

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ СТАБИЛЬНОСТИ ОБЪЕКТОВ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА

У статті розглянуті функції напруженого стану, міцності і стійкості, що характеризують стабільність земляного полотна, алгоритми їхньої оптимізації і визначення.

В статье рассмотрены функции напряженного состояния, прочности и устойчивости, характеризующие стабильность земляного полотна, алгоритмы их оптимизации и определения.

The functions of the intense condition, durability and the stability describing stability of the subgrade, algorithms of their optimization and definition are considered in the article.

Стабильность земляного полотна, как сложной геотехнической системы, характеризуется комплексом (множеством) критериев качества, которые имеют аналитическую интерпретацию: напряженное состояние  $K_\sigma$ , прочность грунтовой среды подбалластной зоны  $K_{пб}$ , устойчивость от смещений  $K_{ус}$ , от пластических деформаций  $K_{пд}$  и др. Функционируя во внешней среде объекты земляного полотна (ОЗП) под влиянием факторов силового воздействия поездной нагрузки  $S_{св}$ , природно-климатической среды  $S_{пкс}$  должны сохранять необходимое состояние грунтовой среды  $S_{гс}$ , структуру  $St$ , форму и размерные параметры  $R_{озп}$  в пределах нормативных значений критериев качества  $\{K_{ki} \leq K_k^H\}$

$$Cm(\text{ОЗП}) = \langle (St, R_{озп}, S_{гс}) = f(S_{св}, S_{пкс}) \rangle = \{K_k^H\}.$$

$$\text{Здесь } \{K_{\text{к}}\} = [K_\sigma, K_{\text{пб}}, K_{\text{ус}}, K_{\text{пд}}, \dots].$$

Напряженное состояние ОЗП характеризуется величиной вертикальных сжимающих напряжений  $\sigma_y$  и главных  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . При решении плоской задачи (в поперечном профиле) для точек полупространства напряжения определяются на аддитивном принципе от всех нагрузок: поездной  $\rho_{п}$ , верхнего строения пути  $\rho_{вс}$ , собственного веса грунтовой среды  $\rho_{г}$ , а также элементарных (полосовых прямоугольных, треугольных, трапецидальных и др.) нагрузок  $St$  ОЗП.

От полосовой прямоугольной нагрузки напряжения, сжимающие, как известно, в каждой точке  $M$  полупространства, определяются по формуле

$$\sigma_c = \rho_j [\beta_1 + 0,5 \sin 2\beta_1 - (\pm \beta_2) - 0,5 \sin(\pm 2\beta_2)]:$$

$$: \pi = I_{ij} \rho_j$$

от треугольной полосовой нагрузки – по формуле

$$\sigma_c = \rho_j \left[ \sin^2 \beta_1 - \sin^2 \beta_2 - \text{tg} \beta_2 (\beta_1 + 0,5 \sin 2\beta_1 - \beta_2 - 0,5 \sin 2\beta_2) \right] / (\pi \vartheta) = I_{ij} \rho_j,$$

где  $\beta_1, \beta_2$  – углы, образованные лучами из точки  $M_i$  до границ нагрузок и вертикалями, ограничивающими эти полосовые нагрузки;  $\vartheta$  – ширина полосовой нагрузки.

Сложности вычислительных операций прежде приводили к необходимости паллиативных приемов с табулированием, например, значений  $I_{ij} = f(x_i / \vartheta_j; y_i / \vartheta_j)$  в  $i$ -х точках от  $j$ -х нагрузок. Современные компьютерные возможности вычислений исключают необходимость в табличных значениях промежуточных параметров. Это относится и к нагрузкам трапецидальной формы, для вычисления которых используется график Остерберга, по которому для полутрапеций в каждой  $i$ -й точке полупространства необходимо определение  $I_{ij} = f(a_j / y_i; \vartheta_j / y_i)$ .

Напряжения, сжимающие от трапецидальных нагрузок, можно вычислять по формуле

$$\sigma_c = \rho_j \left[ a_j (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + \vartheta_j (\alpha_1 + \alpha_3) + x (\alpha_1 - \alpha_3) \right] / (\pi a_j),$$

где  $a_j, b_j$  – ширина полосовой, соответственно треугольной части и прямоугольной части (полутрапеций) полосовой нагрузки;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – углы видимости, образуемые лучами из  $i$ -й точки и ограничивающие прямоугольную часть

( $\alpha_2$ ) и треугольные части ( $\alpha_1, \alpha_3$ ) трапецидальной нагрузки.

Весьма существенно, чтобы при всякой форме и сложных очертаниях, например, поперечного профиля высокой насыпи (например, пойменной) каждая трапецидальная нагрузка была приложена к основанию полупространства [1]. Напряжения в каждой  $i$ -й точке определяются, как сумма напряжений  $\Sigma G_{ji}$  от некоторой комплексной комбинации трапецидальных

нагрузок, каждая из которых приложена к основанию полупространства (рис. 1)

$$\Sigma \sigma_{j-i} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 - \sigma_5,$$

где нагрузка

- 1-OD<sub>1</sub>A<sub>1</sub>1;
- 2-OD<sub>2</sub>B<sub>1</sub>2;
- 3-OD<sub>3</sub>C<sub>2</sub>3;
- 4-OD<sub>4</sub>B<sub>2</sub>2;
- 5-OD<sub>5</sub>C<sub>3</sub>3.

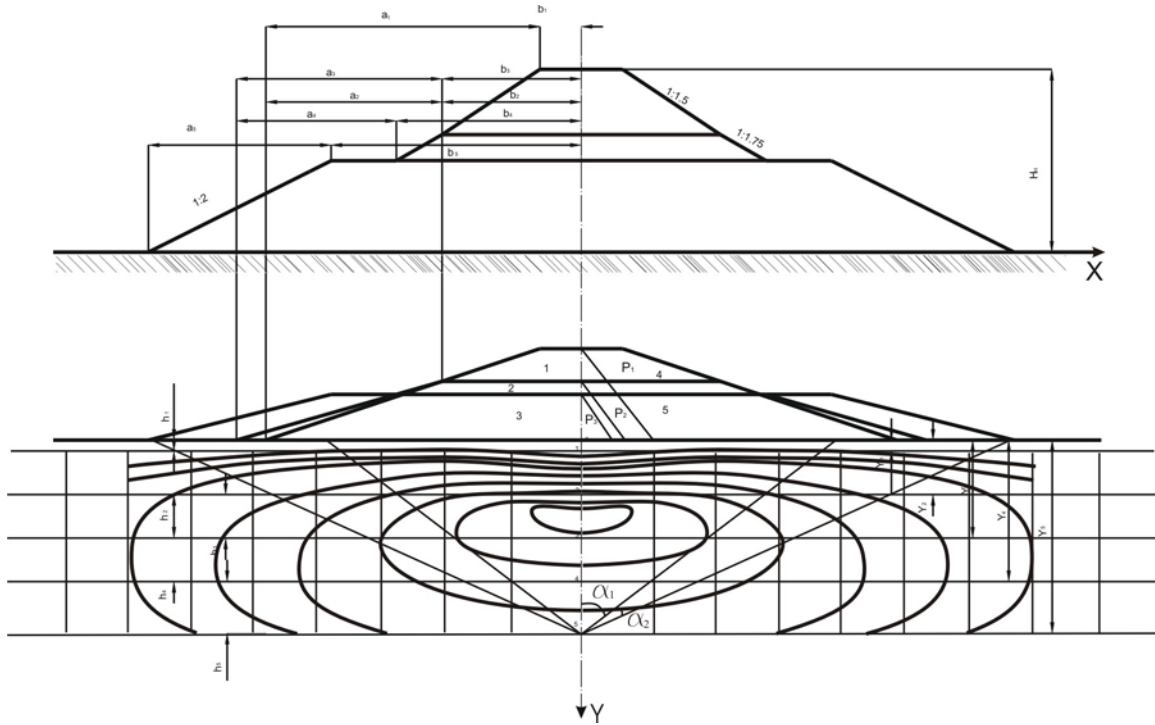


Рис. 1.

Напряжения в осевых точках основания насыпи можно вычислять по формуле

$$\sigma_i = \rho_j \left[ a_j (2\alpha_1 + \alpha_2) + 2v_j \alpha_1 \right] / (\pi d_j) =$$

$$= (\rho_j / \pi) \left[ 2\alpha_1 + \alpha_2 + (2v_j / a_j) \alpha_1 \right],$$

где углы в рад

$$\alpha_1 = \arctg \left[ (v_j + a_j) / y_i \right] - \arctg (v_j / y_i) = \alpha_3;$$

$$\alpha_2 = 2 \arctg (v_j / y_i).$$

Сжимающие напряжения от треугольной нагрузки (в форме равнобедренного треугольника) можно вычислять по формуле

$$\sigma_L = \rho_j \left[ a_j (\alpha_1 + \alpha_3) + x (\alpha_1 - \alpha_3) \right] / (\pi a_j),$$

в осевых точках ( $x = 0$ )

$$\sigma_i = \rho_j (\alpha_1 + \alpha_3) / \pi = 2\rho_j \alpha_1 / \pi.$$

Прочность подбалластной зоны (подбалластного основания) определяется ее безосажденностью, неизменностью положения и недеформируемостью основной площадки (ОП), величиной упругих осадков ОП. В целях повышения стабильности подбалластной зоны СНиП и СТН МПС РФ предусматривается размещение в верхней части подбалластной зоны (под ОП) защитного слоя (противодеформационной подушки), чем предупреждается образование балластных углублений (балластных корыт, лож, мешков и т. п.), а также пучинных деформаций. Кроме того при усиленных ремонтах железнодорожного пути с глубокой вырезкой балласта производится укладка геосинтетиков, преимущественно геотекстиля, в качестве разделительного слоя балластного мате-

риала и подстилающего грунта подбалластной зоны для предупреждения выплесков, просадок и усиления прочностной основы ОП посредством более равномерного распределения напряжений в уровне ОП. В условиях пучинообразования производится укладка полистирольного пенопласта в уровне ОП, что снижает глубину промерзания глинистых грунтов подбалластной зоны. При коэффициенте промерзаемости пенопласта  $K_{np} \approx 0,1$  слой пенопласта толщиной 0,1 м уменьшает глубину промерзания подбалластной зоны на 1,0 м.

Для защитных слоев (противодеформационных подушек), устраиваемых из песчаных, дренающих зернистых материалов, предельное равновесие массы грунта, степень устойчивости зернистого грунта согласно закономерностям механики грунтов определяется углом внутреннего трения. Условие пластичности сыпучих тел (лишенных сцепления  $C$ ), установленное Ренкиным, может быть выражено формулой

$$\sin \varphi_n = (\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 + \sigma_2),$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  – главные напряжения, которые определяются по зависимости

$$\sigma_1, \sigma_2 = \left[ \rho_0 a_j (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + \sigma_j (\alpha_3 + \alpha_1) - x_i (\alpha_3 - \alpha_1) - y \ln \frac{R_1 R_4}{R_2 R_3} \pm \right. \\ \left. \pm y \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_4}{R_2 R_3} + (\alpha_3 - \alpha_1)^2} \right] / (\pi a_j),$$

где  $R_j$  – радиусы-векторы из  $i$ -х точек до границ структурных элементов  $j$ -х нагрузок.

Наибольшие касательные напряжения согласно теории упругости равны

$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2.$$

По оценке напряженного состояния, упругих и остаточных деформаций при высоких осевых нагрузках выполняются исследования во ВНИИЖТе, МГУПС, ПГУПС и других вузах.

Стабильность основания насыпей против возможных сдвига и выпирания согласно условию (Кулона)  $\tau = f\sigma + C$  характеризуется коэффициентом устойчивости против пластических (сдвиговых) деформаций

$$K_{\text{iä}} = (f\sigma + C) / \tau,$$

где нормальные сдвигающие напряжения  $\sigma$  и касательные напряжения  $\tau$  могут быть выражены через главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$

$$\sigma = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha;$$

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \alpha \cos \alpha;$$

Функция  $K_{\text{пл}}$ , как показали исследования Г. М. Шахунянца [2], имеет сложную форму с глобальным  $\min$  в осевых сечениях ОЗП (основания насыпи и подбалластной зоны выемки). Позже выполненные исследования автора [3] показали на наличие на гиперповерхности функции  $K_{\text{пл}}$  локальных  $\min$  в зонах основания откосов. Ослабление именно этих зон приводит к деформациям выпирания грунта в основании насыпи (за пределами откосов). Этим же подтверждается положительное значение контрбанкетов. В выемках, как показали исследования функции  $K_{\text{пл}}$ , повышение стабильности подбалластной зоны достигается оптимальными решениями с уширением закуветных полок, а также заглублением закуветных полок (ниже бровки и кювета выемки).

Вычислительные эксперименты проводились по специальным компьютерным программам с использованием предложенного алгоритма направленного поиска  $\min$  унимодальных нелинейных (выпуклых) функций на принципах прямых методов (нулевого цикла), реализующих итеративную поисковую оптимизацию в программах проектирования ОЗП [4]. Процедура поиска  $\text{opt } K_{\text{пл}} (\min)$  определяется рекуррентным выражением, реализующим приближение от  $K_i$ -го к  $K_{i+1}$ -му значению  $K_{\text{пл}}$

$$x_{i+1} = x_i + \lambda \Delta x; \Delta x_i = l_{\sigma} v x_i;$$

$$y_{i+1} = y_i + \lambda \Delta y; \Delta y_i = l_{\sigma} v y_i,$$

где  $\Delta x, \Delta y$  – шаги поиска;  $\lambda$  – параметр поиска;  $l_{\text{ш}}$  – величина шага;  $v x_i, v y_i$  – единичные векторы направления на  $i$ -м шаге, соответствующие направлениям координатных осей;  $v_i = e_j, j \in 1, n$ , где  $e_j$  –  $\text{opt } j$ -ой координаты (в окрестности точки  $i$ ) при последовательном движении в координатном поле гиперплоскости  $K_{\text{пл}}$  к  $\text{opt}$ .

Пользуясь алгоритмами итеративного поиска и оптимизации технических решений, при проектировании ОЗП исследовались функции устойчивости ОЗП и их элементов от смещений  $K_{\text{yc}}$  в интерпретациях:

$$K_{\text{yc}} = (\sum f_r \gamma_r \omega_i \cos \beta_i + \sum C_r l_r) / (\sum \gamma_2 \omega_i \sin \beta_i);$$

$$K_{yc} = \left[ \frac{\Sigma(f_i N_i + C_i l_i + T_{iуд}) \cos \varphi_i / \cos(\beta_i - \varphi_1)}{\Sigma(T_{iуд} \cos \varphi) / \cos(\beta_i - \varphi_i)} \right]$$

В течение почти векового периода для оценки устойчивости ОЗП широко используется графоаналитический метод на принципах Феллениуса-Терцаги с кругло-цилиндрической поверхностью смещения (КЦП). Вычисление  $K_{yc}$  этим методом весьма трудоемкая процедура. И весьма приближенно определяется возможное положение центра  $O_0$  кривой смещения. Разрабатывались аналитические способы для сыпучей среды (В. В. Соколовский), вариационный метод, базирующийся на уравнении Эйлера (Л. Г. Дорфман) и др. Известны графики и номограммы М. Н. Гольдштейна, П. Г. Пешкова, Ямбу и других для определения центра  $O_0$  наиболее опасной КЦП смещения. Аналитические решения с использованием программных средств ЭВМ предложены М. А. Фришманом, А. С. Понариным, В. В. Виногооровым и другими исследователями.

Вычисление  $K_{yc-i}$  существенно в оценке устойчивости ОЗП. Однако необходимое техническое решение оптимально только при опт  $K_{yc}$ . Такие условия обеспечиваются алгоритмами итеративной оптимизации. Исследованиями были определены зависимости  $K_{yc}$  от определяющих размерных факторов и состояния грунтовой среды ( $c$ ,  $\varphi$  и др.). Было установлено, что гиперповерхность функции  $K_{yc}$  имеет выпуклую (вогнутую) форму овражного типа с ориентацией к откосу и кривизной в зависимости от параметров ОЗП. Поиск опт  $O_0$  выполняется на гиперплоскости – проекции рельефа гиперповерхности  $K_{yc-i}$ . Траектории поиска  $K_{yc0}$  характеризуются перемещениями сначала по

склону, затем по дну оврага, характер движения пологостью дна оврага, направление овражности гиперплоскостей  $K_{yc}$  согласуется с линией центров Л.Ц. Все траектории поиска  $O_{opt}$ , независимо от начальных  $O_n$  сходятся к локальному  $\min K_{yc} \rightarrow opt K_{yc0}$ . Положение центра  $O_0$  наиболее неблагоприятной (критической) КЦП значительно ниже принятых графоаналитическим построением в точке пересечения вспомогательной линии, направленной под углом  $36^\circ$  к верхней грани фиктивного (эквивалентного) столбика грунта (заменяющего поездную нагрузку  $\rho_n$  и в.с.п.  $\rho_{вс}$ ), и линии центров.

Рассмотренные аналитические функции в должной мере определяют напряженное состояние ОЗП, их прочностные качества, состояние устойчивости подбалластных зон, откосных зон, основания насыпей и других элементов и, таким образом, являются критериями параметрического анализа стабильности ОЗП.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Грицык В. И. Расчеты земляного полотна железных дорог. – М.: УМК МПС, 1998.
2. Шахунянц Г. М. Железнодорожный путь. – М.: Транспорт, 1987.
3. Грицык В. И. Алгоритмы итеративной оптимизации в проектировании объектов земляного полотна // Вестник ВНИИЖТа, 1992, № 5.
4. Грицык В. И. Параметрический анализ стабильности основания объектов земляного полотна // Вестник РГУПС, 2002, № 1.
5. Грицык В. И. Параметрический анализ стабильности откосных зон выемок // Вестник РГУПС, 2000, № 3.