

М. М. КЕДРЯ, И. В. ЧУМАК (ДИИТ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЯГОВОГО ПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

На підставі відомої методики побудована математична модель тягового привода електровоза ДЕ1. Наводяться рівняння, структурна схема двигуна як нелінійного об'єкта регулювання, сталі часу ланок структури, індуктивність та інші характеристики.

На основе известной методики построена математическая модель тягового привода электровоза ДЭ1. Приводятся уравнения, структурная схема двигателя как нелинейного объекта регулирования, постоянные времени звеньев структуры, индуктивность и другие характеристики.

A mathematical model of the traction drive of electric locomotive series DE1 has been built on the basis of a well-known methodology. The equations, the structural scheme of the motor as a non-linear regulation object, the time constants of structure units, the induction and other characteristics are provided.

Рассмотрим тяговый двигатель ЭД 141У1, установленный на электровозе ДЭ1. Двигатель имеет последовательное возбуждение с компенсационной обмоткой и дополнительными полюсами. Представим двигатель в виде нелинейного объекта [1] с двумя входными и одной выходной координатой (рис. 1). Входными координатами тягового двигателя являются напряжение U и степень регулирования возбуждения β , а выходной – ток i .



Рис. 1. Эквивалентная структурная схема тягового двигателя

При моделировании используем зависимость

$$i = \frac{U - c\psi\Phi}{R}, \quad (1)$$

где R – активное сопротивление обмоток двигателя; C – постоянный коэффициент; ψ – скорость движения.

Уравнение (1) – неявная функция тока i , так как магнитный поток Φ зависит от i и β . Ее можно определить путем аппроксимации зависимости $c\Phi(i_B)$ зависимостью

$$c\Phi = \frac{\beta i}{A\beta i + B}, \quad (2)$$

где A, B – коэффициенты, подбираемые по магнитной характеристике двигателя методом выравнивания в сочетании с методом наи-

меньших квадратов. Для двигателя ЭД 141У1 $A = 0,02036$ об/В·мин; $B = 8,0554$ об/Ом·мин, [3].

Подставив уравнение (2) в (1), получим

$$i = \frac{U}{R} - \frac{\beta i \psi}{(A\beta i + B)R}. \quad (3)$$

Решив уравнение (3) относительно тока i при заданной скорости ψ , получим статическую характеристику двигателя $i(U, \beta)$

$$i(U, \beta) = \frac{\beta(AU - \psi) - BR}{2AR\beta} + \frac{\sqrt{[BR + \beta(\psi - UA)]^2 + 4ABR\beta U}}{2AR\beta}. \quad (4)$$

При пусковом регулировании до необходимой скорости V поддерживают $\beta = 1$ и изменяют U . Далее при необходимости увеличения скорости движения на заданном соединении тяговых двигателей, сохраняют постоянным U и изменяют β [2].

При исследовании процессов регулирования надо учитывать нелинейность динамических характеристик, которые определяются зависимостью индуктивности двигателя от тока $L(i)$. Линеаризованную модель тягового двигателя при стабилизации скорости регулятором напряжения или тока возбуждения можно преобразовать в систему с нелинейными зависимостями. Для составления уравнений используем упрощенную схему замещения двигателя (рис. 2) с эквивалентным контуром вихревых токов и контуром регулирования возбуждения.

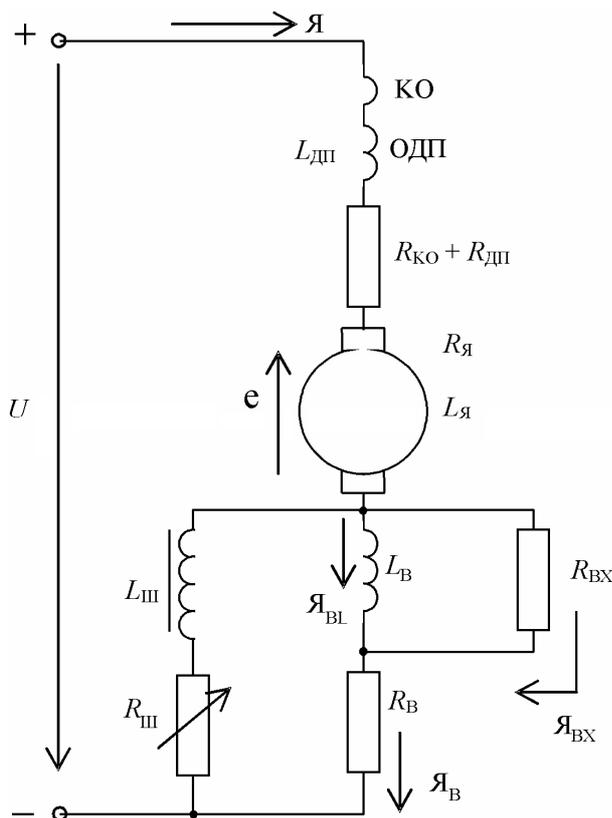


Рис. 2. Схема замещения тягового двигателя

Зависимость тока якоря от напряжения при переходных процессах имеет вид [1]

$$iR + \frac{d\psi(i)}{dt} = U - c\Phi\omega, \quad (5)$$

где $\psi(i) = iL(i)$ – потокосцепление в двигателе;

$$R = R_B + R_{B\beta} + R_{ДП} + R_{КО}.$$

Подставив в выражение (5) индуктивность $L(i)$, получим

$$\frac{di}{dt} \left[L(i) + \frac{idL(i)}{di} \right] + iR = U - c\Phi\omega, \quad (6)$$

где $L(i) = L_{ДП}(i) + L_B(i) + L_{Я} \lim_{x \rightarrow \infty}$ – индуктивность обмоток двигателя.

Уравнение для контура вихревых токов имеет вид

$$\frac{d\psi(i_{BL})}{dt} - i_{BX}R_{BX} = 0, \quad (7)$$

где R_{BX} – сопротивление контура вихревых токов. Для двигателя ЭД 141У1 $R_{BX} = 0,054$ Ом [3]; i_{BX} – ток контура вихревых токов; i_{BL} – ток обмотки возбуждения

$$i_{BL} = i_B - i_{BX}. \quad (8)$$

Так как $\psi(i) = iL(i)$, то уравнение (7) можно преобразовать к виду

$$\frac{di_{BL}}{dt} \left[L_B(i_{BL}) + i_B \frac{dL_B(i_{BL})}{di_{BL}} \right] - i_{BX}R_{BX} = 0. \quad (9)$$

Учитывая, что выражение в скобках представляет собой эквивалентную индуктивность $L_{BЭ}$ нелинейной схемы замещения:

$$L_{BЭ}(i_{BL}) = L_B(i_{BL}) + i_{BL} \frac{dL_B(i_{BL})}{di_{BL}}, \quad (10)$$

то с учетом выражения (8) получим

$$L_{BЭ}(i_{BL}) \frac{di_{BL}}{dt} + i_{BL}R_{BX} = i_B R_{BX}.$$

В операторной форме записи с учетом того, что $L_{BL}(i_{BL})$ определяет броски тока в начальный момент переходного процесса при $L_{BЭ} = \text{const}$

$$(L_{BЭ}p + R_{BX})i_{BL}(p) = i_B(p)R_{BX}. \quad (11)$$

Передаточная функция, связывающая i_B с i_{BL} , имеет вид

$$W_B(p) = \frac{i_{BL}(p)}{i_B(p)} = \frac{1}{T_B p + 1}, \quad (12)$$

где $T_B = \frac{L_{BЭ}}{R_{BX}}$ – постоянная времени контура.

Приняв за $L_{BЭ}$ среднее значение индуктивности из графика $L(i)$ (рис. 3), получим

$$T_B = \frac{8,5 \cdot 10^{-3}}{0,054} \cong 0,2 \text{ с.}$$

Тогда

$$W_B(p) = \frac{1}{0,2p + 1}.$$

Учитывая, что зависимости $F(i)$ и $F(\omega)$ при больших отклонениях можно считать линейными, то:

$$F_K(p) = W_2(p)i(p), \quad (13)$$

$$\omega(p) = W_3'(p)F(p) - W_3''(p)W_B(p), \quad (14)$$

где $W_2(p) = K_2$, $W_3'(p) = \frac{K_3'}{T_3 p + 1}$, $W_3'' = \frac{K_3''}{T_3 p + 1}$.

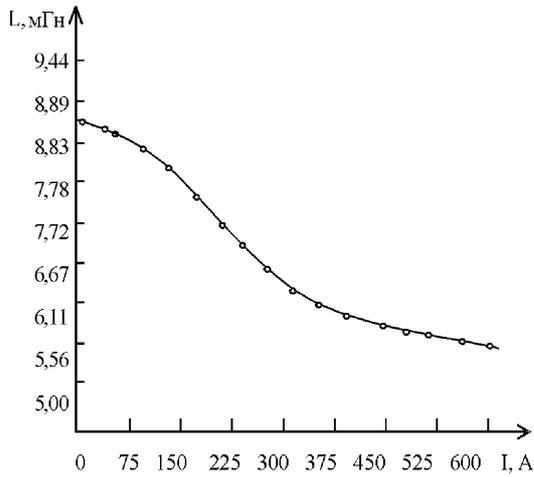


Рис. 3. Индуктивность двигателя

С учетом уравнения

$$i_B = i\beta \quad (15)$$

получим следующую систему нелинейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di}{dt} \left[L(i) + i \frac{dL(i)}{di} \right] + iR = U - c\Phi(i_{BL})\upsilon, \\ R = R_B + R_{KO} + R_{ДП} + R_B\beta, \\ L_{BЭ} \frac{di_{BL}}{dt} + i_{BL}R_{BX} = i_B R_{BX}, \\ i_B = i\beta, \\ F(i) = K_F i, \\ \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{\xi}{1+\gamma} \left[\frac{nF(i)}{mg} - \omega_0 - \omega_\partial \right], \\ c\Phi = f(i_{BL}). \end{array} \right. \quad (16)$$

Физический смысл и значение ξ , γ , n , mg , ω_0 и ω_∂ приведены в [1]. В операторной форме записи уравнения (16) можно записать в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} pi(p) [W_{H1}(p) + W_{H2}(p)i(p)] + \\ + R_B(p)i(p) = U(p) - \\ - W_{H3}(p)\upsilon(p)i_{BL}(p), \\ R(p) = R_A(p) + R_{ДП}(p) + \\ + R_{KO}(p) + W_8(p)\beta(p), \\ i_{BL}(p) = W_9(p)i(p), \\ F(p) = W_2(p)i(p), \\ \upsilon(p) = W_3'(p)F(p) - W_3''(p)W_8(p), \\ i_B(p) = \beta(p)i(p), \end{array} \right. \quad (17)$$

где $W_{H1}(p), W_{H2}(p), W_{H3}(p)$ – нелинейные передаточные функции зависимостей $L(i), \frac{dL(i)}{dt}, c\Phi(i_B)$; $W_8(p) = K_8 = R_B = 0,0269$ (для двигателя ЭД 141У1).

Графики зависимостей $L(i), \frac{dL(i)}{dt}, c\Phi(i_B)$ для двигателя ЭД 141У1 приведены на рис. 3–5.

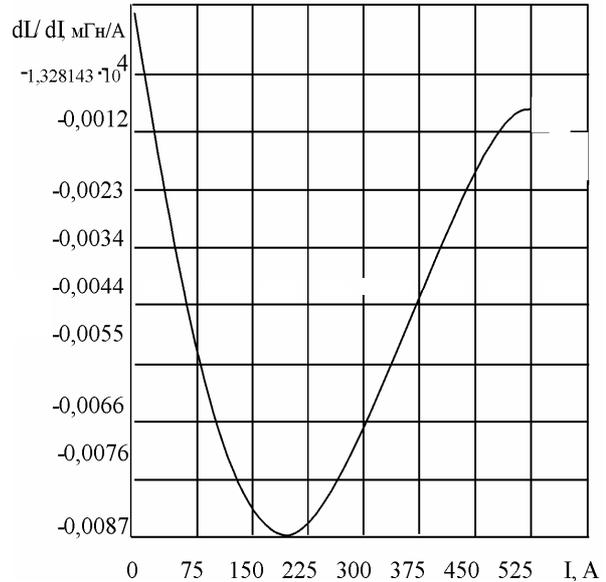


Рис. 4. Производная от индуктивности

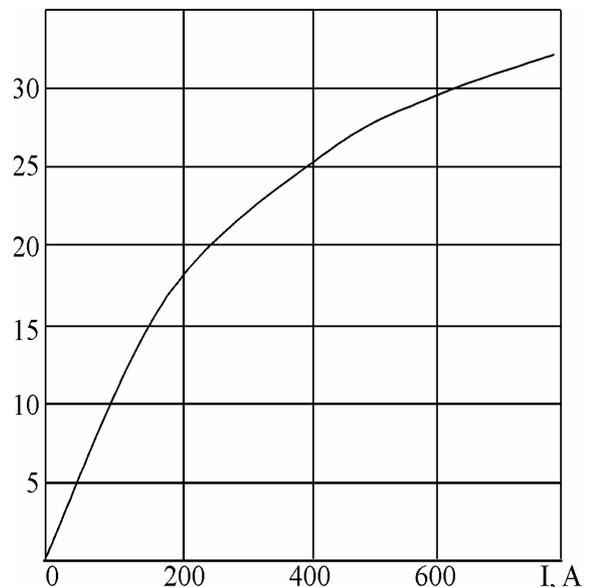


Рис. 5. Магнитная характеристика

На основании системы уравнений (17) можно построить структурную схему тягового двигателя (рис. 6).

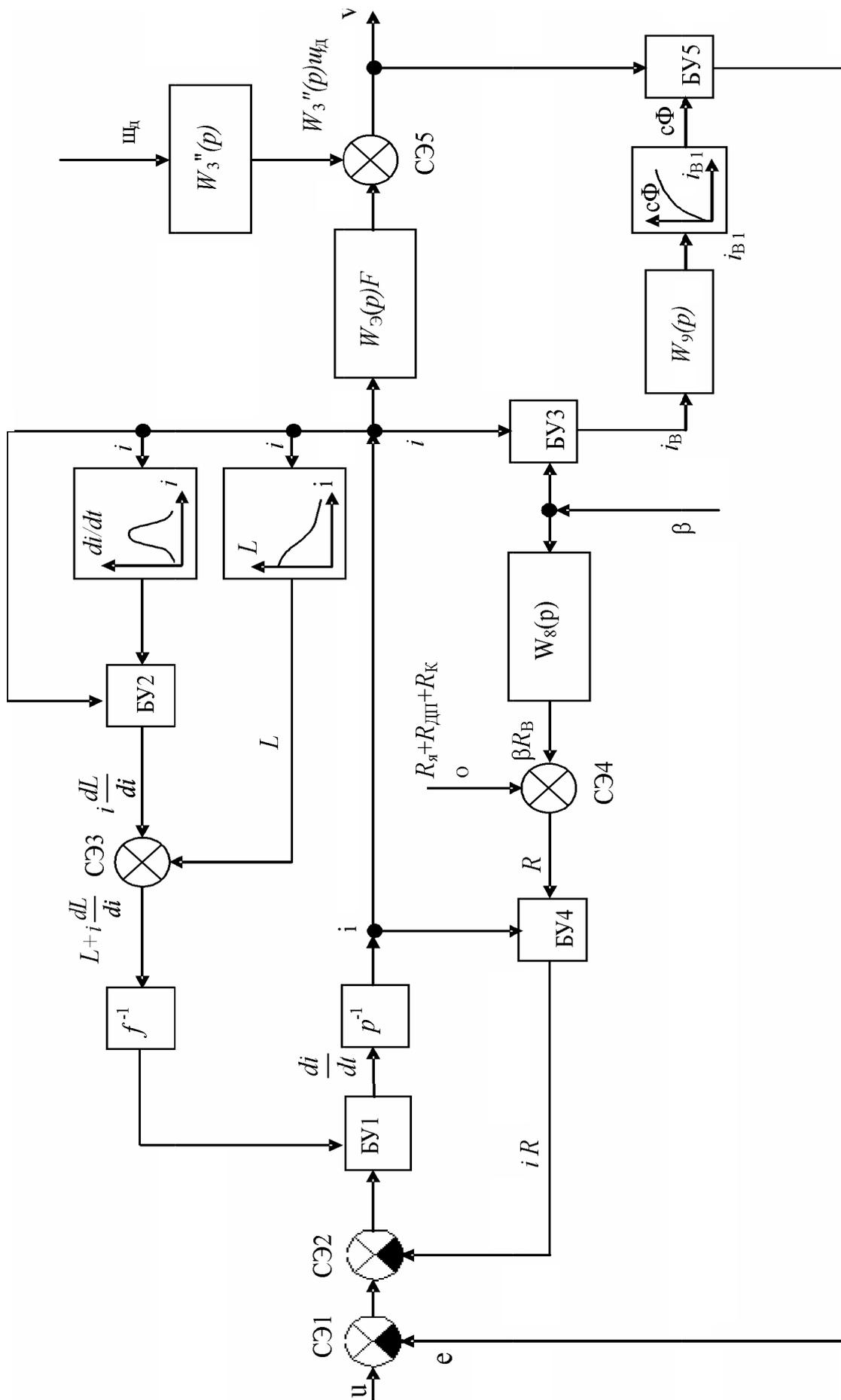


Рис. 6. Структурная схема тягового двигателя

В структурную схему введены сравнивающие элементы СЭ1-5, блоки умножения БУ1-5 и элемент f^{-1} , с помощью которого вычисляется функция, обратная входной $L + i \frac{dL}{dt}$.

Так как длительность переходного процесса при переходе с одной характеристики на другую превышает 0,5 с, то действием вихревых токов на процессы можно пренебречь, считая, что $W_9(p) = 1$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматизация электрического подвижного состава / Под ред. Д. Д. Захарченко. – М.: Транспорт, 1978.
2. Безрученко В. М. Тягові електричні машини електрорухомого складу / В. М. Безрученко, В. К. Варченко, В. В. Чумак. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп., 2003. – 252 с.
3. Электродвигатель постоянного тока тяговый типа ЭД141У1, ЭД141АУ1: Руководство по эксплуатации БИЛТ.652341.002РЭ, 1995.

Поступила в редколлегию 06.04.04.