УДК 629.4.014.6

А. А. БОСОВ, Е. А. МОМОТ (ДИИТ)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ СТРУКТУРЫ ПАССАЖИРСКОГО ПОЕЗДА

Предложена методика определения вариантов рациональной структуры пассажирского поезда.

Запропонована методика визначення варіантів раціональної структури пасажирського поїзда.

A technique of determining the options of the passenger train rational pattern has been proposed.

1. Формирование несравнимых вариантов

Вопросы рациональной структуры пассажирского поезда в настоящее время являются весьма актуальными в силу изменения экономической формации, происходящей в Украине.

Традиционно движение пассажирских поездов исследовалось с точки зрения скорости и массы [1].

В качестве показателя эффективности использовались приведенные затраты, вычисление которых осуществлялось на основании метода ставок и заданного коэффициента приведения капитальных и эксплуатационных затрат.

В предлагаемой работе в качестве оценки рациональности структуры пассажирского поезда предлагается использовать прибыль и потери. Последний показатель учитывает две составляющие:

- потери от «холостого» пробега, когда в поезде имеются непроданные места;
- потери из-за того, что в поезде недостаточно мест, чтобы удовлетворить спрос.

Не загромождая изложение, будем рассматривать какой-либо вид пассажирских мест в поезде (спальные, купейные, плацкартные, общие).

В качестве математической модели спроса принимаем случайную величину ξ, имеющую функцию плотности распределения вероятностей $f(x)$, отличную от нуля при $x \in [a,b]$.

Если в поезде имеется y мест, то потери Z и прибыль $П$ будут определяться по формулам:

$$Z = c(\xi)sign(y-\xi) + p(\xi - y)sign(\xi - y);$$

$$П = p(\xi sign(y-\xi) + y \cdot sign(\xi - y)) - cy,$$

где c – себестоимость одного места в поезде; p – цена билета.

$$sign(x) = \begin{cases} 0, если / x < 0, \\ 1, если / x \geq 0. \end{cases}$$

Вычислив математическое ожидание данных показателей, получим

$$F_1(y) = M[Z] = c\int_a^y (y-x) f(x)dx + $$
$$+ p\int_y^b (x-y) f(x)dx ;$$

$$F_2(y) = M[П] = p(\int_a^y xf(x)dx + y\int_y^b f(x)dx) - cy .$$

Так как значение средних потерь $F_1(y)$ желательно сделать как можно меньшим, а среднюю прибыль $F_2(y)$ как можно большей, то приходим к задаче векторной оптимизации [2]. Формальная запись которой в рассматриваемом случае представляет собой

$$\begin{pmatrix} F_1(y,p) \\ F_2(y,p) \end{pmatrix} \to \min \qquad (1)$$

при условии $y \geq 0$.

Отметим, что под решением задачи (1) понимаем набор $Y_* \in R_1^+$, такой, что $\forall y_* \in Y_*$ является эффективным.

Напомним, что y_* является эффективным решением задачи (1), если малейшее отклонение приводит к ухудшению хотя бы одного из показателей.

Необходимое условие того, что y является эффективным решением принимает вид

$$sign\left(\frac{dF_1}{dy}\right) + sign\left(-\frac{dF_2}{dy}\right) = 0 . \qquad (2)$$

Вычислив производные:

$$\frac{dF_1}{dy} = c\int_a^y f(x)dx - p\int_y^b f(x)dx;$$

$$-\frac{dF_2}{dy} = c - p\int_y^b f(x)dx$$

и подставив их в (2) получим

$$sign(c\int_a^y f(x)dx - p\int_y^b f(x)dx) +$$

$$+sign\left(c - p\int_y^b f(x)dx\right) = 0\,.$$

Положив $p = c\rho; u = \int_y^b f(x)dx,$ приходим к соотношению

$$sign\left(1-(1+\rho)u\right) + sign(1-\rho u) = 0. \qquad (3)$$

Так как $\rho > 0$, то решение уравнения (3) удовлетворяет неравенствам $\frac{1}{\rho+1} \le u \le \frac{1}{\rho}$, что и определяет набор эффективных значений y_* соотношением

$$\frac{1}{\rho+1} \le \int_{y_*}^b f(x)dx \le \frac{1}{\rho}. \qquad (4)$$

Соотношению (4) придадим следующий вид, который будет удобным для выполнения численных расчетов:

$$\frac{\rho-1}{\rho} \le \int_a^{y_*} f(x)dx \le \frac{\rho}{1+\rho}. \qquad (5)$$

Легко убедится, что решение уравнений

$$\int_a^{y_{*1}} f(x)dx = \frac{\rho-1}{\rho}, \quad \int_a^{y_{*2}} f(x)dx = \frac{\rho}{1+\rho}$$

удовлетворяет неравенству $y_{*1} \le y_{*2}$.

Причем y_{*1} соответствует максимальному значению прибыли, а y_{*2} – минимальному значению потерь.

Таким образом, набор эффективных решений Y_* задачи (1) составляет отрезок $\left[y_{*1}, y_{*2}\right]$, который существенно определяется показателем рентабельности ρ.

Функция плотности распределения вероятностей спроса, которую будем отражать записью $f(x,t)$, в общем случае зависит от времени, что приводит к зависимости и множества эффективных решений от времени $Y_*(t)$.

Зависимость от времени, простоты ради, будем рассматривать от дня недели, считая, что поезд отправляется в данном направлении один раз в сутки. Последнее означает, что t принимает целочисленные значения 1, 2, …, 7 в соответствие с днями недели (понедельник, вторник, …., воскресенье).

Положив $f_i(x,t)$ распределения для i-го вида мест в поезде и решив задачу (1) для каждого вида мест $i = \overline{1,4}$, получаем эффективные наборы $Y_{*i}(t), i = \overline{1,4};\ t = \overline{1,7}$, которые и являются исходными данными для определения структуры поезда в вагонном исчислении при заданном показателе рентабельности ρ.

2. Решение численного примера

Рассматривается поезд, в котором могут быть вагоны трех типов: 1 – спальные, 2 – купейные, 3 – плацкартные.

При заданной рентабельности 20 %, значение показателя ρ равно 1,2.

Функции распределения спроса $f_i(x,t)$ определяем по гистограммам продаж билетов за год с группировкой по дням недели.

Численные значения $f_1(x,1)$ и интегральной функции $F_1(x,1)$ распределения вероятностей спроса на спальные места занесем в табл. 1.

Таблица 1

Спрос на спальные места в понедельник

Интервалы группировки	Частоты	Частоты $f_1(x,1)$	Накопленные частоты $F_1(x,1)$
(25,30]	1	0,0192	0,0192
(30,35]	1	0,0192	0,0384
(35,40]	1	0,0192	0,0576
(40,45]	0	0	0,0576
(45,50]	2	0,0385	0,0961

Окончание табл. 1

Интервалы группировки	Частоты	Частоты $f_1(x,1)$	Накопленные частоты $F_1(x,1)$
(50,55]	4	0,0769	0,1730
(55,60]	6	0,1154	0,2884
(60,65]	25	0,4808	0,7692
(65,70]	9	0,1731	0,9423
(70,75]	3	0,0577	1,0000
$\sum$	52	1,0000	–

Для определения y_{1*1} и y_{1*2} вычислим:

$$\frac{\rho-1}{\rho}=\frac{1,2-1}{1,2}=\frac{0,2}{1,2}=0,1(6)\approx 0,167;$$

$$\frac{\rho}{\rho+1}=\frac{1,2}{2,2}=0,(54)\approx 0,545.$$

При решении уравнений $F_1(y_{1*1},1)=0,545$, $F_2(y_{1*2},1)=0,1667$ определяем интервал, при котором $F_1<0,545$, а в следующем $F_1>0,545$.

Таким образом, интервалами являются (55,60] и (60,65], следовательно, имеем оценку для y_{1*1}, т. е. $60<y_{1*1}<65$.

Аналогично имеем оценку для y_{1*2}, т. е. $50<y_{1*2}<55$.

С точностью до пяти спальных мест $y_{1*1}=y_{1*2}$.

Если воспользоваться $F_1\ (x,1)$ на рис. 4, то с учетом линейной аппроксимации получаем уравнение для определения y_{1*1} и y_{1*2}:

$$0,2884+\frac{0,7692-0,2884}{5}(y_{1*1}-57,5)=0,545;$$

$$0,0961+\frac{0,1730-0,0961}{5}(y_{1*2}-47,5)=0,167.$$

Откуда получаем

$$y_{1*1}=57,5+\frac{0,545-0,2884}{0,7692-0,2884}\cdot 5=60,17;$$

$$0,0961+\frac{0,1730-0,0961}{5}(y_{1*2}-47,5)=0,167.$$

Окончательное решение принимаем $y_{1*1}=60,\ \ y_{1*2}=52$.

Подобным образом выполняем вычисления по всем дням недели и результаты сводим в табл. 2.

Таблица 2

Эффективные структуры пассажирского поезда по дням недели

Дни недели	Спальные места		Купейные места		Плацкартные места	
	y_{i*1}	y_{i*2}	y_{i*1}	y_{i*2}	y_{i*1}	y_{i*2}
Понедельник	60	52	380	357	148	138
Вторник	60	46	415	337	141	132
Среда	61	49	398	376	144	137
Четверг	61	52	399	371	149	140
Пятница	57	34	373	301	150	145
Суббота	27	15	188	132	142	112
Воскресенье	60	47	404	391	149	137

Данные табл. 2 и представляют собой варианты эффективных структур поезда, которые являются исходными данными при определении рациональной структуры поезда в вагонном представлении.

Замечание. Как следует из табл. 2, эфективные структуры в пятницу, и особенно в субботу, существенно отличаются от остальных дней недели. Это объясняется уменьшением спроса в данные дни. Чтобы стимулировать спрос в эти дни необходимо уменьшить цены на билеты. Таким образом, возникает задача вариации цен на билеты, что давно нашло реализацию в зарубежной практике пассажирских перевозок на железнодорожном транспорте.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кочнев Ф. П. Комплексное повышение скоростей движения поездов. – М.: Транспорт, 1989. – 176 с.
2. Босов А. А., Скалозуб В. В. О Парето оптимальных решениях задач векторной оптимизации // Диференціальні рівняння та їх застосування. Д., ДДУ, 1998. – С. 66–70.

Поступила в редколлегию 23.10.03.