

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

У роботі розглядається напівмарковська модель процесу експлуатації та наводиться алгоритм оцінки показників надійності електромеханічної системи, який ґрунтується на методі статистичного моделювання (рис. 1) [5].

В работе рассматривается полумарковская модель процесса эксплуатации и приводится алгоритм оценки показателей надежности электромеханической системы, основанный на методе статистического моделирования (рис. 1) [5].

The paper considers the «Polumarkovskaya» model of operation process and suggests an algorithm of electromechanical system reliability performances, based on the methods of statistic modelling (1 fig, 5 references).

Качество любой электромеханической системы (ЭМС), в частности, автоматизированных электроприводов технологических комплексов определяется совокупностью свойств этой системы, в том числе надежностью. Процесс эксплуатации ЭМС позволяет накапливать информацию в двух направлениях: уточнение данных о надежности ее элементов и уточнение оценок надежности системы, полученных на предыдущих этапах «жизненного» цикла. Процедура получения такой информации в процессе эксплуатации и испытаний ЭМС требует больших временных и материальных затрат и во многом определяет структуру систем их технического обслуживания.

Оценку показателей надежности можно осуществить путем моделирования процесса функционирования ЭМС, заключающегося в получении с помощью алгоритма выборки определенного объема из генеральной совокупности. Наиболее удобная математическая модель анализа технического состояния ЭМС может быть получена с помощью аппарата теории полумарковских процессов [1; 2]. Основу такой модели составляет ориентированный граф S основных состояний $S_k \in S$ ($k = \overline{1, N}$) и возможных переходов ЭМС в ходе эксплуатации.

Исчерпывающими характеристиками полумарковского процесса (ПМП) на множестве состояний при известном начальном состоя-

нии S_0 процесса являются матрицы условных функций $F(t) = \|F_{kl}(t)\|$ распределения времени пребывания ЭМС в состоянии S_k до перехода в состояние S_l ($k, l = \overline{1, N}$) и условных вероятностей переходов $P = \|p_{kl}\|$, вложенной в данный ПМП однородной марковской цепи.

Вершина графа состояний и переходов S_K – одно из состояний аппаратуры, когда она либо полностью работоспособна, либо один или несколько из ее определяющих параметров Π_j ($j = \overline{1, N}$) находятся за пределами поля допуска, либо ЭМС находится на техническом обслуживании, либо на ней проводится текущий ремонт и другие состояния. В качестве Π_j основных законов распределения $F_{kl}(t)$ могут быть использованы такие законы, как равномерный, экспоненциальный, нормальный, Вейбулла-Гнеденко и другие [3].

Считая известными вид и параметры функций $F_{kl}(t)$ и значения вероятностей p_{kl} , методика определения показателей надежности ЭМС с использованием метода статистического моделирования основывается на получении достаточного количества реализаций ПМП на заданном интервале времени, представляя процесс эксплуатации ЭМС в виде последовательной смены состояний системы, и последующем расчете выбранных показателей надежности.

На основании графа состояний и возможных переходов ЭМС, характеризуемого матрицей условных вероятностей переходов P и номером исходного (начального) состояния ЭМС S_k^0 , осуществляется выбор направления перехода моделируемого процесса из состояния S_K в S_l . Для этого используется датчик случайных чисел, равномерно распределенных в интервале $(0,1)$, формирующий случайное число ξ_i с заданным законом распределения $F_{kl}(t)$, и проверяется условие

$$\sum_{v=1}^{l-1} p_{kv} < \xi_i \leq \sum_{v=1}^1 p_{kv}, \quad k, l = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Для выбранного перехода γ берется реализация случайной величины времени τ_{kl} , имеющей соответствующую функцию $F_{kl}(t)$. Для каждой r -й реализации ($r = \overline{1, N_p}$) фиксируются значения времени $\tau_{ki, ki+1}$ по каждому γ переходу, текущее время моделирования и номер состояния S_K , в котором полумарковский процесс находится в течение времени τ_{kl} . По этим данным формируются массивы моментов начала (окончания) каждого перехода

$$t_c(\gamma) = \sum_{\gamma=1}^{\gamma_k} \tau_{kl}(\gamma) \quad (2)$$

и среднего суммарного времени пребывания процесса в каждом S_K состоянии графа состояний и переходов

$$t_s(k) = \sum_{\tau=1}^{N_p} \sum_{\gamma=1}^{\gamma_{kr}} \tau_{kl}(\gamma), \quad (3)$$

где γ_{kr} – число переходов в r -й реализации процесса.

По данным массивов $t_c(\gamma)$ и $t_s(k)$ строится гистограмма числа посещений процессом каждого из S_K состояний ($k = \overline{1, N}$) при r -й реализации в виде массива $S^* = \|S_{kx}^*\|$. Для чего время реализации t_p представляется совокупностью временных интервалов $x(x = \overline{1, x_k})$ длительностью или шагом квантования Δt_x , число которых определяется как

$$x_k = \frac{t_p}{\Delta t_x}. \quad (4)$$

При формировании гистограммы сравниваются значения $\tau_{kl}(\gamma)$ с величиной $x\Delta t_x$ и находится наименьшее x , при котором $\tau_{kl}(\gamma) \geq x\Delta t_x$. Каждому состоянию S_K для любого $x = \overline{1, x_k}$ отводится определенная ячейка массива S^* . При попадании величины $\tau_{kl}(\gamma)$ в интервал x содержимое ячейки увеличивается на единицу, а количество ячеек n_γ для данного γ перехода определяется как

$$n_\gamma = \frac{t_c(\gamma) - t_c(\gamma - 1)}{\Delta t_x}. \quad (5)$$

Если на интервале $\tau_{kl}(\gamma)$ не укладывается целое число Δt_x , то в этом случае оставшийся временной участок для перехода γ и момент его окончания либо отбрасывается, либо увеличивается на величину

$$A_1 = \Delta t_x - A_x = \frac{t_c(\gamma)}{\Delta t_x} - \text{integer} \left\lfloor \frac{t_c(\gamma)}{\Delta t_x} \right\rfloor. \quad (6)$$

Время пребывания $\tau_{kl}(\gamma)$ также изменяется и будет

$$\tau_{kl}(\gamma) = \tau_{kl}(\gamma) + \left| \frac{-A_x}{A_1} \right|. \quad (7)$$

Для нахождения объективных устойчивых характеристик процесса требуется его многократное повторение с последующей обработкой полученных результатов. Статистическая устойчивость оценок параметров случайного процесса обеспечивается вычислением их как средних значений по большому количеству реализаций, выбор которых определяется требованиями к точности результатов.

На практике необходимое число реализаций определяется исходя из заданных точности ε и достоверности α согласно соотношению [4]

$$N_p = \frac{\left[\Phi^{-1} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right]^2 \cdot p(1-p)}{\varepsilon^2}, \quad (8)$$

где $\Phi^{-1} \left(\frac{\alpha}{2} \right)$ – функция, обратная функции Лапласа; p – априорное значение рассчитываемой вероятностной характеристики.

Верхняя оценка потребного количества реализаций N_p^* для

$$\alpha = 0,95 \text{ и } \left[\Phi^{-1} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right]^2 = 4,2$$

определяется из условия максимума числителя выражения (8)

$$N_p^* = 1/\varepsilon^2. \quad (9)$$

По результатам N_p^* – кратного моделирования процесса переходов ЭМС производится количественная оценка ее показателей надежности. В частности, значения вероятности пребывания ЭМС в каждом из состояний графа состояний и переходов

$$\Pi_k(x\Delta t_x) = \frac{S_{kk}^*}{N_p^*}, \quad (10)$$

представляющие собой вероятности того, что ЭМС в рассматриваемый момент времени находится в $S_K \in S$ состоянии, и среднего времени пребывания ЭМС в каждом из $S_K \in S$ состояний

$$M_k = \frac{\sum_{r=1}^{N_p^*} \sum_{\gamma=1}^{\gamma_{kr}} \tau_{kl}^{(r)}(\gamma) \frac{1}{q_r}}{N_p^*}, \quad (11)$$

где $r \left(r = \overline{1, N_p^*} \right)$ номер реализации, а q_r – число посещений процессом S_K состояния за r -ю реализацию.

Зная функции $\Pi_k(x\Delta t_x)$, можно определить функцию готовности ЭМС к использованию по назначению как

$$K(x\Delta t_x) = \sum_{k=1}^R \Pi_k(x\Delta t_x), \quad (12)$$

где R – число работоспособных состояний ЭМС в графе состояний и переходов.

Таким образом, метод статистического моделирования обеспечивает получение совокупности дискретных значений показателей в фик-

сированные моменты, которые аппроксимируются аналитическими зависимостями [5] в виде

$$\Phi_k(t) = a_{k0} + \sum_{v=1}^{v_k} a_{kv} t^v, \quad (13)$$

где a_{kv} , N , v – соответственно значения коэффициентов аппроксимации, число аппроксимируемых функций и степень аппроксимирующего полинома.

В соответствии с изложенным составлен алгоритм статистического моделирования, схема которого представлена на рис. 1.

Исходными данными алгоритма статистического моделирования являются:

- 1) вид и параметры законов распределения $F_{kl}(t) \left(k, l = \overline{1, N} \right)$ времени пребывания ЭМС в S_K состоянии до перехода в состояние S_l ;
- 2) матрица условных вероятностей переходов $P = \| p_{kl} \|$;
- 3) величина шага квантования Δt_x , число работоспособных состояний R и начальное состояние S_k^0 ЭМС;
- 4) значение точности ε и достоверности α получаемых результатов моделирования;
- 5) продолжительность реализации моделируемого процесса t_p ;
- 6) количество точек аппроксимации m и степень аппроксимирующего полинома v_k .

В результате решения задачи должны быть получены:

- 1) функции вероятностей состояний $\Pi_k(t) \left(k = \overline{1, N} \right)$ ЭМС;
- 2) функция готовности $K(t)$ ЭМС;
- 3) среднее время пребывания M_K ЭМС в каждом из $S_K \in S$ состояний графа состояний и переходов.

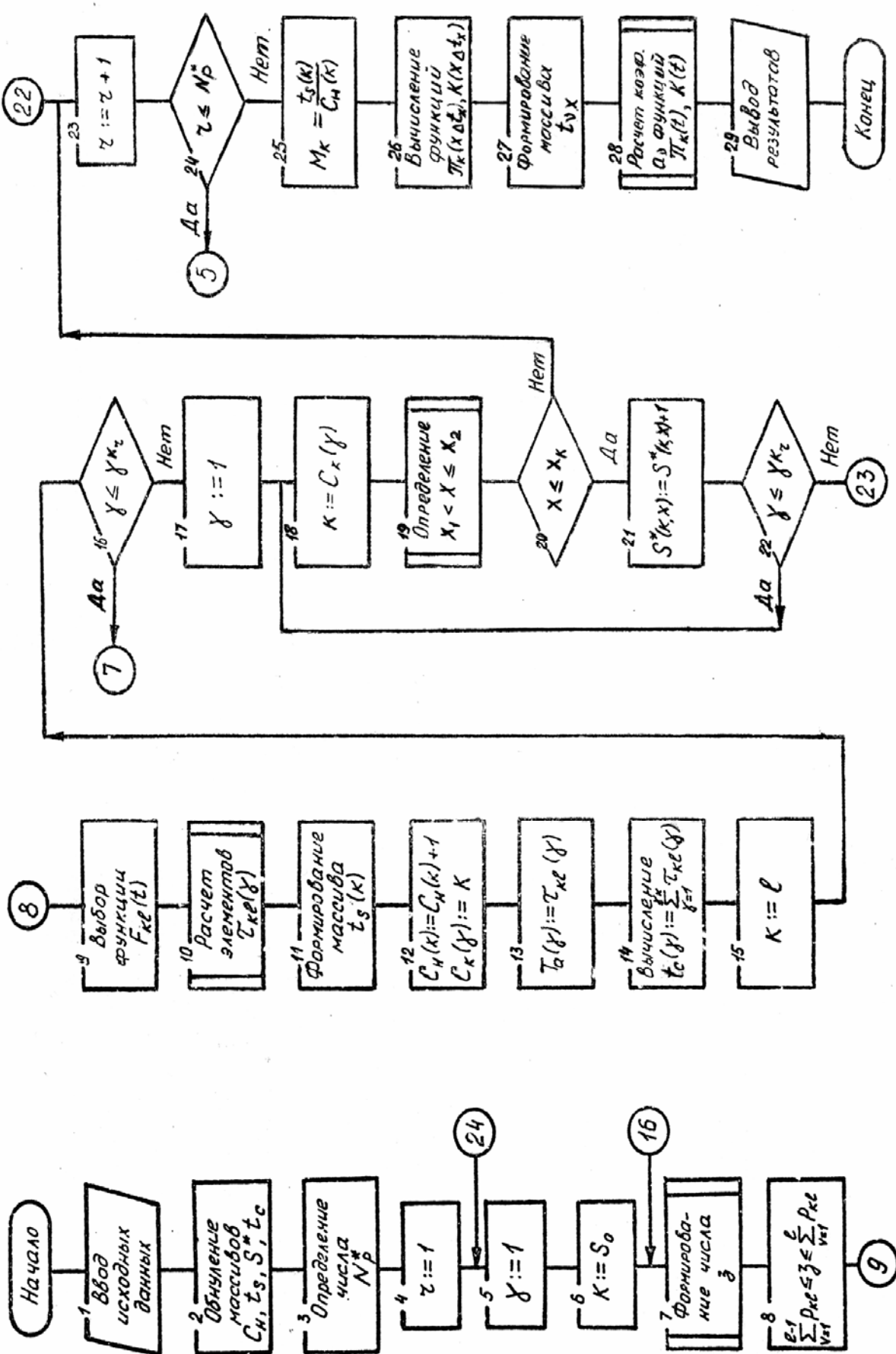


Рис. 1. Схема алгоритма статистического моделирования

Символы схемы алгоритма, приведенной на рис. 1, выполняют следующие операции. Символ 1. Ввод исходных данных. Символ 2. Обнуление массивов среднего суммарного времени пребывания ЭМС в $S_K \in S$ состояний $t_s(k)$ и моментов времени начала (окончания) переходов $t_c(\gamma)(\gamma = \overline{1, \gamma_{kr}})$, обнуление соответственно счетчиков $S^*(k, x)$ и $C_{in}(k)$ числа попаданий моделируемого процесса в состояние S_K на шаге $x(x = \overline{1, x_k})$ квантования и на всем интервале его r -й $(r = \overline{1, N_p^*})$ реализации. Символ 3. Расчет необходимого числа реализаций N_p^* моделируемого процесса. Символ 4. Формирование первой реализации. Символ 5. Счет числа переходов процесса $\gamma(\gamma = \overline{1, \gamma_{kr}})$. Символ 6. Выбор начального состояния S_k^0 ЭМС. Символ 7. Формирование случайного числа ξ , равномерно распределенного в интервале $(0,1)$ с использованием датчика случайных чисел (ДСЧ). Символ 8. Выбор направления перехода, т. е. состояния $S_l(l = \overline{1, N})$, моделируемого процесса из состояния S_K согласно формуле (1). Символ 9. Выбор по номеру признака функции $F_{kl}(t)$, соответствующей данному γ переходу. Символ 10. Формирование случайного числа $\tau_{kl}(\gamma)$ с заданным законом распределения. Символ 11. Счет среднего суммарного времени $t_s(t)(k)$ согласно (3). Символ 12. Счет числа попаданий процесса в S_K состояние и фиксация номера этого состояния на каждом переходе его r -й реализации. Символ 13. Формирование массива $T_a(\gamma)$ значений времени $\tau_{kl}(\gamma)$ по каждому j переходу в r -й реализации процесса. Символ 14. Формирование массива моментов времени начала (окончания) переходов $t_c(\gamma)$ согласно выражению (2). Символ 15. Выбор номера строки матрицы P для определения направления очередного перехода моделируемого процесса. Символ 16. Проверка условия, все ли переходы r -й реализации рассмотрены. Символ 17. Выбор первого перехода r -й реализации. Символ 18. Чтение номера S_K состояния, соответ-

ствующего γ переходу. Символ 19. Определение моментов начала X_1 и окончания X_2 перехода γ и расчет количества занимаемых им ячеек согласно формуле (5), сдвигая моменты начала (окончания) переходов в ту или иную сторону (формулы (5–7)). Символ 20. Проверка условия: не выходит ли текущее значение x за пределы интервала моделирования процесса эксплуатации ЭМС. Символ 21. Формирование гистограммы числа посещений S_{kx}^0 . Символ 22. Проверка условия окончания перебора всех γ_{kr} переходов моделируемого процесса. Символ 23. Счет числа реализаций процесса r $(r = \overline{1, N_p^*})$. Символ 24. Проверка условия окончания перебора всех N_p^* реализаций процесса. Символы 25, 26. Расчет среднего времени M_k пребывания ЭМС в S_K состоянии функций $\Pi_k(x\Delta t_x)$ и $K(x\Delta t_x)$ в соответствии с выражениями (10), (11) и (12). Символ 27. Формирование массива в виде матрицы

$$T(v = \overline{1, v_k + 1}, x = \overline{1, x_k})$$

для аппроксимации дискретных значений полученных функций. Символ 28. Расчет коэффициентов аппроксимации a_{kv} согласно (13). Символ 29. Вывод результатов моделирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Барлоу Р. Математическая теория надежности / Р. Барлоу, Ф. Прошан; Под ред. Б. В. Гнеденко. – М.: Советское радио, 1969. – 389 с.
2. Кажан В. Е. Модель оценки качества системы технического обслуживания электромеханических комплексов / В. Е. Кажан, И. В. Котлярова // Транспорт: Збір. наук. пр. – Д., 2001. – Вип. 7.
3. Королюк В. С. Полумарковские процессы и их приложения / В. С. Королюк, А. Ф. Турбин – К.: Наук. думка, 1976. – 184 с.
4. Бусленко И. П. Моделирование сложных систем. 3-е изд. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
5. Фаддеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. 2-е изд. – М.–Л.: Физматгиз, 1963. – 734 с.

Поступила в редколлегию 04.05.04.