P_{i,j,k}^{n+1} = P_{i,j,k}^n + \Delta t \frac{P_{i,j,k+1}^n - P_{i,j,k}^n}{\Delta z^2} + \Delta t \frac{-P_{i,j,k}^n + P_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2}. \quad (20)$$

Розрахунок за цими залежностями закінчується, коли виконується умова:

$$|P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^n| \leq \varepsilon, \quad (21)$$

де ε – мале число; n – номер ітерації.

На наступному етапі визначаємо швидкість течії:

$$u = \frac{P_{i+1,j,k} - P_{i,j,k}}{\Delta x}, \quad v = \frac{P_{i,j+1,k} - P_{i,j,k}}{\Delta y},$$

$$w = \frac{P_{i,j,k+1} - P_{i,j,k}}{\Delta z}.$$

Для кодування різницевих рівнянь використано FORTRAN. Створено код «BIO-3K». Для його використання потрібно задати такі вхідні дані:

– концентрацію субстрату, що потрапляє в біореактор, та її зміну з часом;

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

- концентрацію та витрату активного мулу, що потрапляє в біореактор, та її зміну з часом;
- розміри біореактора, його геометричну форму;
- значення параметрів моделі Monod;
- витрату стічних вод;
- значення коефіцієнтів дифузії.

До коду «BIO–3K» входять такі підпрограми:

«SLE3» – розрахунок потенціалу швидкості в біореакторі;

«SLE3» – розрахунок поля швидкості в біореакторі;

«SLM33» – розрахунок поля концентрації субстрату в біореакторі та його зміна з часом;

«SLM33» – розрахунок поля концентрації активного мулу в біореакторі та його зміна з часом;

«SLM33» – розрахунок зміни концентрації субстрату та активного мулу в біореакторі згідно із залежностями моделі Monod;

«SLEM5» – друк результатів моделювання.

Результатом роботи цього коду є поля концентрації субстрату й активного мулу в біореакторі та зміна цих полів із часом.

Результати

Нижче наведено результати розв’язання задачі з оцінки ефективності роботи біологічного реактора з очищення стічних вод на базі розробленої тривимірної CFD-моделі. Розрахунки виконано за таких вхідних даних:

$S_{in} = 140 \text{ мг/л}$ – концентрація субстрату (БПК_{пов}), що потрапляє в споруду;
розміри біореактору $15 \text{ м} \times 4 \text{ м} \times 4 \text{ м}$;

$Q_s(t) = 1353 \text{ м}^3/\text{доб}$ – витрата стічних вод;

$\mu_x = \mu_y = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{доб}$;

$X_{in} = 200 \text{ мг/л}$ – концентрація активного мулу, що потрапляє в реактор;

$\mu_{\max} = 1,04$;

$K_s = 100 \text{ мг/л}$;

$K_d = 0,055 \text{ 1/доб}$ – коефіцієнт, що враховує загибель мікроорганізмів;

$Y = 0,55$.

Початкова умова: $S_{in} = 140 \text{ мг/л}$,

$X_{in} = 200 \text{ мг/л}$ – концентрація субстрату та активного мулу в реакторі для моменту часу $t = 0$.

Розглянуто такі сценарії:

– сценарій № 1: реактор працює без додаткових елементів усередині споруди;

– сценарій № 2: усередині споруди реактора є дві суцільні пластини (розрахункова область – багатозв’язна);

– сценарій № 3: у реакторі є три пластини, але вони мають розрив.

Початкова умова: $S_{in} = 360 \text{ мг/л}$,

$X_{in} = 200 \text{ мг/л}$. Досліджуємо процес деструкції субстрату в реакторі з часом згідно з моделлю Monod та з урахуванням масопереносу.

Слід зазначити, що розрахунок просторової течії в багатозв’язних областях належить до надскладних задач гідродинаміки.

Оцінку ефективності роботи біореактора визначаємо за величиною концентрації субстрату на виході з реактора. На рис. 1–6 показано розподіл концентрації субстрату в біореакторі для всіх сценаріїв, де кожне число вказує на концентрацію у відсотках від максимальної концентрації в розрахунковій області (час, що вказаний на рисунках – безрозмірний). Числу 99 відповідає максимальне значення концентрації у відсотках. Друк цих значень здійснено в форматі «INTEGER», тобто друкується тільки ціле значення дійсного числа. Наприклад, якщо в деякій точці реактора концентрація дорівнює 61,95 %, то друкується число 61. Оскільки розв’язується тривимірна задача, то концентрація показана в різних перерізах біореактора, час – безрозмірний.

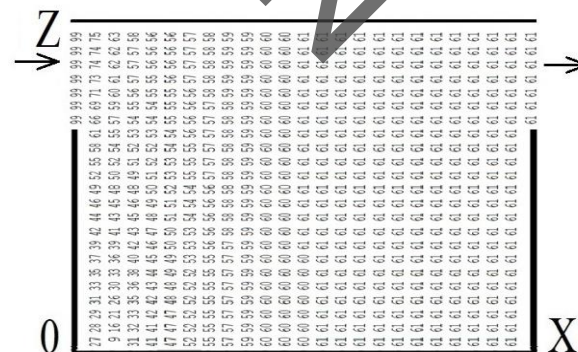


Рис. 1. Розподіл концентрації субстрату в біореакторі, переріз $y = 2 \text{ м}$, $t = 0,24$ (сценарій № 1)

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

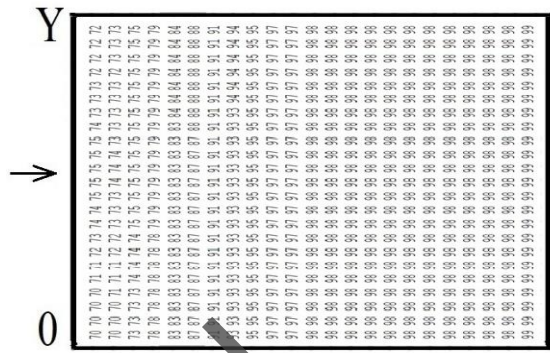


Рис. 2. Розподіл концентрації субстрату в біореакторі, переріз $z = 2$ м, $t = 0,24$ (сценарій № 1)

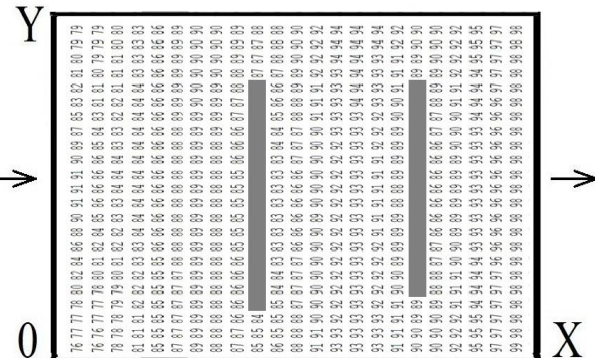


Рис. 5. Розподіл концентрації субстрату в біореакторі, переріз $z = 2$ м, $t = 0,40$ (сценарій № 2)

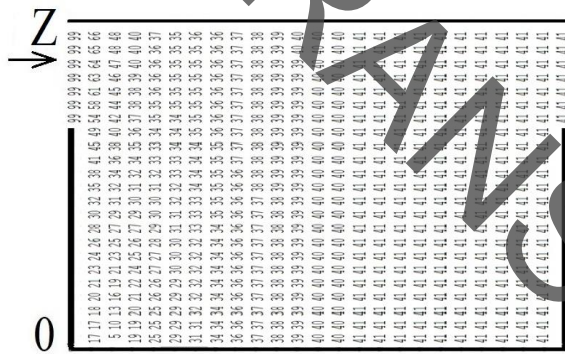


Рис. 3. Розподіл концентрації субстрату в біореакторі, переріз $y = 2$ м, $t = 0,40$ (сценарій № 1)

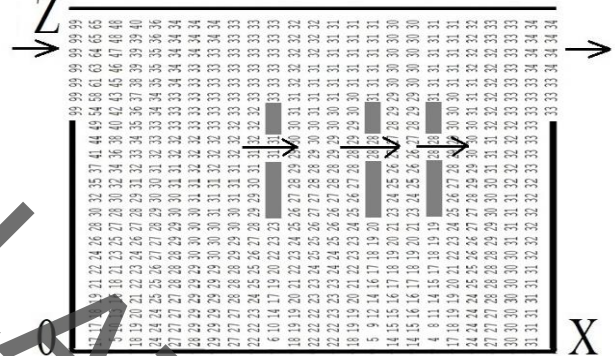


Рис. 6. Розподіл концентрації субстрату в біореакторі, переріз $y = 2$ м, $t = 0,40$ (сценарій № 3)

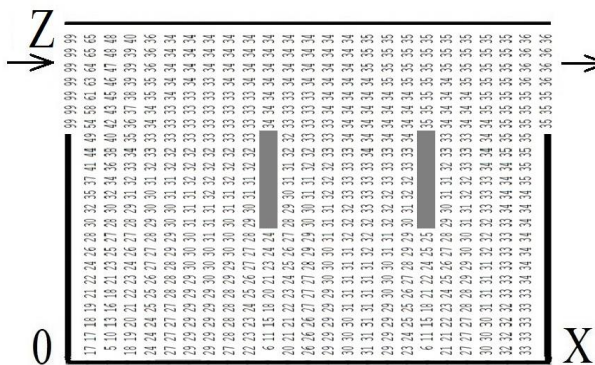


Рис. 4. Розподіл концентрації субстрату в біореакторі, переріз $y = 2$ м, $t = 0,40$ (сценарій № 2)

Із рисунків видно, що всередині реактора має місце суттєво нерівномірний розподіл концентрації субстрату, тобто процес біологічного очищення йде нерівномірно. Використання пластин змінює розподіл концентрації в споруді, що впливає на ефективність роботи реактора.

Для аналізу ефективності роботи реактора в табл. 1 наведена концентрація субстрату на виході для моменту часу $t = 0,40$.

Таблиця 1

Середня концентрація субстрату на виході з реактора

| Сценарій | № 1 | № 2 | № 3 |
|--------------|----------|----------|----------|
| Концентрація | 147 мг/л | 128 мг/л | 118 мг/л |

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

Аналіз даних із табл. 1 показує, що використання пластин дає можливість збільшити ефективність роботи біологічного реактора. Тобто ми маємо таким чином можливість керувати процесом очищення стічних вод у біореакторі.

Наукова новизна та практична значимість

Розроблено тривимірну CFD-модель для моделювання процесу біологічного очищення стічних вод в аеротенку. Для розрахунку поля швидкості потоку в аеротенку використано модель потенціального руху. Визначення процесу переносу субстрату та активного мулу здійснено на базі рівняння масопереносу. Для розрахунку процесу біологічного очищення використано модель Monod.

Побудована модель може бути використана на етапі ескізного проектування споруд для очищення стічних вод.

Висновки

У статті розглянута ефективна CFD-модель, що дозволяє оперативно розраховувати процес біологічного очищення стічних вод в аеротенку, зокрема за наявності в середині реактора додаткових пластин. Для розв'язання задачі використовують фундаментальні рівняння механіки суцільного середовища.

У подальшому планується розробка тривимірної CFD-моделі на базі рівнянь Нав'є–Стокса.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Беляев Н. Н., Нагорная Е. К. *Математическое моделирование массопереноса в отстойниках систем водоотведения* : монография. Днепропетровск : Новая идеология, 2012. 112 с.
2. Беляев Н. Н., Козачина В. А. *Математическое моделирование массопереноса в горизонтальных отстойниках* : монография. Днепропетровск : Акцент ПП, 2015. 115 с.
3. Василенко О. А., Грабовський П. О., Ларкіна І. М., Поліщук О. В., Прогульний В. Й. *Реконструкція і інтенсифікація споруд водопостачання та водовідведення* : навч. посіб. Київ : ІВНВКП «Укреліотек», 2010. 272 с.
4. Карелин Я. А., Жуков Д. Д., Журов В. Н., Репин Б. Н. *Очистка производственных стоковых вод в аеротенках*. Москва : Стройиздат, 1973. 223 с.
5. Ласков Ю. М., Воронов Ю. В., Калицун В. И. *Примеры расчетов канализационных сооружений*. Москва : Высшая школа, 1981. 237 с.
6. Олійник О. Я., Айрапетян Т. С. Моделювання очисних стічних вод від органічних забруднень в біореакторах-аеротенках зі зваженим (вільно плаваючим) і закріпленим біоценозом. *Доповідь НАН України*. 2015. № 5. С. 55–60. DOI: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055>
7. Alharbi A. O. M. The biological treatment of wastewater : mathematical models. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*. 2016. Vol. 94. Iss. 2. P. 347–348. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0004972716000411>
8. Amaral A., Gillot S., Garrido-Baserba M., Filali A., Karpinska A. M., Plósz B. G., ... Rosso D. Modelling gasliquid mass transfer in wastewater treatment : when current knowledge needs to encounter engineering practice and viceversa. *Water Science & Technology*. 2019. Vol. 80. Iss. 4. P. 607–619. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2019.253>
9. Babaei A., Azadi R., Jaafarzadeh N., Alavi N. Application and Kinetic Evaluation of upflow Anaerobic bio-film Reactor for Nitrogen Removal from Wastewater. *Iranian Journal of Environmental Health Science and Engineering*. 2013. Vol. 10. Iss. 1. P. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1186/1735-2746-10-20>
10. Bomba A., Klymiuk Y., Prysiazniuk I., Prysiazniuk O., Safonyk A. Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by through microporous filling. *AIP Conference Proceedings*. 2016. Vol. 1773. P. 040003-1–040003-11. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4964966>
11. Dapelo D., Bridgeman G. A CFD strategy to retrofit an anaerobic digester to improve mixing performance in wastewater treatment. *Water Science & Technology*. 2020. Vol. 81. Iss. 8. P. 1646–1657. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2020.086>

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

12. Gao H., Stenstrom M. K. Development and applications in CFD modeling for secondary settling tanks over the last three decades : A review. *Water Environment Research*. 2019. Vol. 92. Iss. 6. P. 796–820.
DOI: <https://doi.org/10.1002/wer.1279>
13. Gao H., Stenstrom M. K. Influence of Model Parameters and Inlet Turbulence Boundary Specification Methods in Secondary Settling Tanks : Computational Fluid Dynamics Study. *Journal of Environmental Engineering*. 2020. Vol. 146. Iss. 5. P. 04020028-1–04020028-12.
DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EE.1943-7870.0001689](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001689)
14. Gao H., Stenstrom M. K. Computational Fluid Dynamics Analysis for Improving Secondary Settling Tank Performance. *Conference : World Environmental and Water Resources Congress 2020*. 2020. P. 212–224.
DOI: <https://doi.org/10.1061/9780784482988.021>
15. Griborio A. *Secondary Clarifier Modeling : A Multi-Process Approach. Dissertation and Theses*. University of New Orleans : USA, 2004. 440 p.
16. Mocanu C. R., Mihallescu R. Numerical Simulation Wastewater Treatment Aeration Processes. *U. P. B. Sci. Bull., Series D*. 2012. Vol. 74. Iss. 2. P. 191–198.
17. Pereda M., Zamarrano J. M. Agent – based modeling of an activated sludge process in batch reactor. *19th Mediterranean Conference on Control and Automation Aquis*. 2011. P. 1128–1133.
DOI: <https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027>

Н. Н. БЕЛЯЕВ^{1*}, М. В. ЛЕМЕШ², Е. Ю. ГУНЬКО³, В. А. ЗАДОЯ⁴, П. Б. МАШИХИНА⁵,
З. Н. ЯКУБОВСКАЯ⁶

^{1*} Каф. «Гидравлика и водоснабжение», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

² Каф. «Гидравлика и водоснабжение», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1230-8040

³ Каф. «Гидравлика и водоснабжение», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0001-9257-765X

⁴ Каф. «Экономика и менеджмент», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (096) 469 60 09, ел. пошта v.a.zadoya@gmail.com, ORCID 0000-0001-9408-4978

⁵ Каф. «Гидравлика и водоснабжение», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0003-3057-9204

⁶ Каф. «Энергетики», Український державний хіміко-технологічний університет, пр. Гагаріна, 8, Дніпро, Україна, 49000, тел. +38 (056) 753 56 38, ел. пошта zinaidaya25@gmail.com, ORCID 0000-0002-9893-3479

3D-МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОЛОГИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД В АЭРОТЕНКЕ

Цель. Основной целью статьи является разработка трёхмерной CFD-модели для моделирования процесса биологической очистки сточных вод в аэротенке. **Методика.** Для математического моделирования процесса биологической очистки сточных вод в реакторе, с учетом гидродинамики потока, геометрической формы аэротенка, конвективно-диффузионного переноса субстрата и активного ила, построена трёхмерная CFD-модель. В основу модели положено трехмерное уравнение движения идеальной жидкости и уравнение сохранения массы для субстрата и активного ила. Поле скорости потока сточных вод в аэротенке рассчитано на базе уравнения для потенциала скорости. Процесс биологического превращения субстрата рассчитано на базе модели Monod. Для численного интегрирования уравнений конвективно-диффузионного переноса активного ила и субстрата использована схема расщепления. Расщепление осуществлено так, чтобы на каждом шагу учитывался перенос субстрата (активного ила) только в одном направлении. Расчет неизвестной величины концентрации субстрата (активного ила) осуществлен по явной схеме. Для численного интегрирования трехмерного уравнения для потенциала скорости использован метод Ричардсона, расчет неизвестного зна-

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

чення потенціала швидкості здійснено за явною формулою. Для чисельного інтегрування рівнянь, описуваних процесом трансформації субстрату та зміни концентрації активного іла (модель Monod), використано метод Ейлера. **Результати.** Здійснено програмну реалізацію побудованої трьохмерної CFD-моделі. Описано структуру розробленого пакету програм. Представлено результати проведеного комп'ютерного експерименту з дослідження процесу очищення стічних вод в аэротенці з додатковими елементами. **Наукова новизна.** Розроблено нову багаторічну трьохмерну CFD-модель, що дозволяє швидко оцінити ефективність біологічної очистки стічних вод в аэротенці. **Практична значимість.** Побудована CFD-модель може бути використана для аналізу ефективності роботи аэротенку при різних умовах експлуатації та на етапі ескізного проектування систем очистки стічних вод.

Ключові слова: очистка води; біологічна очистка води; математичне моделювання; аэротенк; модель Monod

M. M. BILIAIEV^{1*}, M. V. LEMESH², O. Y. GUNKO³, V. O. ZADOIA⁴,
P. B. MASHYKHINA⁵, Z. M. YAKUBOVSKA⁶

^{1*}Dep. «Hydraulics and Water Supply», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

²Dep. «Hydraulics and Water Supply», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1230-8040

³Dep. «Hydraulics and Water Supply», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0001-9257-763X

⁴Dep. «Economics and Management», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (096) 469 60 09, e-mail v.a.zadoya@gmail.com, ORCID 0000-0001-9408-4978

⁵Dep. «Hydraulics and Water Supply», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0003-3057-9204

⁶Dep. «Power Engineering», Ukrainian State University of Chemical Technology, Haharina Av., 8, Dnipro, Ukraine, 49000, tel. +38 (056) 753 56 38, e-mail zinaidaya25@gmail.com, ORCID 0000-0002-9893-3479

3D MODELING OF BIOLOGICAL WASTEWATER TREATMENT IN AERATION TANK

Purpose. The main purpose of the article is to develop a 3D CFD model for modeling the process of biological wastewater treatment in an aeration tank. **Methodology.** For mathematical modeling of the process of biological wastewater treatment in the reactor, taking into account the flow hydrodynamics, geometric shape of the aeration tank, convective-diffusion transfer of the substrate and activated sludge, a 3D CFD model was built. The model is based on the three-dimensional equation of motion of an ideal liquid and the equation of mass conservation for the substrate, activated sludge. The field of sewage flow rate in the aeration tank is calculated based on the velocity potential equation. The process of biological transformation of the substrate is calculated on the basis of the Monod model. The splitting scheme was used for numerical integration of the equations of convective-diffusion transfer of activated sludge and substrate. The splitting is carried out in such a way to take into account the transfer of substrate (activated sludge) in only one direction at each step of splitting. The calculation of the unknown value of the substrate (activated sludge) concentration is carried out according to an explicit scheme. The Richardson method is used to numerically integrate the three-dimensional equation for the velocity potential, and the unknown value of the velocity potential is calculated by an explicit formula. Euler's method is used for numerical integration of equations describing the process of substrate transformation and change in activated sludge concentration (Monod model). **Findings.** The software implementation of the constructed 3D CFD model is carried out. A description of the structure of the developed software package is provided. The results of a computer experiment to study the process of wastewater treatment in an aeration tank with additional elements are presented. **Originality.** A new multifactor

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

3D CFD model has been developed, which allows quick assessing the efficiency of biological treatment in an aeration tank. **Practical value.** The constructed 3D CFD model can be used to analyze the efficiency of the aeration tank under different operating conditions at the stage of sketch design of wastewater treatment systems.

Keywords: water treatment; biological water treatment; mathematical modeling; aeration tank; Monod model

REFERENCES

1. Biliaiev, N. N., & Kozachina, V. A. (2015). *Modelirovaniye massoperenosa v gorizontalnykh otstoynikakh: monografiya*. Dnepropetrovsk: Aktsent PP. (in Russian)
2. Biliaiev, N. N., & Nagornaya, E. K. (2012). *Matematicheskoye modelirovaniye massoperenosa v otstoynikakh sistem vodootvedeniya: monografiya*. Dnepropetrovsk: Novaya ideologiya. (in Russian)
3. Vasilenko, O. A., Grabovskiy, P. O., Larkina, G. M., Polishchuk, O. V., & Progulny, V. Y. (2010). *Rekonstruktsiya i intensyfikatsiya sporud vodopostachannya ta vodovidvedennya: navchalnyy posibnyk*. Kyiv: IVNVKP «Ukrgeiotek». (in Ukrainian)
4. Karelin, Ya. A., Zhukov, D. D., Zhurov, V. N., & Repin, B. N. (1973). *Ochistka proizvodstvennykhstochnykh vod v aerotenkakh*. Moscow: Stroyizdat. (in Russian)
5. Laskov, Yu. M., Voronov, Yu. V., & Kalitsun, V. I. (1981). *Primery raschetov kanalizatsionnykh sooruzheniy*. Moscow: Vysshaya shkola. (in Russian)
6. Oleynik, A. Y., & Airapetyan, T. S. (2015). The modeling of the clearance of waste waters from organic pollutions in bioreactors-aerotanks with suspended (free flow) and fixed biocenoses. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, 5, 55-60. DOI: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055> (in Ukrainian)
7. Alharbi, A. O. M. (2016). The biological treatment of wastewater: mathematical models. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, 94(2), 347-348. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0004972716000411> (in English)
8. Amaral, A., Gillot, S., Garrido-Baserba, M., Filali, A., Karpinska, A. M., Plósz, B. G., ... Rosso, D. (2019). Modelling gas-liquid mass transfer in wastewater treatment: when current knowledge needs to encounter engineering practice and vice versa. *Water Science and Technology*, 80(4), 607-619. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2019.253> (in English)
9. Babaei, A. A., Azadi, R., Jaafarzadeh, N., & Alavi, N. (2013). Application and kinetic evaluation of upflow anaerobic biofilm reactor for nitrogen removal from wastewater by Anammox process. *Iranian Journal of Environmental Health Science and Engineering*, 10(1), 1-8. DOI: <https://doi.org/10.1186/1735-2746-10-20> (in English)
10. Bomba, A., Klymiuk, Y., Prysiazhniuk, I., Prysiazhniuk, O., & Safonyk, A. (2016). Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by through microporous filling. *AIP Conference Proceedings*, 1773, 040003-1-040003-11. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4964966> (in English)
11. Dapelo, D., & Bridgeman, J. (2020). A CFD strategy to retrofit an anaerobic digester to improve mixing performance in wastewater treatment. *Water Science and Technology*, 81(8), 1646-1657. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2020.086> (in English)
12. Gao, H., & Stenstrom, M. K. (2019). Development and applications in computational fluid dynamics modeling for secondary settling tanks over the last three decades: A review. *Water Environment Research*, 92(6), 796-820. DOI: <https://doi.org/10.1002/wer.1279> (in English)
13. Gao, H., & Stenstrom, M. K. (2020). Influence of Model Parameters and Inlet Turbulence Boundary Specification Methods in Secondary Settling Tanks: Computational Fluid Dynamics Study. *Journal of Environmental Engineering*, 146(5), 04020028-1-04020028-12. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EE.1943-7870.0001689](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001689) (in English)
14. Gao, H., & Stenstrom, M. K. (2020). Computational Fluid Dynamics Analysis for Improving Secondary Settling Tank Performance. *World Environmental and Water Resources Congress 2020*, 212-224. DOI: <https://doi.org/10.1061/9780784482988.021> (in English)
15. Griborio, A. (2004). *Secondary Clarifier Modeling: A Multi-Process Approach. Dissertation and Theses*. University of New Orleans: USA. (in English)
16. Mocanu, C. R., & Mihaillescu, R. (2012). Numerical Simulation Wastewater Treatment Aeration Processes. *U. P. B. Sci. Bull., Series D*, 74(2), 191-198. (in English)

ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

17. Pereda, M., & Zamarreno, J. M. (2011). Agent-based modeling of an activated sludge process in batch reactor. *19th Mediterrian Conference on Control and Automation Aquis* (pp. 1128-1133).
DOI: <https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027> (in English)

Поступила в редколегию: 11.08.2020

Принята к печати: 11.12.2020

TRANSLATION