

К. И. СОЛДАТОВ, Г. С. ЖЕЛЕЗНЯК (ДПТ),  
К. В. ГУРЖИЙ, («Сервисстрой», Ростов-на-Дону)

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ НЕРЕГУЛЯРНИХ ПО ДОВЖИНАХ ПРОГОНІВ МОСТОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

Стаття присвячена питанню можливості заміни складних нерозрізних нерегулярних мостових конструкцій регулярними аналогами з мінімальними похибками при визначенні власних частот. Аналіз виконаний для реальної п'ятипрогінної мостової конструкції за схемою 66+126+147+115+76 м.

Статья посвящена вопросу возможности замены сложных неразрезных нерегулярных мостовых конструкций регулярными аналогами с минимальными погрешностями при определении собственных частот. Анализ выполнен на реальной пятипролетной мостовой конструкции по схеме 66+126+147+115+76 м.

The article is devoted to the possibility of replacement of complex inseparable irregular bridge structures by their regular counterparts, with minimal errors in definition of the own frequencies. The analysis has been performed on a real five-span bridge structure, designed under a 66+126+147+115+76 – meter scheme.

Розглянуті в [1; 2] критерії нерегулярності переконливо свідчать, що нерегулярність по жорсткості і вагових параметрах впливає на вимір власних частот нерозрізних балок на жорстких і пружних опорах значно менше, ніж нерегулярність по довжинах прогонів.

У [3] реально оцінена жорсткість опор мостів. При ретельному аналізі видно, що численні складові жорсткості опори в підсумку приводять до якогось конкретного значення жорсткості опор, істотно ускладнюючи розрахунки, оскільки замість нерозрізної балки на жорстких опорах ми повинні розглядати нерозрізну балку на податливих опорах. З погляду трудомісткості розрахунку, дані дві розрахункові моделі можна вважати непорівнянними, що підтверджується численними роботами відомих авторів [4–10] та ін.

Предметом дослідження даної публікації є вивчення поведінки реальної конструкції, описаної у [3] (мостовий перехід через р. Дон у м. Аксай).

Дослідження потребувало застосування швидкодіючих ПЕОМ і спеціальних програм (Мінтрансбуд, Гіпротрансміст м. Москва), що зареєстровані в каталозі типових програм (в основному використані дві програми: «Статичний і динамічний розрахунок плоских стержневих схем мостів на дію навантаження (власні коливання)» і «Рішення канонічних рівнянь по програмі А. Б. Смелянського»).

Задача даного дослідження полягала в аналізі зміни власних частот реальної мостової конструкції при зміні жорсткості опор і довжин прогінних будов (всі характеристики жо-

рсткості прогінних будов при цьому у всіх випадках залишалися незмінними, що дозволяло об'єктивно оцінити похибки тієї або іншої розрахункової моделі).

У табл. 1. наведено схему реальної прогінної будови, що має сильну нерегулярність по довжинах прогонів і ряд схем, отриманих з основної шляхом різних перетворень для спрощення розрахунків, але у всіх таких випадках, що приводять до регулярної системи.

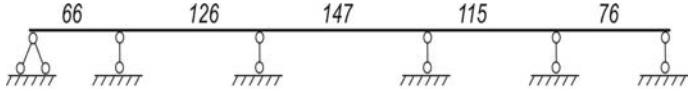
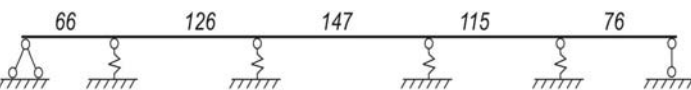
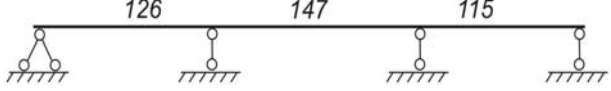
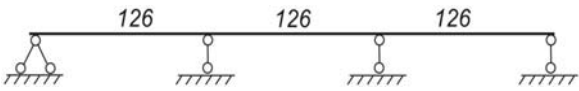
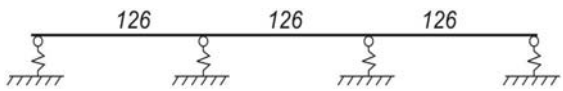
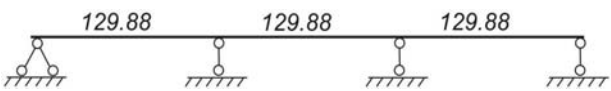
У табл. 2 розглянуто типову прогінну будову також із сильною нерегулярністю, що за аналогією з попереднім приводиться до регулярної схеми.

В усіх випадках розрахунку кількість частот і форм коливань приймалася рівною кількості прогонів нерозрізної системи (основний тон).

За результатами розрахунків виявлено ряд важливих особливостей, що дозволяють обґрунтовано спрощувати розрахункові схеми, спрощуючи тим самим саму процедуру розрахунку і значно скорочуючи машинний час.

Насамперед слід зазначити, що заміна абсолютно жорстких опор у схемі 1 (табл. 1) на опори реальної гнучкості приводить при розрахунках до зміни першої власної частоти на 8,6 %, у той час як на інші чотири частоти основного тону, така заміна практично не впливає. Цей висновок досить важливий, оскільки переконливо свідчить про те, що при розрахунку реальної конструкції, при визначенні першої власної частоти, необхідно в розрахунок вводити реальну жорсткість проміжних опор, а не приймати їх абсолютно жорсткими.

Таблиця 1

№ схеми	Схема розглянутої прогінної будови і її характеристика	Періоди і частоти	
		с	Гц
1	Запроектована реальна мостова конструкція з існуючою розбивкою на прогони на жорстких опорах 	2,03389	0,492
		1,17813	0,849
		0,98823	1,012
		0,55458	1,802
		0,50568	1,977
		1,86074	0,537
2	Запроектована реальна мостова конструкція з існуючою розбивкою на прогони на гнучких опорах 	1,16817	0,856
		0,96984	1,031
		0,55357	1,806
		0,50111	1,996
		2,04854	0,488
		1,38148	0,724
3	У реальній конструкції відкинуті крайні прогони, опори жорсткі 	1,075526	0,930
		1,85619	0,537
		1,44245	0,693
4	Прогони прийняті однаковими по довжині першої прогінної будови реальної конструкції, опори жорсткі 	0,99196	1,008
		1,85458	0,601
		1,44761	0,690
5	Прогони прийняті однаковими по довжині першої прогінної будови реальної конструкції, опори гнучкі 	0,99190	1,008
		2,06	0,485
		1,52	0,658
6	У схемі 3 прогони прийняті рівними середньому квадратичному довжин прогонів, опори жорсткі 	1,08	0,926

Явно простежується й інший важливий висновок – більшу зміну частоти зазначена заміна викликає у частотах несиметричних форм (відповідно 8,5, 1,86 і 0,83 %), у той час як для двох симетричних форм, зазначені зміни складають відповідно 0,85 і 0,26 %.

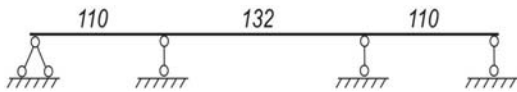
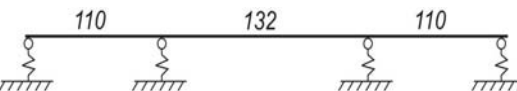
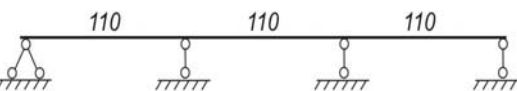
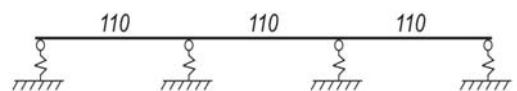
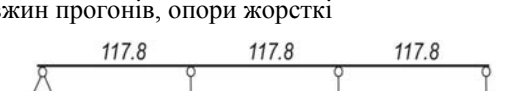
Шляхом відкидання крайніх (більш коротких) прогонів з схеми 1 отримана схема 3. Те, що відкидання крайніх прогонів у багатопрогінних мостах практично не змінює значень частот основного тону показано в роботі [4] на прикладі розрахунку і динамічних випробувань одинадцятипрогінного арочного віадук при дослідженні горизонтальних коливань.

Проте похибки для даної трансформованої схеми отримані більш істотні: відповідно для перших трьох частот 0,7, 17,3 і 8,8 %. Хоча й у цьому випадку похибки можна назвати істотною тільки для другої частоти.

Подальше спрощення схеми шляхом усереднення довжин прогонів призводить до похибки для тих же трьох перших частот (у порівнянні зі схемою 1) відповідно 8,8, 22,8 і 0,23 %.

Як у схемі 3, так і схемі 4 максимальну похибку маємо для другої власної частоти. Заміна жорстких опор пружними приводить практично до зміни частот у зазначених схемах.

Таблиця 2

№ схеми	Схема розглянутої прогінної будови і її характеристика	Періоди і частоти	
		с	Гц
7	Прогінна будова типової конструкції, опори жорсткі 	1,66348	0,601
		1,13377	0,882
		0,90182	1,108
8	Прогінна будова типової конструкції, опори гнучкі 	1,66361	0,601
		1,13422	0,881
		0,90273	1,108
9	Схема 7 трансформована в рівнопрогінну 	1,41591	0,706
		1,10117	0,908
		0,75611	1,322
10	Схема 8 трансформована в рівнопрогінну 	1,41307	0,707
		1,10233	0,907
		0,75644	1,322
11	У схемі 7 довжина прогонів прийнята як середнє квадратичне з довжин прогонів, опори жорсткі 	1,61	0,662
		1,23	0,813
		0,847	1,180

Ми уже відзначали, що розглянуту нами основну (вихідну) схему 1 ні за якими розглянутим нами параметрами, не можна віднести до системи близької до регулярної, оскільки на підставі досліджень [4] системою близької до регулярної можна вважати таку систему, у якій довжини прогонів відрізняються не більше ніж на 10 %.

Саме з цього приводу нами розглянута інша конструкція – типова прогінна будова за схемою 110×132×110 м, хоча й у даному випадку нерегулярність по довжинах прогонів складає 20 %.

Згідно з даними табл. 2 підтверджується той факт, що заміна жорстких опор опорами реальної гнучкості не приводить до уточнення всіх трьох частот, у той час як для п'ятипрогінної схеми (табл. 1) така заміна призводить до похибок 8,5 % для першої власної частоти.

Вихідна реальна схема може бути трансформована в регулярну трьома способами: прийняти всі прогони рівними довжині крайніх про-

гонів (110 м) або довжині середнього прогону (132 м) і нарешті прийняти якусь середню величину (у даному випадку середнє квадратичне з довжин прогонів реальної системи).

Приймаючи прогони рівними по 110 м, можна відразу очікувати, що максимальна похибка буде для першої власної частоти, що підтверджують і результати розрахунків. Похибка відповідно складає: 14,8, 2,87 і 16,15 %.

У багатьох публікаціях [11; 12] автори робіт вводять поняття середньої квадратичної величини, якою скористаємося і ми, прийнявши довжину усередненого прогону рівною

$$l_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{\sum l_i^2}{n}}. \quad (1)$$

Зазначений підхід перевірений на двох прикладах розглянутих вище конструкцій прогінних будов. Попередньо за результатами розрахунків табл. 2, 3 побудований графік зміни частоти (рис. 1) для перших трьох частот.

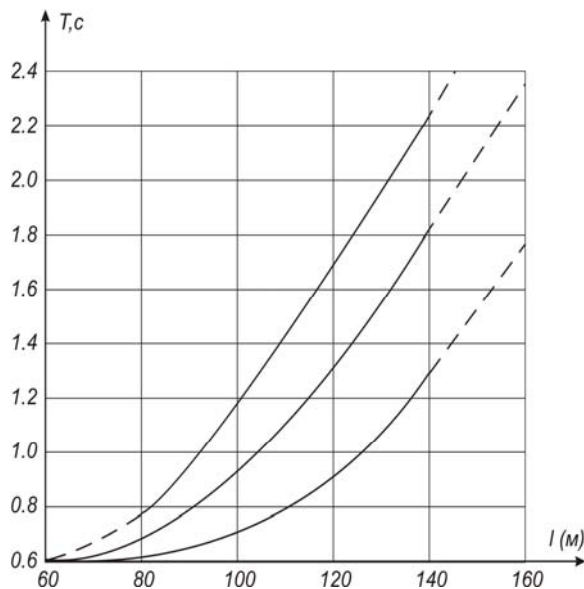


Рис. 1.

Обчислені за формулою (1) приведені довжини регулярних прогонів відповідно дають такі результати:

- для прогінної будови  $110 \times 132 \times 110$  м

$$l_{\text{cp}} = \sqrt{\frac{110^2 + 132^2 + 110^2}{3}} = 117,8 \text{ м};$$

- для прогінної будови  $126 \times 147 \times 115$  м

$$l_{\text{cp}} = \sqrt{\frac{126^2 + 147^2 + 115^2}{3}} = 129,88 \text{ м}.$$

Для перших трьох частот для прогінної будови  $3 \times 117,8$  м і прогінної будови  $L = 3 \times 129,8$  м результати розрахунку наведені в табл. 2, 3. Як видно, дані схеми-аналоги у всіх випадках дають похибки не більше 10 %, що припустимо.

Таблиця 3

Номери порівнюваних схем	Відсоток розбіжності для власних частот				
	1	2	3	4	5
2 – 1	+8,38	+0,82	+1,85	+0,04	+0,95
2 – 3	-9,12	-15,4	-9,80	-	-
1 – 3	-8,38	-18,4	-0,40	-	-
3 – 4	-10,4	-4,28	-8,98	-	-
2 – 5	-0,37	-19,4	+2,23	-	-
3 – 6	+0,61	+9,11	+0,43	-	-
1 – 6	+1,42	+22,5	+8,49	-	-
8 – 7	0,00	+0,11	-0,01	-	-
8 – 11	-10,15	+8,49	-6,49	-	-
8 – 9	-17,47	-3,06	-19,3	-	-

Примітка. Першою зазначена схема, з якою дається порівняння (тобто більш коректна)

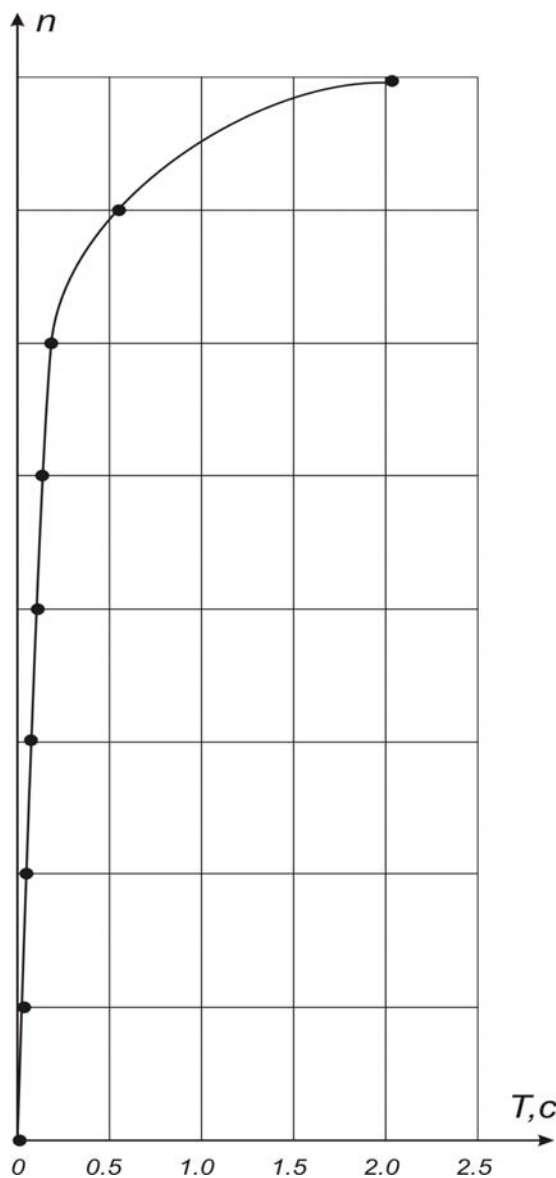
Підводячи підсумок короткому експериментально-теоретичному дослідженню, можна зробити ряд важливих висновків, що будуть більш переконливими, якщо додатково дати зрівняльні результати в табл.3.

Дана таблиця переконливо підтверджує прийнятність більшості розглянутих нами розрахункових схем. Лише в окремих випадках похибки перевищують 10%.

При цьому в основному всі похибки від-

носяться до другої частоти, що слід було очікувати, тому що точка перегину лінії форми коливань у системах близьких до регулярної в цьому випадку проходить не через опору, а в безпосередній близькості до неї.

На графіку рис. 2 наведений спектр періодів власних коливань основної системи (40 періодів) прогінної будови  $66 + 126 + 147 + 115 + 76$  м. Розрахунок виконаний по програмі А. Б. Смелянського (МІТ).



Периоды свободных колебаний [Sec]

1	2,03389
2	1,17813
3	0,98823
4	0,55438
5	0,50568
6	0,43606
7	0,33367
8	0,30527
9	0,24461
10	0,18100
11	0,16280
12	0,14578
13	0,13241
14	0,11777
15	0,10169
16	0,09535
17	0,08524
18	0,07491
19	0,06827
20	0,06701
21	0,05899
22	0,05661
23	0,05269
24	0,05126
25	0,04701
26	0,04173
27	0,03887
28	0,03777
29	0,03570
30	0,03164
31	0,03059
32	0,02891
33	0,02351
34	0,01952
35	0,01739
36	0,01434
37	0,01377
38	0,01174
39	0,01062
40	0,00000

КОНЕЦ РАСЧЕТА

РЕШЕНИЕ КАНОНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПО ПРОГРАМЕ А. Б. СМЕЛЯНСКОГО (МИИТ): АВТОМАТИЧЕСКАЯ ПЕРЕНУМЕРАЦИЯ УЗЛОВ, NN=УЗЛОВ СХЕМЫ БЕЗ ПРОПУСКОВ, НОМЕРА УЗЛОВ «ЗЕМЛЯ» – ПРОИЗВОЛЬНЫЕ (ПОМЕЩАТЬ ДО ОСНОВНЫХ УЗЛОВ СХЕМЫ); УСИЛИЯ ОТ СЕЙСМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК (ПО СОВОКУПНОСТИ ЗАДААННЫХ ФОРМ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ, ЕСЛИ СТЕРЖНЕЙ В СХЕМЕ НА БОЛЕЕ 500)

Рис. 2

### Висновки

1. У багатопрігінних нерозрізних системах без особливого збитку для точності розрахунку крайні прогони для спрощення розрахункових схем можна відкидати, допускаючи при цьому дуже незначну похибку.
2. Нерегулярні по довжині багатопрігінні нерозрізні системи можна замінити регулярними аналогами з усередненою довжиною прогонів, що обчислені за формулою (1).
3. Реальну жорсткість проміжних опор (приведену) потрібно використовувати тільки при розрахунках власних частот з дослідницькою метою.
4. Для практичних розрахунків нерегулярна система завжди може бути трансформована в один з регулярних аналогів з незначними похибками.

### БІБЛОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Гуржий К. В. Исследование влияния незначительных нерегулярностей на изменение собственных частот неразрезных балок на жестких опорах / К. В. Гуржий, К. И. Солдатов // Исследование статике, динамики и грузоподъемности мостов: Межвуз. сб. науч. тр. – Д., 1997. – С.63–74.
2. Гуржий К. В. Особенности динамики систем, близких к регулярным, применительно к двухпролетным неразрезным балкам с промежуточной упругой опорой / К. В. Гуржий, К. И. Солдатов // Вопросы динамики мостов и теории колебаний: Межвуз. сб. науч. тр. – Д., 1994. – Вып. 5. – С. 70–83.
3. Солдатов К. И. О жесткости опор реальных мостовых конструкций / К. И. Солдатов, Г. С. Железняк, К. В. Куржий // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. трансп. – Д. 2004. – Вып. 3. – С. 154–160.
4. Солдатов К. И. Применение метода деформаций к определению частот собственных колебаний

- балок на упругооседающих опорах // Строительная механика и мосты: Сб. тр. ДИИТа. – Д.: Промінь, 1970. – Вып. 10. – С. 48–56.
5. Солдатов К. И. Свободные колебания регулярных балок и некоторых мостовых конструкций на упругих опорах, Дис. ... канд. техн. наук. – Д., 1971. – 220 с.
  6. Солдатов К. И. Частные случаи задачи о собственных колебаниях регулярных упругоопертых балок / Труды ДИИТа. – Д., 1971. – Вып. 127. – С. 72–79.
  7. Кутуков Б. Н. Определение минимальной суммарной критической жесткости опор сжатой многопролетной балки / Б. Н. Кутуков, В. Д. Ханьжов / Труды ВЗПИ. – М., 1967. – Вып. 45.
  8. Конашенко С. И. Частоты и формы собственных колебаний многопролетных балок с промежуточными упругими опорами и шарнирами / С. И. Конашенко, В. П. Кулябко / Труды ДИИТа. – Д., 1981. – № 220/28. – С. 97–103.
  9. Уманский А. А. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. – М.: Изд-во литературы по строительству. 1973. – 351 с.
  10. Цывильский В. Л. Свободные колебания стержня с упругозаземленными концами, несущего сосредоточенные массы / Труды ВЗПИ. – М., 1967. – Вып. 45.
  11. Рабинович И. М. Приближенный метод расчета периода собственных колебаний многопролетных неразрезных балок / Труды ПТК: Шестой сборник отдела инженерных исследований. – М., 1926.
  12. Солдатов К. И. Некоторые вопросы определения собственных колебаний мостов применительно к проектированию // Вопросы статики и динамики мостов: Межв. сб. науч. тр. / ДИИТ – Д., 1972. – С. 94–103.

Надійшла до редколегії 26.11.03.