

## ВЗАЄМОДІЯ МОСТОВИХ КОНСТРУКЦІЙ З РУХОМИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

При проектуванні й експлуатації мостів різних систем часто зіштовхуються з надмірними коливаннями пролітних будівель під тимчасовим навантаженням. З іншого боку, розроблений цілий ряд конструкцій гасителів, що можуть бути приведені до опорних демпферів. Розрахунок таких конструкцій представлений у даній роботі.

При проектировании и эксплуатации мостов разрезных систем часто сталкиваются с чрезмерными колебаниями пролетных строений под временной нагрузкой. С другой стороны, разработано целый ряд конструкций гасителей, которые могут быть приведены к опорным демпферам. Расчет таких конструкций представлен в данной работе.

Often is collided at designing and operation of bridges of gapped systems with excessive oscillations of superstructures under a temporary load. On the other hand, there are some number of extinguishers constructions, which can be reduced to abutment dampers. Calculation of such structures is considered in this article.

Як свідчить світовий досвід, використання нових високоміцних матеріалів приводить до зменшення поперечних перетинів, і, як результат, збільшення гнучкості сучасних конструкцій. Поряд з цим велике значення зараз набуло збільшення динамічних навантажень на прогінні будови через збільшення швидкостей руху та класу навантаження. На фоні цих тенденцій велике значення набувають проблеми динаміки конструкцій та гасіння вимушених коливань. Розроблено багато типів гасителів, призначених для гасіння вимушених коливань. Деякі з них наведені в літературі [1]. Але, не зважаючи на велику кількість методів розрахунку конструкцій,

розроблених на даний момент, здійснення достатньо точного розрахунку прогінної будови з урахуванням гасителів залишається проблематичним.

У даній роботі наведена спроба розрахунку вимушених коливань прогінної будови моста з гідродемпферами, що розташовані в опорних перетинах та перешкоджають повороту цього перетину при згинанні балки. Коливання викликані пульсуючим навантаженням, розподіленим за довжиною.

Розглянемо вимушені коливання прогінної будови з гідродемпферами, що розташовані по кінцях балки, як показано на рис. 1.

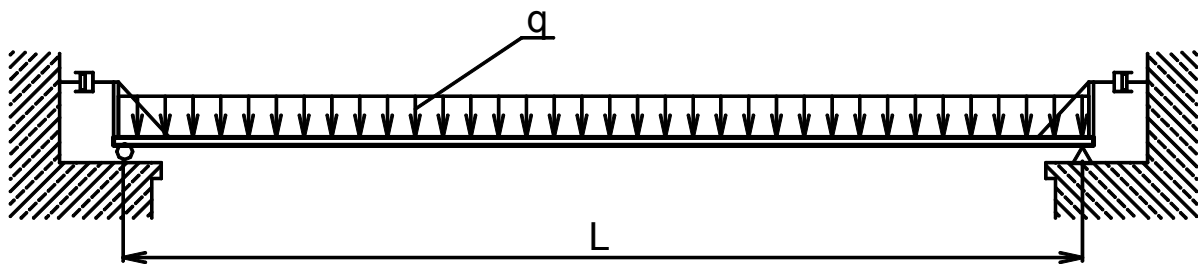


Рис. 1. Розрахункова схема прогінної будови

Використовуючи відомі перетворення Журавського і рівняння зігнутої осі балки, маємо вираз:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\frac{1}{EI} \cdot \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -\frac{1}{EI} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x};$$

$$-\frac{1}{EI} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{1}{EI} \cdot q(x, t). \quad (1)$$

Коливання викликані пульсуючим навантаженням, розподіленим по довжині балки  $p \sin(\omega t)$ .

Інтенсивність погонного навантаження на балку буде дорівнювати:

$$q(x, t) = p \sin \omega t + M_1 \sigma_2(x) + M_2 \sigma_2(x - L) - m \ddot{y}(x, t) - h \dot{y}(x, t), \quad (2)$$

де  $M_1$  та  $M_2$  – моменти, що утворюються демпферами.

Після перетворень одержуємо рівняння:

$$y'''' + s^2(\ddot{y} + 2\epsilon\dot{y}) = P(t, x), \quad (1)$$

де

$$P(t, x) = \frac{p}{EI} \cos \omega t + \frac{M_1}{EI} \sigma_2(x) + \frac{M_2}{EI} \sigma_2(x-L), \quad (2)$$

$$s^2 = \frac{m}{EI}; \quad 2\epsilon s^2 = \frac{h}{EI}; \quad M = F_d \cdot h. \quad (3)$$

$F_d$  – сила, що виникає в демпфері.

Сила реакції демпфера буде дорівнювати (рис. 2):

$$F_d = \beta \cdot \dot{y}_d, \quad (4)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт опору демпфера, кг/с;  $\dot{y}_d$  – швидкість штока демпфера, м/с.

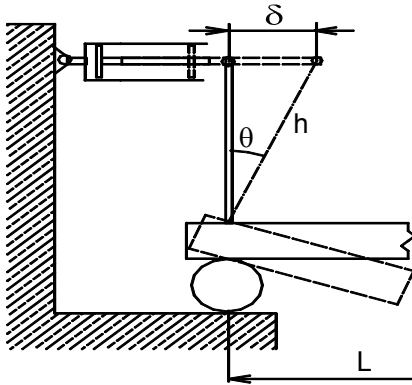


Рис.2. Схема улаштування гідродемпфера

З рис. 2 видно, що:

$$\delta = h \sin \theta = h\theta \quad (\text{при малому куті } \theta),$$

$$\dot{y}_d = \dot{\theta} \cdot h = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t \partial x} \cdot h. \quad (5)$$

Розв'язок будемо шукати у формі ряду:

$$y(x, t) = X_1(x)T_1(t) + X_2(x)T_2(t) + \dots \quad (6)$$

де  $X(x)$  – фундаментальна функція по  $x$ ;  $T(t)$  – фундаментальна функція по часу,

Функцію  $X(x)$  будемо знаходити за допомогою функцій Крилова у вигляді:

$$X(x) = C \sin kx + D \cos kx + N \operatorname{sh} kx + R \operatorname{ch} kx \quad (7)$$

Довільні сталі інтегрування  $C$ ,  $D$ ,  $N$  та  $R$  визначаються з граничних умов (див. рис. 1):

$$x=0; \quad \text{а) } y=0; \quad \text{в) } M=0;$$

$$x=L; \quad \text{б) } y=0; \quad \text{г) } M=0.$$

Граничні умови (в) і (г) взяті з припущення, що опорні моменти, викликані впливом демпферів, практично не впливають на форму коли-

вань. Підставивши умови а)...г) у вираз (7) та виконавши деякі перетворення, для функції  $X(x)$  маємо вираз

$$X(x) = \sin \frac{n\pi}{L} x, \quad (n=1, 2, 3, \dots). \quad (8)$$

Отже, існує незліченна кількість функцій  $X(x)$ , що задовольняють умову (1). Ці функції називаються характеристичними і визначають собою форми коливань. Кожній формі коливань відповідає своя частота вільних коливань, що визначається за формулою

$$\theta_n = \sqrt{\frac{k_n^4}{s^2}} = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad (n=1, 2, 3, \dots). \quad (9)$$

Розв'язок  $y(t, x)$  будемо шукати у вигляді ряду за фундаментальними функціями:

$$y(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{n\pi}{L} x. \quad (10)$$

Для цього зовнішнє навантаження

$$P = \frac{p}{EI} \cos \omega t + \frac{M_1}{EI} \sigma_2(x) + \frac{M_2}{EI} \sigma_2(x-L) \quad (11)$$

розкладаємо в ряд Фур'є за синусами, і маємо

$$\frac{2}{L} \int_0^L d \sin \frac{n\pi}{L} x \cdot dx = \begin{cases} \frac{4p}{n\pi EI}; & \Rightarrow (n=1, 3, 5, \dots) \\ 0; & \Rightarrow (n=2, 4, 6, \dots) \end{cases} \quad (12)$$

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{M_1}{EI} \sigma_2(x) \sin \frac{n\pi}{L} x \cdot dx = \frac{2n\pi}{EI \cdot L^2} M_1. \quad (13)$$

Аналогічно знайдемо

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{M_2}{EI} \sigma_2(x-L) \sin \frac{n\pi}{L} x \cdot dx = \begin{cases} \frac{2n\pi}{EI \cdot L^2} M_2 \Rightarrow n=(1, 3, \dots) \\ -\frac{2n\pi}{EI \cdot L^2} M_2 \Rightarrow n=(2, 4, \dots) \end{cases} \quad (14)$$

Як можна побачити з виразу (14),  $n$  знаходиться в чисельнику, а отже, даний ряд розходиться. Фізично це пояснюється тим, що вплив згинального моменту збільшується із збільшенням форми коливань, але в сумарних коливаннях балки, як доведено практикою, вплив наступних доданків настільки малий, що ним можна знехтувати, тому правомірно обмежитись урахуванням декількох форм.

Цікавим є той факт, що у випадку, коли ряд  $M_1$  знакосталий, ряд  $M_2$  - знакопочередний, що можна пояснити різними знаками кутів поворо-

ту на опорних перерізах при парних формах коливань.

Підставляючи цей розв'язок у рівняння (10), після групування подібних та деяких перетворень маємо:

$$\ddot{T}_n + 2\varepsilon\dot{T}_n + \theta^2 T_n = \begin{cases} \frac{4p}{n\pi n} \cos\omega t - \frac{2n\pi}{mL^2} M_1 - \frac{2n\pi}{mL^2} M_2 \Rightarrow n=(1,3,\dots) \\ -\frac{2n\pi}{mL^2} M_1 + \frac{2n\pi}{mL^2} M_2 \Rightarrow n=(2,4,\dots) \end{cases} \quad (15)$$

Одержані рівняння достатньо важко розв'язати аналітично. У літературі [2] розглянуто методику розв'язання таких рівнянь з позицій нелінійної механіки, використовуючи метод кусочно-лінійної апроксимації. У даному випадку ми маємо дещо складнішу праву частину рівняння, в якій величини  $M_1$  та  $M_2$  є змінними за часом та переміщенням та визначаються за формулою (3). Практичні результати одержано на прикладі прогінної будови під пі-

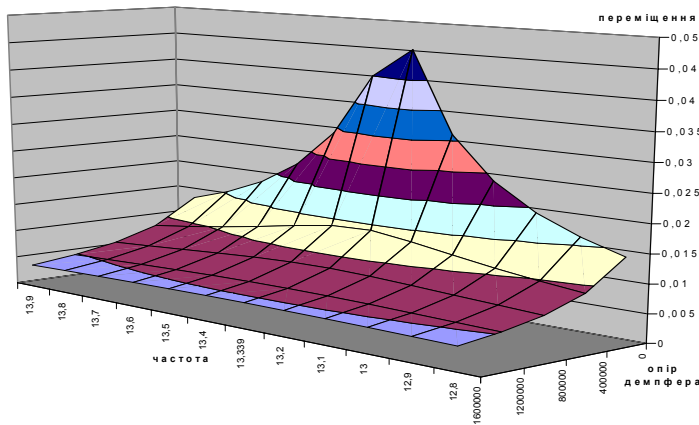


Рис. 3. Графік залежності амплітуди переміщення середини прогону від частоти збурення та в'язкості демпферів

З наведеного графіка можна побачити суттєвий ефект зменшення амплітуд коливань при збільшенні в'язкості опорних демпферів. Як і припускалося, від приєднання до системи динамічних в'язей (гідродемпферів) її власна частота не змінилася – резонансна частота практично не змінюється при зміні в'язкості демпферів. Важливою характеристикою даної системи є максимальні поздовжні зусилля, що діють на демпфери (рис. 4).

Даний графік описує випадок, коли система знаходиться в режимі резонансу ( $\omega = 13,339$  рад/с). Можна зробити висновок, що поздовжні зусилля в демпфері досить незначні, що також

сходісне навантаження з розрахунковим прогнозом  $L_p=32.7$  м та відповідними розрахунковими характеристиками.

Інтенсивність зовнішнього навантаження визначалася у відповідності до методики, яка запропонована в роботі [3]. Розрахунки проводились у широкому діапазоні частот зовнішнього навантаження (12,8...15 рад/с) та в'язкості опорних демпферів ( $0...3 \cdot 10^6$  кг/с) з урахуванням тільки першої форми коливань.

Розрахунки проводилися за допомогою комп'ютерної програми, що втілила в себе методику розв'язання рівняння (15), що описана в роботі [2] з урахуванням формул (3), (4) та (5). Результати розрахунків зведено у тривимірну поверхню (рис. 3), де зображена залежність амплітуди переміщення центру балки від частоти зовнішнього навантаження та в'язкості опорних демпферів.

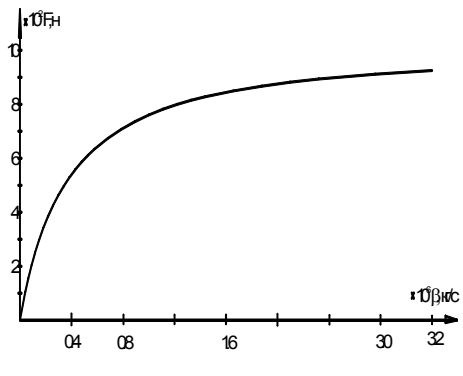


Рис. 4. Залежність поздовжнього зусилля від в'язкості демпфера

свідчить на користь цього методу гасіння коливань.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Загора А.Л., Казакевич М.И. Гашение колебаний мостовых конструкций / Под ред. Н.Г.Бондаря. – М.: Транспорт, 1983. – 134 с.
2. Марочка В.В. Метод кусочно-лінійної апроксимації в задачах про поперечні коливання механічних систем. – Львів, 2004.
3. Казей И.И., Казей С.И. Воздействие пешеходов на пролетные строения мостов / Под ред. И.И. Казея / Исследование работы мостовых конструкций в процессе строительства и эксплуатации. – М.: Транспорт, 1982.