УДК 629.4.083

В. В. ЛАГУТА, М. І. КАПІЦА (ДІІТ)

ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНІВ ОДНОТИПНОГО ЛОКОМОТИВНОГО ПАРКУ (ВЛ8) ПРИДНІПРОВСЬКОЇ ЗАЛІЗНИЦІ

У статті розглядається прогнозування стаціонарного режиму станів парку локомотивів ВЛ8 на підставі рівнянь Колмогорова теорії масового обслуговування та оптимізаційної задачі з використанням даних спостережень.

В статье рассматривается прогнозирование стационарного режима парка локомотивов ВЛ8 на основе уравнений Колмогорова теории массового обслуживания и оптимизационной задачи с использованием данных наблюдения.

The article considers prognostication of the stationary mode of the fleet of VL8 locomotives on the basis of Kolmogorov′s equations of the mass service theory and optimization task, with the use of observation data.

Парк поїзних локомотивів, депо або залізниці мають особливу властивість, яка зустрічається в різних областях техніки. З одного боку, парк – це система, яка характеризується властивими тільки їй законами розподілу загальних властивостей великої кількості однотипних елементів, які входять до неї. Такі системи та їх характеристики розглядаються та вивчаються методами математичної статистики та теорії ймовірностей.

З іншого боку, локомотивний парк – це сукупність ідентичних по конструкції та призначенню машин, але які відрізняються одна від одної такими важливими індивідуальними характеристиками як технічний стан, «вік» та іншими, які змінюються не випадковим чином, а під дією закономірних об'єктивних процесів (залежно від часу або об'єму виконаної роботи).

У багатьох випадках роботу підприємства (депо, залізниці) подають, як деяку систему масового обслуговування (СМО). Для формування рекомендацій важливо не те як протікає виробничий процес у часі (t), а важливий стаціонарний режим $(t \to \infty)$. По математичній моделі сталого режиму можна отримати деякі загальні характеристики роботи підприємства. По характеристиках стаціонарного режиму формують виробничу стратегію управління підприємством. Наведені в статті результати є частиною досліджень, які проводяться ДІІТом відповідно до плану виконання науково-дослідних робіт по вдосконаленню системи утримання парку локомотивів на Придніпровській залізниці в рамках «Програми розвитку рухомого складу на 2002–2005 рр.».

Дослідженням стаціонарного режиму СМО присвяченні роботи В. Феллера, Л. Клейнрок, Е. С. Вентцель, Л. А. Овчарова, Б. В. Гнеденко, В. С. Пугачова та ін. Питання математичного моделювання для проведення аналізу роботи підприємств залізничного транспорту освітлені в роботах А. А. Босова, Б. Є. Боднаря (структурне моделювання).

Метою даної роботи є прогнозування стаціонарного режиму підприємства (на прикладі парку локомотивів ВЛ8 Придніпровської залізниці) за допомогою оптимізаційної задачі. Це обумовлено тим фактом, що у багатьох випадках інтенсивності переходів і вірогідності станів системи (у нашому випадку парк локомотивів) часто невідомі, тому в статті запропонований варіант їх визначення на підставі статистичних даних.

Для визначення стану парку локомотивів у стаціонарному режимі розглянемо парк локомотивів як систему масового обслуговування X с дискретною кількістю станів і неперервним часом [1; 2].

Початковими даними є статистика (спостереження) по кожному локомотиву про те, в якому стані він знаходився в поточний момент часу. Спостереження були надані через кожні 12 годин роботи парку локомотивів за термін з 05.03.2001 р. по 31.12.2002 р. Як стани окремого локомотива прийнято: x_3 – локомотив у поїзній роботі; x_4 – локомотив в очікуванні роботи; x_5 – локомотив у резерві; x_6 – локомотив у заводському ремонті; x_7 – локомотив у ПР-2; x_8 – локомотив у ПР-1; x_9 –

локомотив у ТО-3; x_{10} – локомотив у ПР-3; x_{11} – локомотив у неплановому ремонті; x_{12} – локомотив на маневровій роботі; x_{13} – локомотив на закритті; x_{14} – локомотив у оренді ПМС.

Об'єднаємо стани x_6, x_7, x_8, x_{10} в один стан x_6 і назвемо цей стан плановими ремонтами. Побудуємо граф [3] станів парку локомотивів $\Gamma(X)$, рис. 1.

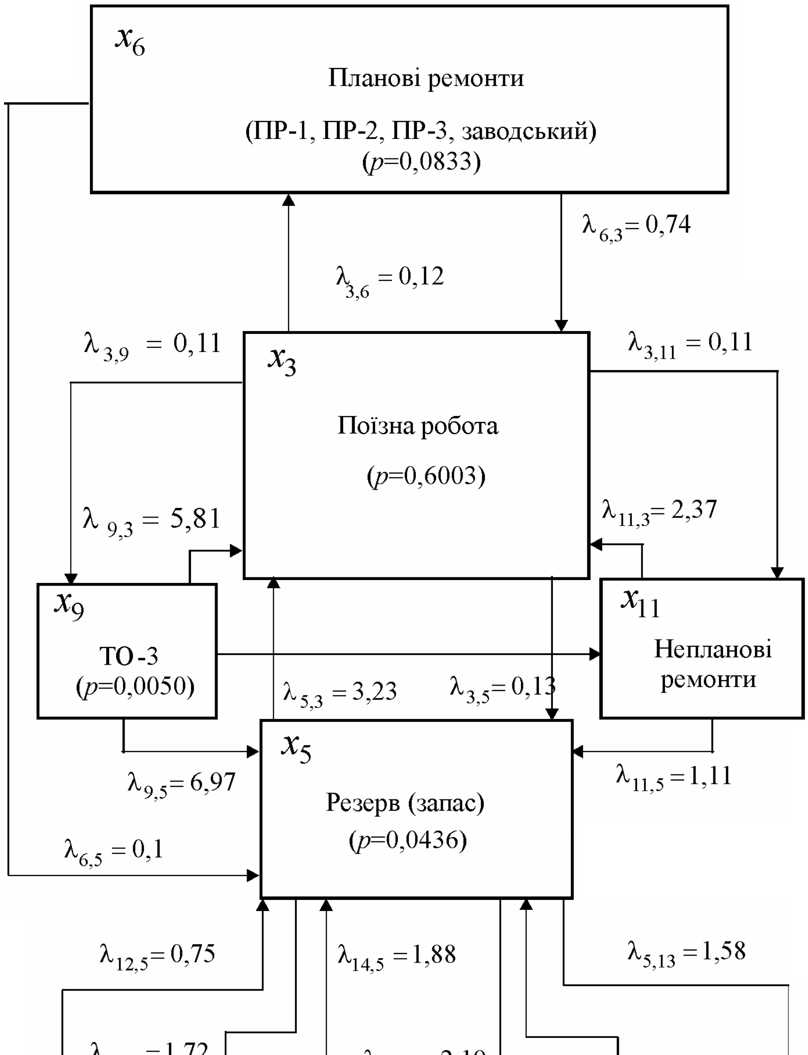

Рис. 1. Граф $\Gamma(X)$ станів парку локомотивів ВЛ8

Будемо вважати, що в нашій системі масового обслуговування X протікає випадковий процес з дискретними станами x_6, x_3, x_9, x_{11}, x_5, x_{12}, x_{14}, x_{13}.

Проаналізуємо граф $\Gamma(X)$. Вершинам графа відповідають стани локомотивів [4]. Стрілками позначено можливі переходи з одного стану в інший. Граф є орієнтованим. На графі відсутні джерела і поглинаючі (кінцеві) стани. Всі стани транзитивні (у будь-який час система може увійти та вийти з нього). Ізольовані стани відсутні. З проведеного аналізу графа $\Gamma(X)$ можна зробити висновок, що граф є ергодичним [1].

Будемо вважати що перехід системи із стану x_i в стан x_j (i, j – номер стану) відбувається під впливом пуассонівського потоку подій з інтенсивністю $\lambda_{ij}(t)$ [локомотив/12 год].

Перехід із стану x_i в стан x_j відбувається в момент, коли настає перша подія потоку.

Нехай потік подій, який переводить систему з одного стану в інший буде незалежним, тоді випадковий процес, що протікає в системі *X*, буде марковським [5]. У силу зроблених припущень стани нашої системи можна описати диференціальними рівняннями Колмогорова [6].

Нехай величини $p_i = p_i(t)$, $i \in I = \{6, 3, 9, 5, 11, 12, 14, 13\}$ відповідають ймовірності перебування локомотива в *i*-му стані. Для того, щоб розв'язати систему диференціальних рівнянь Колмогорова необхідно задати початкові умови для p_i і задати інтенсивності переходів λ_{ij} з одного стану в інший. У стаціонарному режимі

$$p_i = \text{conct}, \quad i \in I$$

марковський процес вважатимемо однорідним

$$\lambda_{ij} = \text{conct}, \quad i, j \in I .$$

Система диференціальних рівнянь Колмогорова перетвориться в систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} \left(-\lambda_{6,3} - \lambda_{6,5}\right) p_6 + \lambda_{3,6} p_3 = 0, \\ \left(-\lambda_{3,6} - \lambda_{3,9} - \lambda_{3,11} - \lambda_{3,5}\right) p_3 + \lambda_{6,3} p_6 + \\ +\lambda_{9,3} p_9 + \lambda_{5,3} p_5 + \lambda_{11,3} p_{11} = 0, \\ \left(-\lambda_{9,3} - \lambda_{9,5}\right) p_9 + \lambda_{3,9} p_3 = 0, \\ \left(-\lambda_{5,3} - \lambda_{5,12} - \lambda_{5,13} - \lambda_{5,14}\right) p_5 + \lambda_{3,5} p_3 + \\ +\lambda_{9,5} p_9 + \lambda_{6,5} p_6 + \lambda_{11,5} p_{11} + \\ +\lambda_{13,5} p_{13} + \lambda_{14,5} p_{14} + \lambda_{12,5} p_{12} = 0, \\ \left(-\lambda_{11,3} - \lambda_{11,5}\right) p_{11} + \lambda_{9,11} p_9 + \lambda_{3,11} p_3 = 0, \\ -\lambda_{12,5} p_{12} + \lambda_{5,12} p_5 = 0, \\ -\lambda_{14,5} p_{14} + \lambda_{5,14} p_5 = 0, \\ -\lambda_{13,5} p_{13} + \lambda_{5,13} p_5 = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Систему (1), якщо відомі інтенсивності відмов звичайно розв'язують таким чином. З системи (1) виключають одне з рівнянь і добавляють рівняння

$$\sum_{i \in J} p_i = 1 . \qquad (2)$$

У нашому випадку в системі (1) невідомі як інтенсивності λ_{ij}, так і ймовірності p_i. Щоб визначити ймовірності p_i перебування локомотива в *i*-му стані в усталеному (стаціонарному) режимі $(t \to \infty)$ поступимо таким чином. Апроксимуємо вибірку по кожному стану залежністю

$$p_i(t) = c_i + a_i e^{-b_i \cdot t}, \qquad (3)$$

де $p_i(t)$ – емпірична ймовірність перебування локомотива в *i*-му стані в час *t*; a_i, b_i, c_i – коефіцієнти, які слід визначити по вибірці *i*-го стану.

Позначимо $\tilde{p}_i = \lim_{t \to \infty} p_i(t)$ – емпіричні ймовірності *i*-го стану в усталеному режимі.

Після апроксимації статистичних даних по залежності (3) отримано значення емпіричних ймовірностей в усталеному режимі:

$$\tilde{p}_3 = 0,4759, \quad \tilde{p}_5 = 0,1300,$$

$$\tilde{p}_6 = 0,1387, \quad \tilde{p}_9 = 0,045,$$

$$\tilde{p}_{11} = 0,0856, \quad \tilde{p}_{12} = 0,0335,$$

$$\tilde{p}_{13} = 0,064, \quad \tilde{p}_{14} = 0,0645.$$

Визначені емпіричні ймовірності можна підставити в систему рівнянь (2), (3), розв'язавши яку, отримаємо необхідні значення інтенсивності переходів λ_{ij}. Але ми маємо 9 лінійних рівнянь з 18 невідомими (відносно λ_{ij}), а, як відомо [7], така система може мати не один розв'язок. Позначимо $P = \left(p_3, p_5, p_6, p_9, p_{11}, p_{12}, \; p_{13}, p_{14}\right)^T$ – вектор ймовірностей стану локомотива і $\Lambda = \left[\Lambda_{ij}\right]_{8\times 8}$ – матриця складена з коефіцієнтів при ймовірностях p_i в системі (1), де

$$\begin{aligned} &\Lambda_{1,1} = \lambda_{3,6},\ \Lambda_{1,3} = -\lambda_{6,3} - \lambda_{6,5}, \\ &\Lambda_{2,1} = -\lambda_{3,6} - \lambda_{3,9} - \lambda_{3,11} - \lambda_{3,5}, \Lambda_{2,2} = \lambda_{5,3}, \\ &\Lambda_{2,6} = \lambda_{6,3}, \Lambda_{2,4} = \lambda_{9,3}, \Lambda_{2,5} = \lambda_{11,3}, \\ &\Lambda_{3,1} = \lambda_{3,9}, \Lambda_{3,4} = -\lambda_{9,3} - \lambda_{9,5}, \Lambda_{4,1} = \lambda_{3,5}, \\ &\Lambda_{4,3} = \lambda_{6,5}, \Lambda_{4,2} = -\lambda_{5,3} - \lambda_{5,12} - \lambda_{5,13} - \lambda_{5,14}, \\ &\Lambda_{4,4} = \lambda_{9,5}, \Lambda_{4,5} = \lambda_{11,5}, \Lambda_{4,7} = \lambda_{13,5}, \\ &\Lambda_{5,1} = \lambda_{3,11}, \Lambda_{5,4} = \lambda_{9,11}, \Lambda_{5,5} = -\lambda_{11,3} - \lambda_{11,5}, \\ &\Lambda_{6,2} = \lambda_{5,12}, \Lambda_{6,6} = -\lambda_{12,5}, \Lambda_{7,2} = \lambda_{5,14}, \\ &\Lambda_{7,18} = -\lambda_{14,5}, \Lambda_{8,2} = \lambda_{5,13}, \Lambda_{8,7} = -\lambda_{13,5}, \end{aligned}$$

інші $\lambda_{ij} = 0$. Тепер систему (1) перепишемо в матричному вигляді $\Lambda \mathrm{P} = 0$.

Сформулюємо задачу визначення ймовірностей стану p_i й інтенсивностей переходів λ_{ij} з одного стану в інший в стаціонарному режимі: необхідно мінімізувати суму квадратів відхилень ймовірностей стану p_i від емпіричних ймовірностей $\widetilde{p}_i$ усталеного режиму

$$\min_{\{\lambda_{ij}, p_i\}_{i,j} \in I} \sum_{i \in J} m_i \left(p_i - \tilde{p}_i\right)^2, \; m_i = \text{const} \qquad (4)$$

за умов

$$\Lambda P = 0, \qquad (5)$$

$$\sum_{i \in J} p_i = 1, \qquad (6)$$

$$\lambda_{ij} \geq 0, \quad p_i \geq 0, \quad i, j \in I, \qquad (7)$$

де m_i – деякі вагові коефіцієнти, постійні величини, параметри настройки алгоритму мінімізації (підбираються в процесі розв’язання задачі на обчислювальній машині); p_i, $i \in I$ – ймовірності стану в стаціонарному режимі, які необхідно визначити; λ_{ij}, $i, j \in I$ – ймовірності переходів з одного стану в інший в стаціонарному режимі; $\widetilde{p}_i$ – емпіричні ймовірності стану, визначені за експериментальними даними, що відповідають усталеному режиму.

Задача (4)–(7) розв’язувалась числовим методом у пакеті *MatLab* [8]. Розв’язання задачі: числові значення ймовірностей стану парка локомотивів в стаціонарному режимі (p) та відповідні інтенсивності переходу (λ_{ij} [локомотив/12 год]) з одного стану в інший наведені на графі станів (див. рис. 1).

Результати дослідження можуть також використовуватися при розробці раціональної системи утримання технічних об’єктів залізничного транспорту.

Висновки

1. Вирази (4)–(7) можливо використовувати для моделювання стаціонарного режиму парку локомотивів (і технічних об’єктів взагалі) з використанням необхідних статистичних даних.

2. Парк локомотивів ВЛ8 Придніпровської залізниці має потенціал для збільшення перевезень.

На закінчення хочеться щиро подякувати д-ру техн. наук, професору А. А. Босову, який порадою та допомогою сприяв виконанню цього дослідження.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Пер. с англ. И. И. Грушко; Под ред. В. И. Неймана. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
2. Гнеденко Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко – М.: Наука, 1987. – 336 с.
3. Оре О. Теория графов / Пер. с фр. – М.: Наука, 1968. – 352 с.
4. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972. – 550 с.
5. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М.: Наука, 1980. – 208 с.
6. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988. – 448 с.
7. Бугров Я. С. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я. С. Бугров, С. М. Никольский – М.: Наука, 1988. 224 с.
8. Потемкин В. Г. MATLAB: Справочное пособие. – М.: Диалог-МИФИ, 1997. – 350 с.

Надійшла до редколегії 17.05.04.