УДК: 629.423.1:31

В. Е. ВАСИЛЬЕВ (ДИИТ)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ ФУНКЦИИ СКОРОСТИ И СИЛЫ ТЯГИ

Для аналізу стабільності характеристик методами теорії імовірностей і математичної статистики наведені вирази для визначення математичного очікування і дисперсії швидкості та сили тяги з урахуванням нелінійності функцій.

Для анализа стабильности характеристик методами теории вероятностей и математической статистики приведены выражения для определения математического ожидания и дисперсии скорости и силы тяги с учетом нелинейности функций.

For the analysis of stability of characteristics by the methods of probability theory and mathematical statistics, the paper suggests the forms for determination of expectancy and dispersion of speed and tractive force, with account of nonlinearity of functions.

При эксплуатации электровозов неизбежно возникают расхождения в скоростных и электротяговых характеристиках. Это вызывается прежде всего несовпадением характеристик самих двигателей, и наличием разности диаметров колес электровозов. Различие в характеристиках вызывает расхождение протекающих токов в ветвях электровоза (особенно на параллельном соединении), что неизбежно приводит к различным усилиям тяги на ободе колес электровозов. Вследствие этого ухудшаются условия работы электровоза, повышается вероятность срыва на боксование отдельных колесных пар.

В связи с этим, отметим необходимость умения в эксплуатации оценивать эти расхождения и то влияние, которое они оказывают на работу электровоза. Это означало бы решить задачу об оценке стабильности тяговых свойств электровоза.

Рассмотрим зависимость скорости движения электровоза, которая определяется соотношением

$$V = \frac{D\left(U - I\sum R\right)}{c_1 \Phi}, \tag{1}$$

где D – диаметр бандажа колесной пары, м; V – скорость движения, км/час; U – напряжение на зажимах двигателя, В; I – ток двигателя, А; $\sum R$ – суммарное сопротивление обмоток двигателя и пускового реостата в цепи якоря, Ом; c_1 – постоянная двигателя, учитывающая передаточное отношение редуктора и конструктивные параметры, без учета диаметра бандажа колесной пары; Ф – магнитный поток, Вб.

Из (1) следует, что скорость двигателя является функцией величин $D, U, I, \sum R, \Phi$ со случайными их отклонениями от номинальных значений. Данная характеристика двигателя $F\left(D, U, I, \sum R, \Phi\right)$ должна быть рассмотрена как функция n-мерных случайных величин с учетом корреляционных связей, которая сама будет также случайной величиной.

При определении скорости движения электровоза постоянная c_1

$$c_1 = 0{,}1885 \frac{1}{\mu} \cdot \frac{pN}{60a}, \tag{2}$$

где μ – значение передаточного отношения; p – число пар полюсов; N – число активных проводников якоря; a – число пар параллельных ветвей обмотки якоря.

В последствии может представить интерес вопрос учета существенных связей между рядом параметров, например, влияние различного износа шестерен, возможной эллиптичности колесных пар по кругу катания и т. п. В нашем примере примем, что в процессе реализации вращающего момента, величина передаточного отношения непрерывно меняется, в среднем своем значении оставаясь постоянной.

Для учета корреляционных связей рассмотрим способ, основанный на разложении функции нескольких случайных аргументов в ряд Тейлора с последующим применением теорем о числовых характеристиках функций произвольного числа случайных аргументов [1].

Рассмотрим частные производные от (1). При этом примем обозначение математического ожидания случайной величины как обозначение с горизонтальной чертой вверху над соответствующей случайной величиной:

$$\left.\begin{aligned} &M[D]=\bar{D}, M[U]=\bar{U}, M[I]=\bar{I},\\ &M\left[\sum R\right]=\bar{R}, M[\Phi]=\bar{\Phi}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Тогда получаем (4). Вводя центрированные величины, получаем выражение (1) в виде выражения (5). Применяя к выражению (5) операцию математического ожидания, имеем выражение (6).

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial V}{\partial D}=\frac{\bar{U}-\bar{I}\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}},\frac{\partial V}{\partial U}=\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}},\frac{\partial V}{\partial I}=-\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}},\frac{\partial V}{\partial\sum R}=-\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}},\frac{\partial V}{\partial \Phi}=-\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\bar{R}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2},\\
&\frac{\partial^2 V}{\partial D^2}=0,\frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^2}=2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\bar{R}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^3},\frac{\partial^2 V}{\partial U^2}=0,\frac{\partial^2 V}{\partial I^2}=0,\frac{\partial^2 V}{\partial\sum R^2}=0,\frac{\partial^2 V}{\partial D\partial I}=-\frac{\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}},\\
&\frac{\partial^2 V}{\partial D\partial\sum R}=-\frac{\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}},\frac{\partial^2 V}{\partial D\partial\Phi}=-\frac{\bar{U}-\bar{I}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2},\frac{\partial^2 V}{\partial D\partial U}=\frac{1}{c_1\bar{\Phi}},\frac{\partial^2 V}{\partial U\partial I}=0,\frac{\partial^2 V}{\partial U\partial\sum R}=0,\\
&\frac{\partial^2 V}{\partial U\partial\Phi}=-\frac{\bar{D}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2},\frac{\partial^2 V}{\partial I\partial\sum R}=-\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}},\frac{\partial^2 V}{\partial I\partial\Phi}=\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2},\frac{\partial^2 V}{\partial\sum R\partial\Phi}=\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$V=\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\cdot\bar{R}\right)}{c_1\bar{\Phi}}+\frac{\bar{U}-\bar{I}\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{D}+\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{U}-\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{I}-\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{R}-\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\bar{R}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{\Phi}+2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\bar{R}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^3}\left(\overset{o}{\Phi}\right)^2+$$

$$+\frac{1}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{D}\overset{o}{U}-\frac{\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{D}\overset{o}{I}-\frac{\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{D}\overset{o}{R}-\frac{\bar{U}-\bar{I}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{D}\overset{o}{\Phi}-\frac{\bar{D}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{U}\overset{o}{\Phi}-\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}}\overline{IR}+\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{I}\overset{o}{\Phi}+\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{R}\overset{o}{\Phi}.$$

$$+2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\bar{R}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^3}\left(\overset{o}{\Phi}\right)^2+\frac{1}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{D}\overset{o}{U}-\frac{\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{D}\overset{o}{I}-\frac{\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}}\overset{o}{D}\overset{o}{R}-\frac{\bar{U}-\bar{I}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{D}\overset{o}{\Phi}-$$

$$-\frac{\bar{D}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{U}\overset{o}{\Phi}-\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}}\overline{IR}+\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{I}\overset{o}{\Phi}+\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\overset{o}{R}\overset{o}{\Phi}. \qquad (5)$$

$$M[V]=\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\bar{R}\right)}{c_1\bar{\Phi}}+2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\bar{I}\bar{R}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^3}D[\Phi]+\frac{1}{c_1\bar{\Phi}}R[D*U]-\frac{\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}}R[D*I]-$$

$$-\frac{\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}}R[D*R]-\frac{\bar{U}-\bar{I}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}R[D*\Phi]-\frac{\bar{D}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}R[U*\Phi]+\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}}R[I*R]+$$

$$+\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}R[I*\Phi]+\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}R[R*\Phi]. \qquad (6)$$

Определяя дисперсию правой и левой части выражения (5), воспользуемся выражением [2]

$$D[Z]=D\left[\sum_{i=1}^{n}Y_i\right]=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}R_{ij}\,, \qquad (7)$$

где двойная сумма распространяется на все элементы корреляционной матрицы системы величин $\left(Y_1,Y_2,...,Y_n\right)$, содержащей как корреляционные моменты, так и дисперсии.

$$D[V]=\left(\frac{\bar{U}-\overline{IR}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[D]+\left(\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[U]-\left(\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[I]-\left(\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[R]-\left(\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\right)^2 D[\Phi]+$$

$$+\left(2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^3}\right)^2 D\left[(\Phi)^2\right]+\left(\frac{1}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[D*U]-\left(\frac{\bar{R}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[D*I]-\left(\frac{\bar{I}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[D*R]-$$

$$-\left(\frac{\bar{U}-\overline{IR}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\right)^2 D[D*\Phi]-\left(\frac{\bar{D}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\right)^2 D[U*\Phi]-\left(\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 D[I*R]+\left(\frac{\bar{D}\bar{R}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\right)^2 D[I*\Phi]+$$

$$+\left(\frac{\bar{D}\bar{I}}{c_1\left(\bar{\Phi}\right)^2}\right)^2 D[R*\Phi]+2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[D*U]-2\frac{\bar{D}\bar{R}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{\left(c_1\Phi\right)^2}R[D*I]-$$

$$-2\frac{\bar{D}\bar{I}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[D*R]-2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[D*\Phi]+4\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[D*(\Phi)^2\right]+$$

$$+2\frac{\bar{U}-\overline{IR}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[D*DU]-2\frac{\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)\bar{R}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[D*DI]-2\frac{\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)\bar{I}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[D*DR]-$$

$$-2\frac{\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[D*D\Phi]-2\frac{\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)\bar{D}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[D*U\Phi]-2\frac{\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)\bar{D}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[D*IR]+$$

$$+2\frac{\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)\bar{D}\bar{R}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[D*I\Phi]+2\frac{\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)\bar{D}\bar{I}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[D*R\Phi]-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[U*I]-$$

$$-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[U*R]-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[U*\Phi]+4\frac{\left(\bar{D}\right)^2\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[U*(\Phi)^2\right]+$$

$$+2\frac{\bar{D}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[U*DU]-2\frac{\bar{D}\bar{R}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[U*DI]-2\frac{\bar{D}\bar{I}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[U*DR]-2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}\times$$

$$\times R[U*D\Phi]-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[U*U\Phi]-2\left(\frac{\bar{D}}{c_1\bar{\Phi}}\right)^2 R[U*IR]+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[U*I\Phi]+$$

$$+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[U*R\Phi]+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[I*R]+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[I*\Phi]-$$

$$-4\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[I*(\Phi)^2\right]-2\frac{\bar{D}\bar{R}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[I*DU]+2\frac{\bar{D}\left(\bar{R}\right)^2}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[I*DI]+$$

$$+2\frac{\bar{D}\bar{R}\bar{I}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R[I*DR]+2\frac{\bar{D}\bar{R}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[I*D\Phi]+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R[I*U\Phi]+$$

$$+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[I*IR\right]-2\frac{\left(\bar{D}\bar{R}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[I*I\Phi\right]-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\overline{IR}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[I*R\Phi\right]+$$

$$+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[R*\Phi\right]-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[R*\left(\Phi\right)^2\right]-2\frac{\overline{DI}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[R*DU\right]+$$

$$+2\frac{\overline{DIR}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[R*DI\right]+2\frac{\bar{D}\left(\bar{I}\right)^2}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[R*DR\right]+2\frac{\overline{DI}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[R*D\Phi\right]+$$

$$+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[R*U\Phi\right]+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[R*IR\right]-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\overline{IR}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[R*I\Phi\right]-$$

$$-2\frac{\left(\overline{DI}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[R*R\Phi\right]-4\frac{\left[\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)\right]^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^5}R\left[\Phi*\left(\Phi\right)^2\right]-2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[\Phi*DU\right]+$$

$$+2\frac{\overline{DR}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[\Phi*DI\right]+2\frac{\overline{DI}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[\varPhi*DR\right]+2\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\varPhi}\right)^4}\times$$

$$\times R\left[\varPhi*D\Phi\right]+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[\varPhi*U\Phi\right]+2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[\varPhi*IR\right]-$$

$$-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[\Phi*I\Phi\right]-2\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[\Phi*R\Phi\right]+$$

$$+4\frac{\overline{DI}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[\left(\Phi\right)^2*DR\right]-4\frac{\bar{D}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^5}R\left[\left(\Phi\right)^2*D\Phi\right]-$$

$$-4\frac{\left(\bar{D}\right)^2\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^5}R\left[\left(\Phi\right)^2*U\Phi\right]-4\frac{\left(\bar{D}\right)^2\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^4}R\left[\left(\Phi\right)^2*IR\right]+$$

$$+4\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{R}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\varPhi}\right)^5}R\left[\left(\varPhi\right)^2*I\Phi\right]+4\frac{\left(\bar{D}\right)^2\bar{I}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\varPhi}\right)^5}R\left[\left(\Phi\right)^2*R\Phi\right]-$$

$$-2\frac{\bar{R}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[DU*DI\right]-2\frac{\bar{I}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[DU*DR\right]-2\frac{\bar{U}-\overline{IR}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[DU*D\Phi\right]-$$

$$-2\frac{\bar{D}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[DU*U\Phi\right]-2\frac{\bar{D}}{c_1^2\left(\bar{\varPhi}\right)^2}R\left[DU*IR\right]+2\frac{\overline{DR}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[DU*I\Phi\right]+$$

$$+2\frac{\overline{DI}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[DU*R\Phi\right]+2\frac{\overline{RI}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[DI*DR\right]+2\frac{\bar{R}\left(\bar{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}\times$$

$$\times R\left[DI*D\Phi\right]+2\frac{\overline{RD}}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}R\left[DI*U\Phi\right]+2\frac{\overline{RD}}{\left(c_1\bar{\Phi}\right)^2}R\left[DI*IR\right]-2\frac{\bar{D}\left(\bar{R}\right)^2}{c_1^2\left(\bar{\Phi}\right)^3}\times$$

$$\times R\left[DI*I\Phi\right]-2\frac{\overline{R}\overline{DI}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[DI*R\Phi\right]+2\frac{\overline{I}\left(\overline{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[DR*D\Phi\right]+$$

$$+2\frac{\overline{DI}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[DR*U\Phi\right]+2\frac{\overline{DI}}{\left(c_1\overline{\Phi}\right)^2}R\left[DR*IR\right]-2\frac{\overline{DIR}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[DR*I\Phi\right]-$$

$$-2\frac{\overline{D}\left(\overline{I}\right)^2}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[DI*R\Phi\right]+2\frac{\overline{D}\left(\overline{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^4}R\left[D\Phi*U\Phi\right]+2\frac{\overline{D}\left(\overline{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}\times$$

$$\times R\left[D\Phi*IR\right]-2\frac{\overline{D}\overline{R}\left(\overline{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^4}R\left[D\Phi*I\Phi\right]-2\frac{\overline{DI}\left(\overline{U}-\overline{IR}\right)}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^4}\times$$

$$\times R\left[D\Phi*R\Phi\right]+2\frac{\left(\overline{D}\right)^2}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[U\Phi*IR\right]-2\frac{\left(\overline{D}\right)^2\overline{R}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^4}R\left[U\Phi*I\Phi\right]-$$

$$-2\frac{\left(\overline{D}\right)^2\overline{I}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^4}R\left[U\Phi*R\Phi\right]-2\frac{\left(\overline{D}\right)^2\overline{R}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[IR*I\Phi\right]-2\frac{\left(\overline{D}\right)^2\overline{I}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^3}R\left[IR*R\Phi\right]+$$

$$+2\frac{\left(\overline{D}\right)^2\overline{IR}}{c_1^2\left(\overline{\Phi}\right)^4}R\left[I\Phi*R\Phi\right]. \quad (8)$$

Сила тяги, развиваемая одной осью колесной пары локомотива, может быть получена исходя из соотношения

$$F=k_1\frac{pN}{\pi a}\frac{\mu}{D}\Phi I\eta, \quad (9)$$

где k_1 – переводной коэффициент, равный 3,6; η – коэффициент полезного действия,

$$\eta=\eta_{\text{м.м}}\eta_{\text{з}}, \quad (10)$$

где $\eta_{\text{м.м}}$ – коэффициент, учитывающий магнитные и механические потери; $\eta_{\text{з}}$ – коэффициент полезного действия зубчатой передачи.

Примем обозначение $c_2=k_1\dfrac{pN}{\pi a}\mu$ – коэффициент, учитывающий передаточное отношение редуктора и конструктивные параметры двигателя. Тогда выражение силы тяги, приведенной к ободу бандажа колесной пары, принимает вид:

$$F=c_2\frac{\Phi I}{D}\eta. \quad (11)$$

Рассмотрим частные производные от (11)

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial F}{\partial\Phi}=c_2\frac{\overline{I}}{\overline{D}}\overline{\eta},\ \frac{\partial F}{\partial I}=c_2\frac{\overline{\Phi}}{\overline{D}}\overline{\eta},\ \frac{\partial F}{\partial D}=-c_2\frac{\overline{\Phi}\overline{I}}{\left(\overline{D}\right)^2}\overline{\eta},\ \frac{\partial F}{\partial\eta}=c_2\frac{\overline{\Phi}\overline{I}}{\overline{D}},\ \frac{\partial^2F}{\partial\Phi^2}=0,\ \frac{\partial^2F}{\partial I^2}=0,\ \frac{\partial^2F}{\partial\eta^2}=0,\\
&\frac{\partial^2F}{\partial D^2}=2c_2\frac{\overline{\Phi}\overline{I}}{\left(\overline{D}\right)^3}\overline{\eta},\ \frac{\partial^2F}{\partial\Phi\partial I}=c_2\frac{\overline{\eta}}{\overline{D}},\ \frac{\partial^2F}{\partial\Phi\partial D}=-c_2\frac{\overline{I}}{\left(\overline{D}\right)^2}\overline{\eta},\ \frac{\partial^2F}{\partial\Phi\partial\eta}=c_2\frac{\overline{I}}{\overline{D}},\ \frac{\partial^2F}{\partial I\partial D}=-c_2\frac{\overline{\Phi}}{\left(\overline{D}\right)^2}\overline{\eta},\\
&\frac{\partial^2F}{\partial I\partial\eta}=c_2\frac{\overline{\Phi}}{\overline{D}},\ \frac{\partial^2F}{\partial D\partial\eta}=-c_2\frac{\overline{\Phi}\overline{I}}{\left(\overline{D}\right)^2}.
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

В (12), кроме ранее принятых обозначений (3), примем обозначение математического ожидания коэффициента полезного действия как значение соответствующей случайной величины с горизонтальной чертой вверху:

$$M\left[\eta\right]=\overline{\eta}. \quad (13)$$

Вводя центрированные величины, получаем выражение (11) в виде

$$F = c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{\bar D}\bar\eta + c_2\frac{\bar I}{\bar D}\bar\eta\overset{o}{\Phi} + c_2\frac{\bar\Phi}{\bar D}\bar\eta\overset{o}{I} -$$

$$-c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}\bar\eta\overset{o}{D} + c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{\bar D}\overset{o}{\eta} + 2c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^3}\bar\eta\left(\overset{o}{D}\right)^2 +$$

$$+c_2\frac{\bar\eta}{\bar D}\overset{o}{\Phi}\overset{o}{I} - c_2\frac{\bar I}{(\bar D)^2}\bar\eta\overset{o}{\Phi}\overset{o}{D} + c_2\frac{\bar I}{\bar D}\overset{o}{\Phi}\overset{o}{\eta} -$$

$$-c_2\frac{\bar\Phi}{(\bar D)^2}\bar\eta\overset{o}{I}\overset{o}{D} + c_2\frac{\bar\Phi}{\bar D}\overset{o}{I}\overset{o}{\eta} - c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}\overset{o}{D}\overset{o}{\eta}. \quad (14)$$

Применяя к выражению (14) операцию математического ожидания, имеем

$$M[F] = c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{\bar D}\bar\eta + 2c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^3}\bar\eta D[D] +$$

$$+c_2\frac{\bar\eta}{\bar D}R[\Phi I] - c_2\frac{\bar I}{(\bar D)^2}\bar\eta R[\Phi D] +$$

$$+c_2\frac{\bar I}{\bar D}R[\Phi\eta] - c_2\frac{\bar\Phi}{(\bar D)^2}\bar\eta R[ID] +$$

$$+c_2\frac{\bar\Phi}{\bar D}R[I\eta] - c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}R[D\eta]. \quad (15)$$

Выражение для определения дисперсии силы тяги получим аналогично (8), распространяя суммирование на все члены корреляционной матрицы

$$D[F] = \left(c_2\frac{\bar I}{\bar D}\bar\eta\right)^2 D[\Phi] + \left(c_2\frac{\bar\Phi}{\bar D}\bar\eta\right)^2 D[I] - \left(c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}\bar\eta\right)^2 D[D] + \left(c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{\bar D}\right)^2 D[\eta] + \left(2c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^3}\bar\eta\right)^2 \times$$

$$\times D\left[(D)^2\right] + \left(c_2\frac{\bar\eta}{\bar D}\right)^2 D[\Phi I] - \left(c_2\frac{\bar I}{(\bar D)^2}\bar\eta\right)^2 D[\Phi D] + \left(c_2\frac{\bar I}{\bar D}\right)^2 D[\Phi\eta] - \left(c_2\frac{\bar\Phi}{(\bar D)^2}\bar\eta\right)^2 D[ID] +$$

$$+\left(c_2\frac{\bar\Phi}{\bar D}\right)^2 D[I\eta] - \left(c_2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}\right)^2 D[D\eta] + 2c_2^2\frac{\bar I\bar\Phi}{(\bar D)^2}(\bar\eta)^2 R[\Phi*I] - 2c_2^2\frac{\bar\Phi(\bar I)^2}{(\bar D)^3}(\bar\eta)^2 R[\Phi*D] +$$

$$+2c_2^2\frac{\bar\Phi(\bar I)^2}{(\bar D)^2}\bar\eta R[\Phi*\eta] + 4c_2^2\frac{\bar\Phi(\bar I)^2}{(\bar D)^4}(\bar\eta)^2 R\left[\Phi*(D)^2\right] + 2c_2^2\frac{\bar I}{(\bar D)^2}(\bar\eta)^2 R[\Phi*\Phi I] -$$

$$-2c_2^2\frac{(\bar I)^2}{(\bar D)^3}(\bar\eta)^2 R[\Phi*\Phi D] + 2c_2^2\left(\frac{\bar I}{\bar D}\right)^2\bar\eta R[\Phi*\Phi\eta] - 2c_2^2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^3}(\bar\eta)^2 R[\Phi*ID] + 2c_2^2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}\times$$

$$\times\bar\eta R[\Phi*I\eta] - 2c_2^2\frac{\bar\Phi(\bar I)^2}{(\bar D)^3}\bar\eta R[\Phi*D\eta] - 2c_2^2\frac{(\bar\Phi)^2\bar I}{(\bar D)^3}(\bar\eta)^2 R[I*D] + 2c_2^2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^3}(\bar\eta)^2 R[I*\Phi D] +$$

$$+2c_2^2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}\bar\eta R[I*\Phi\eta] - 2c_2^2\frac{(\bar\Phi)^2}{(\bar D)^3}(\bar\eta)^2 R[I*ID] + 2c_2^2\left(\frac{\bar\Phi}{\bar D}\right)^2\bar\eta R[I*I\eta] - 2c_2^2\frac{(\bar\Phi)^2\bar I}{(\bar D)^3}\bar\eta\times$$

$$\times R[I*D\eta] - 2c_2^2\frac{(\bar\Phi\bar I)^2}{(\bar D)^3}\bar\eta R[D*\eta] - 4c_2^2\frac{(\bar\Phi\bar I)^2}{(\bar D)^5}(\bar\eta)^2 R\left[D*(D)^2\right] - 2c_2^2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^3}(\bar\eta)^2 R[D*\Phi I] +$$

$$+2c_2^2\frac{\bar\Phi(\bar I)^2}{(\bar D)^4}(\bar\eta)^2 R[D*\Phi D] - 2c_2^2\frac{\bar\Phi(\bar I)^2}{(\bar D)^3}\bar\eta R[D*\Phi\eta] + 2c_2^2\frac{(\bar\Phi)^2\bar I}{(\bar D)^4}(\bar\eta)^2 R[D*ID] -$$

$$-2c_2^2\frac{(\bar\Phi)^2\bar I}{(\bar D)^4}\bar\eta R[D*I\eta] + 2c_2^2\frac{(\bar\Phi\bar I)^2}{(\bar D)^4}\bar\eta R[D*D\eta] + 4c_2^2\frac{(\bar\Phi\bar I)^2}{(\bar D)^4}\bar\eta R\left[\eta*(D)^2\right] + 2c_2^2\frac{\bar\Phi\bar I}{(\bar D)^2}\times$$

$$\times\bar{\eta}R\left[\eta*\Phi I\right]-2c_2^2\frac{\bar{\Phi}\left(\bar{I}\right)^2}{\left(\bar{D}\right)^3}\bar{\eta}R\left[\eta*\Phi D\right]+2c_2^2\frac{\bar{\Phi}\left(\bar{I}\right)^2}{\left(\bar{D}\right)^2}R\left[\eta*\Phi\eta\right]-2c_2^2\frac{\left(\bar{\Phi}\right)^2\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^3}\bar{\eta}R\left[\eta*ID\right]+$$

$$+2c_2^2\frac{\left(\bar{\Phi}\right)^2\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^2}R\left[\eta*I\eta\right]-2c_2^2\frac{\left(\bar{\Phi}\bar{I}\right)^2}{\left(\bar{D}\right)^3}R\left[\eta*D\eta\right]+4c_2^2\frac{\bar{\mathit{\Phi}}\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^4}\left(\bar{\eta}\right)^2R\left[\left(D\right)^2*\mathit{\Phi}I\right]-4c_2^2\frac{\bar{\mathit{\Phi}}\left(\bar{I}\right)^2}{\left(\bar{D}\right)^5}\times$$

$$\times\left(\bar{\eta}\right)^2R\left[\left(D\right)^2*\mathit{\Phi}D\right]+4c_2^2\frac{\bar{\mathit{\Phi}}\left(\bar{I}\right)^2}{\left(\bar{D}\right)^4}\bar{\eta}R\left[\left(D\right)^2*\mathit{\Phi}\eta\right]-4c_2^2\frac{\left(\bar{\mathit{\Phi}}\right)^2\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^5}\left(\bar{\eta}\right)^2R\left[\left(D\right)^2*ID\right]+$$

$$+4c_2^2\frac{\left(\bar{\mathit{\Phi}}\right)^2\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^4}\bar{\eta}R\left[\left(D\right)^2*I\eta\right]-4c_2^2\frac{\left(\bar{\mathit{\Phi}}\bar{I}\right)^2}{\left(\bar{D}\right)^5}\bar{\eta}R\left[\left(D\right)^2*D\eta\right]+2c_2^2\frac{\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^3}\left(\bar{\eta}\right)^2R\left[\Phi I*\Phi D\right]+$$

$$+2c_2^2\frac{\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^2}\bar{\eta}R\left[\Phi I*\Phi\eta\right]-2c_2^2\frac{\bar{\mathit{\Phi}}}{\left(\bar{D}\right)^3}\left(\bar{\eta}\right)^2R\left[\Phi I*ID\right]+2c_2^2\frac{\bar{\mathit{\Phi}}}{\left(\bar{D}\right)^2}\bar{\eta}R\left[\Phi I*I\eta\right]-2c_2^2\times$$

$$\times2c_2^2\frac{\bar{\Phi}\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^3}\bar{\eta}R\left[\mathit{\Phi}D*I\eta\right]+2c_2^2\frac{\bar{\Phi}\left(\bar{I}\right)^2}{\left(\bar{D}\right)^4}\bar{\eta}R\left[\mathit{\Phi}D*D\eta\right]-2c_2^2\frac{\bar{\Phi}\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^3}\bar{\eta}R\left[\mathit{\Phi}\eta*ID\right]+$$

$$+2c_2^2\frac{\left(\bar{\Phi}\right)^2\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^4}\bar{\eta}R\left[ID*D\eta\right]-2c_2^2\frac{\left(\bar{\Phi}\right)^2\bar{I}}{\left(\bar{D}\right)^3}R\left[I\eta*D\eta\right].\qquad(16)$$

По приведенным выше выражениям можно определить значения математического ожидания и дисперсии характеристик любого электровоза с коллекторными тяговыми двигателями последовательного возбуждения. Сопоставляя числовые значения слагаемых в выражениях, можно выделить такие, которые имеют наибольшую величину («вес»). Практически это значит, что отклонения характеристик будут определяется прежде всего именно этими слагаемыми.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Исаев И. П. Стабильность характеристик электрических локомотивов. – М.: Трансжелдориздат, 1956. – 120 с.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

Поступила в редколлегию 27.02.04.