

К. И. СОЛДАТОВ (ДИИТ)

## ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ВИСЯЧИХ МОСТОВ

Розглядається застосування методики проектування мостових конструкцій взагалі та висячих зокрема так званим «методом зворотного ходу» коли основним (вихідним) параметром конструкції, що проектується, є період вільних коливань (частота).

Рассматривается применение методики проектирования мостовых конструкций в общем и висячих в частности так называемым «методом обратного хода», когда основным (исходным) параметром конструкции, которая проектируется, является период собственных колебаний (частота).

The work considers application of a method of designing the bridge structures (general and «hanging» ones), in particular by the so called «method of reverse movement», when by the basic (initial) parameter of the construction to be designed is the period of its own vibrations (the frequency).

Вопрос о все повышающейся роли определения собственных частот колебаний, подтвержденный аргументацией, приведенной в многочисленных публикациях [8] и др. и отраженной автором в работах [1; 3; 5; 6] и др. в данной статье рассматривается с позиции внедрения в практику проектирования висячих мостов, как наиболее уязвимых к воздействию динамических нагрузок, методики, в основу которой положена частота собственных колебаний. Аргументация положительных сторон такого подхода подтверждена следующими доводами.

1. Еще в 20-е годы И. М. Рабинович в своей статье [8] отметил четкую связь частоты собственных колебаний металлических пролетных строений с их состоянием и несущей способностью и указал на частоту собственных колебаний пролетного строения как основную всеобъемлющую его характеристику.

2. Строительные нормы и правила [7, п. 148] ограничивают периоды (частоты) собственных колебаний всех типов пешеходных и городских мостов (и тем более висячих), довольно узким диапазоном.

3. В современной практике проектирования мостов одним из подлежащих специальному анализу критериев динамических характеристик систем являются частоты и формы их собственных колебаний. В частности, в последнее время при проектировании мостов в странах Западной Европы нормативное динамическое воздействие на пролетное строение поставлено в зависимость не только от схемы и материала сооружения, но и от таких параметров как скорость движения нагрузки и частота собственных колебаний.

4. Надежное и доступное проектировщикам определение частот собственных колебаний

мостовых конструкций позволяет оценивать фактическую «связанность» систем «мост–подвижная нагрузка» и на этой основе устанавливать обоснованные для инженерных решений расчетные схемы и математические модели весьма сложных процессов динамического взаимодействия.

5. Специалисты Международного союза железных дорог (UIC) на базе специальных комплексных исследований динамических процессов при движении нагрузок по искусственным сооружениям предлагают даже исключать из рассмотрения при проектировании ряд сложных вопросов в том случае, если периоды собственных колебаний сооружений не выходят за пределы, установленные специальными нормами.

6. Наконец исследование выносливости отдельных частей мостов при многочастотных нагружениях немыслимо без точного определения собственных динамических характеристик.

Если для балочных разрезных мостов совпадение частот собственных колебаний конструкции с частотами подвижных нагрузок мало отражаются на их работе, то для балочных неразрезных, вантовых, висячих мостов нереккомендованный диапазон частот (периодов) должен быть строго выдержан, поскольку в противном случае создается реальная предпосылка возникновения резонансных явлений, при которых последствия могут оказаться самыми неожиданными.

Данные теоретических и экспериментальных исследований вертикальных и горизонтальных колебаний мостов различных систем, отраженные в работах [3; 5; 6; 9] и др. показывают, что для большинства рассмотренных типов мостов при исследовании вертикальных и горизонтальных колебаний, возможно использование единых

типовых расчетных моделей, которые и рекомендуются к практическому применению. Пригодность предлагаемых моделей проверена на примерах расчетов многочисленных реальных объектов сравнением с расчетами другими методами и в большинстве случаев с данными натурных экспериментов [4–6; 9], и др.

Предлагаемый подход к проектированию предполагает в качестве основного и исходного параметра будущего мостового сооружения собственную частоту (период) вертикальных и горизонтальных колебаний. Применение указанного подхода было бы в какой-то степени менее эффективно без предлагаемых готовых к использованию уравнений и построенных по результатам их решений графиков, таблиц, номограмм [3; 9].

Преимущества графиков и таблиц особенно очевидны на этапе предварительного проектирования ибо дают возможность проектировщику оперативно находить оптимальное соотношение между прочностью, жесткостью и собственной частотой будущего сооружения.

Наличие современной вычислительной техники и программ, в основу которых положен метод конечных элементов (МКЭ), позволяет определить собственные частоты для любой мостовой конструкции. Предлагаемый подход не исключает такие расчеты, но только на завершающей стадии, да и то только для сложных конструкций. Как было показано в [1; 9] и будет показано ниже, в подавляющем большинстве случаев в этом нет необходимости.

Учитывая, что приводимые в работах автора частотные уравнения в сочетании с графиками, номограммами и таблицами позволяют получать решения для основного частотного параметра  $\lambda_i$  ( $\lambda_i^2$  или  $\lambda_i^2/2\pi$ ) для расчетных моделей в виде балки на двух шарнирных опорах (балочные разрезные мосты), регулярных многопролетных балок на жестких и упругих промежуточных опорах (неразрезные балочные мосты, вантовые, висячие, система «бегущая лань», система гибкая арка с балкой жесткости, эстакады монорельсовых дорог, пролеты с вертикально-подъемной проезжей частью, балки проезжей части железнодорожных мостов, высокие виадуки), балка на сплошном упругом основании (как первое приближение для большинства рассмотренных типов мостов, высоких виадуков, временных мостов, висячих), шарнирная цепь (при исследовании горизонтальных колебаний балочных виадуков, временных мостов, вертикальных и горизонтальных колебаний наплавных мостов) и др., запишем общую формулу для определения линейной собственной частоты и периода для висячего моста [3]

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu d^4} + \frac{H}{\lambda_i^2 \mu d^2}}, T = \frac{2\pi}{\omega_i}, \quad (1)$$

где  $E, I, \mu$  – модуль упругости, момент инерции и погонная масса балки жесткости;  $H$  – распор, кН;  $d$  – длина панели (расстояние между смежными точками опирания для регулярной многопролетной системы), м;  $\lambda_i$  – частотный параметр, определяемый путем решения частотного уравнения (2), по графику-номограмме или по соответствующим таблицам [3; 6]

$$\frac{sh\lambda_i}{ch\lambda_i - \cos\beta_i} - \frac{\sin\lambda_i}{\cos\lambda_i - \cos\beta_i} = \frac{2\lambda_i^3}{c'}. \quad (2)$$

В формулу (1), в нее входят практически все основные линейные, жесткостные и весовые характеристики будущего сооружения и при их наличии определить собственную частоту для запроектированной конструкции, используя зависимости (1), (2), не представляет трудностей. В обычной практике проектирования так и поступают: подбираются линейные и жесткостные характеристики будущего сооружения, а частота или период собственных колебаний рассчитывается в конце для уже запроектированной конструкции. При периоде, находящемся в nereкомендованном диапазоне, необходимы изменения практически всех параметров сооружения, что в некоторых случаях равносильно повторному расчету, который в свою очередь так же не гарантирует успех.

Предлагаемый подход позволяет исключить необходимость повторных расчетов, поскольку проектирование начинается как бы с конца. Ведь по сути, еще даже не приступая к проектированию и не зная ничего о будущем сооружении, проектировщик тем не менее уже знает в соответствии с [7, п. 148] период собственных колебаний будущего сооружения (вернее тот диапазон, в котором не должен находиться период собственных колебаний). Учитывая известную зависимость между периодом и частотой, мы, таким образом, знаем левую часть (конкретное число) формулы (1). Как было показано в работе [1], для простейших расчетных моделей: разрезные балочные мосты, неразрезные балочные мосты с равными пролетами этого оказывается достаточно, чтобы далее целенаправленно и последовательно задаваться линейными, жесткостными и весовыми параметрами

рами сооружения и в итоге запроектировать конструкцию, которая отвечает требованиям прочности, жесткости и главное одновременно соответствующему ограничению по периоду собственных колебаний.

Для более сложных мостовых конструкций (в том числе и висячих мостов), расчетными схемами которых служит целый набор моделей в виде многопролетной балки с промежуточными упругими или жесткими опорами, шарнирной цепи, балки на сплошном упругом основании и др., указанный подход использовать напрямую невозможно, поскольку в параметр относительной жесткости упругих опор  $c'$ , по которому, используя графики и номограммы, можно определить основной частотный параметр  $\lambda_i$ , входят практически все параметры и характеристики будущего сооружения. Однако, учитывая некоторые особенности динамической модели висячего моста в виде многопролетной неразрезной балки на упругих опорах [6] и упрощая ее на этапе предварительного расчета до балки на сплошном упругом основании, можно получить решение исключаящее из предварительного рассмотрения большинство параметров сооружения как имеющие второстепенное влияние на частоту собственных колебаний.

Прежде всего необходимо отметить, что в расчетах мостовых конструкций, приводимых к расчетной схеме в виде многопролетной балки на жестких или упругих опорах, балки на сплошном упругом основании, фигурирует не общая длина рассматриваемого пролетного строения, а расстояние между смежными точками опирания или подвешивания (опорами, подвесками, вантами). В частотных уравнениях и формулах присутствует параметр  $n$  – количество панелей висячего моста, который, как будет показано ниже, является одной из самых значимых его характеристик, поскольку определяет длину панели, входящую во все зависимости используемые при динамическом расчете. Таким образом, при известной общей длине пролета  $L = nd_0$  мы стоим перед проблемой решения уравнения с двумя взаимосвязанными неизвестными, которое имеет неограниченное количество решений. Следовательно, надо попытаться записать еще одно уравнение, которое бы связывало данные параметры.

В соответствии с [7] период собственных вертикальных колебаний пешеходных и городских мостов (к которым относим и висячие) по двум низшим формам не должен находиться в диапазоне  $T \neq 0,45 \dots 0,60$  с.

Учитывая, что в частотных уравнениях, как правило, фигурирует не период, а круговая частота, запишем данное ограничение в виде круговой частоты  $\omega \neq 13,96 \dots 10,47$  Гц.

Висячие мосты относятся к одному из самых сложных для проектирования типов мостов и расчет их собственных частот (особенно по первой форме) сам по себе является задачей нелегкой.

Запишем уравнение собственных колебаний балки на сплошном упругом основании, которая в данном случае моделирует (в каком-то приближении) висячий мост (хотя более точной моделью является многопролетная неразрезная регулярная балка на упругих опорах [3; 9]).

$$2c' - \lambda_i^4 + \beta_i^4 = 0. \quad (3)$$

Подставив в указанную формулу (3) общеизвестные и известные по работам [3; 6; 9] зависимости:

$$c' = \frac{c_0 d_0^3}{2EI_6}; \quad c_0 = \frac{ql}{2f_0} = \frac{qnd_0}{2f_0};$$

$$\lambda_i^4 = \frac{\mu \omega_i^2 d_0^4}{EI_6}; \quad \beta_i^4 = \frac{\pi^4}{n^4} \cdot i^4; \quad \mu = \frac{q}{g}$$

представим ее в таком развернутом виде

$$\frac{qnd_0^4}{2f_0 EI_6} - \frac{q\omega_i^2 d_0^4}{gEI_6} + \frac{\pi^4}{n^4} \cdot i^4 = 0, \quad (4)$$

где  $c_0$  – жесткость упругой опоры, кН/м;  $n$  – количество панелей висячего моста;  $i$  – порядковый номер формы колебаний;  $f_0$  – стрела провисания кабеля, м;  $d_0$  – длина панели, м;  $q$  – интенсивность постоянной нагрузки, кН/м.

Анализ численных значений всех членов указанного равенства для шести реальных висячих мостов показывает, что третий член уравнения при числе панелей висячего моста 16...40 (длина пролета моста 80...853 м) составляет 3...8 % от первого и второго при первой форме колебаний. Поскольку первый и второй члены формулы (4) не представляют в свою очередь разность близких чисел, сравнимую с третьим членом, пренебрегая третьим членом на данном этапе расчета, выражение (4) упрощается до следующего

$$\frac{n}{2f_0} = \frac{\omega_i^2}{g}. \quad (5)$$

Из выражения (5) получаем довольно простую приближенную зависимость для квадрата круговой частоты в зависимости только от двух линейных параметров будущего сооружения и связь стрелы провисания кабеля с длиной панели (при заданной длине моста и собственной частоте вне указанного диапазона)

$$\omega_1^2 = \frac{gn}{2f_0}; \quad (6)$$

$$f_0 = \frac{Lg}{2d_0\omega_1^2}; \quad (7)$$

$$\frac{Lg}{2\omega_1^2} = f_0 d_0. \quad (8)$$

Зависимость (6) с точки зрения ее корректности (поскольку нами сделано ряд упрощений) была проанализирована на примере четырех висячих мостов, рассмотренных подробно в [3; 6; 9], и по которым имеются экспериментальные данные. Данные расчета по зависимости (6) в табл. 1 сравниваются с экспериментальными данными и с расчетами другими методами.

Таблица 1

Сравнение частот

Частота по приближенной зависимости (5), Гц	Частота из эксперимента или расчетная, Гц	Погрешность %
5,47	7,02	22,00
1,90	2,11	10,40
1,37	1,40	2,15
1,18	1,15	2,90

Как видно из результатов сравнения, для предварительных расчетов такая точность вполне допустима, если к тому же учесть, что первый объект не может быть в этом плане показательным, поскольку запроектирован не проектной организацией и имеет параметры в большинстве своем не идеальные (например, при длине моста 80 м он имеет сорок панелей). Указанную формулу принимаем в качестве приближенной для дальнейшего использования.

В своей работе, посвященной теории висячих систем [10], В. К. Качурин неоднократно подчеркивает, что при расчетах «...в отдельных случаях приходится действовать почти наудачу», «...надо, как видно, задаться двумя, связанными друг с другом величинами:  $f_0$  и  $H$ . Это самая трудная часть задачи... Следова-

тельно, основная задача заключается в том, чтобы удачно задаться стрелой  $f_0$ ». Рекомендуемый в многочисленных публикациях диапазон варьирования отношением стрелы провисания кабеля к длине пролета довольно велик и ориентировочно его можно отнести соответственно к пролетам от 100 до 1000 м:

$$\frac{f_0}{L} = \frac{1}{5} \dots \frac{1}{7} \quad [10]; \quad \frac{1}{8} \dots \frac{1}{10} \quad [11]; \quad \frac{1}{12}$$

(старый Токомский мост).

Лучшим вариантом, однако, является обоснование выбора стрелы провисания в зависимости от параметров, которые являются исходными при проектировании. В какой-то степени это удалось сделать зависимостью (8).

Для частоты по второй форме колебаний ( $i = 2$ ) используем то обстоятельство, что при этом распор в висячей конструкции не реализуется и  $c' = 0$ , что дает нам простое решение в соответствии с (2) или (3)  $\lambda_2 = \beta_2$ .

Данные зависимости показывают, что проектирование висячего моста с заданной длиной  $L$  необходимо начинать, задавшись круговой частотой вне указанного диапазона (13,96...10,47 Гц), после чего вновь задаемся отношением количества панелей к стреле провисания кабеля вне указанного (9) диапазона, но в котором при этом уже учтено ограничение по частоте

$$22,34 > \frac{n}{f_0} = \frac{L}{f_0 d_0} > 39,73. \quad (9)$$

В реальном проектировании вероятность попадания данного отношения в указанный диапазон (9) практически исключена, что в свою очередь исключает вероятность возникновения резонансных явлений при колебаниях по первой форме. Но диапазон возможных отношений довольно велик и желательно найти другую зависимость для стрелы провисания или количества панелей (длины панели).

Поскольку вероятность резонансных явлений может иметь место при колебаниях по второй форме, обращаясь к формуле (1), можно записать другое отношение (при известных, как правило, к началу проектирования основных исходных данных: длине пролета  $L$  и модуле упругости материала балки жесткости  $E$ ) для диапазона указанной круговой частоты при  $i = 2$ :

$$78,7 > \frac{qL^4}{EI} > 138,9, \quad (10)$$

которое ограничивает отношение момента инерции балки жесткости к интенсивности погонной нагрузки. Задавшись данным отноше-

нием при заданной ранее круговой частоте, можно определить частотный параметр  $\lambda_i$  и относительную жесткость опоры  $c'$ :

$$c' = \frac{1}{4n^3 f_0} \cdot \frac{qL^4}{EI}, \quad (11)$$

$$\lambda_i^4 = \frac{\omega^2}{gn^4} \cdot \frac{qL^4}{EI}. \quad (12)$$

После чего, при найденном значении  $c'$ , по уравнению (2) находим  $\lambda_2$  и сравниваем с (12), производя при необходимости корректировку отдельных параметров.

Пренебрегая членом  $\beta_i^4$  в уравнении (4), мы получили простую зависимость между относительной жесткостью упругих промежуточных опор  $c'$  и частотным параметром  $\lambda_i$

$$2c' = \lambda_1^4. \quad (13)$$

Проверка возможности использования в дальнейших разработках указанной приближенной зависимости (что заодно даст нам основание с большим доверием подойти к приближенной формуле для собственной частоты висячего моста) выполнена на нескольких примерах. В табл. 2 приведены данные, заимствованные из [3], показывающие погрешность (отличие) указанных параметров для различных типов висячих мостов, мостов системы гибкая арка с балкой жесткости и висячих трубопроводных переходов. Указанная погрешность практически отображает погрешности приближенной формулы для круговой частоты (см. табл. 1). Все шесть объектов реально существующие мосты, из них три первые – висячие мосты, два следующих – мосты системы гибкая арка с балкой жесткости и последний – висячий трубопровод.

Таблица 2

Сравнение параметров

Объект	Сравниваемые параметры			Погрешность в %
	$\lambda_i$	$\lambda_i^4 \cdot 10^4$	$2c' \cdot 10^4$	
1	0,12153	2,180	1,508	+30,70
2	0,30163	82,700	68,840	+17,30
3	0,26991	53,000	51,200	+3,40
4	0,32116	106,400	111,200	-4,50
5	0,35884	165,800	156,600	+5,50
6	0,66894	2002	2008	-0,30

За исключением вновь только первого объекта, с указанной погрешностью, на данном этапе предварительного расчета, можно мириться, а следовательно, можно использовать указанную зависимость (13). Заменим в формуле (1)  $\lambda_1^2$  на  $\sqrt{2c'}$  и перепишем ее в таком виде:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{gn}{2f_0} \left(1 + \frac{n}{4}\right) \sqrt{\frac{qnd^4}{2f_0 EI}}}. \quad (14)$$

Формула (14) дает уточнение для частоты по сравнению с приближенной формулой (6) порядка 7...10 %.

Более точный результат по частоте можно получить, если частотный параметр  $\lambda_i$  определить из частотного уравнения (2), которое использовано нами [3] как основное для определения собственных частот висячих мостов и соответствует модели в виде многопролетной

неразрезной регулярной балки на промежуточных упругих опорах, и полученное значение подставить в формулу (1).

Проанализируем данный подход на примере одного реального висячего моста (Токомский старый). Мост имеет следующие характеристики:

- длина пролета моста  $L = 853,44$  м;
- длина панели  $d_0 = 31,61$ ;
- количество панелей  $n = 27$ ;
- стрела провисания кабеля  $f_0 = 70,60$ ;
- интенсивность постоянной нагрузки  $q = 42,4$  кН/м;
- площадь сечения кабеля  $F_k = 12,32$  см<sup>2</sup>;
- момент инерции балки жесткости  $I_6 = 7,65$  м<sup>4</sup>;
- круговая частота, Гц,  $\omega_1 = 1,40$ ,  $\omega_2 = 1,05$ .

Схематично расчет должен вестись следующим образом.

1. Задаем значение круговой частоты вне диапазона 10,47...13,96 Гц ( $\omega_1 = 1,40$  Гц).

2. По формуле (8) при известной длине пролета  $L$  находим произведение длины панели и стрелы провисания кабеля,  $m^2$ ,

$$f_0 d_0 = \frac{Lg}{2\omega_1^2} = 2135,8 \quad (2231,7).$$

3. Задаем одним из параметров: длиной панели  $d_0$  или числом панелей  $n$ , или стрелой провисания  $f_0$  и находим два других. Примем длину панели  $d_0 = 31,6$  м.

Тогда

$$n = \frac{L}{d_0} = \frac{853,44}{31,6} = 27(27)$$

и

$$f_0 = \frac{2135,8}{31,6} = 67,59 \quad (70,6).$$

4. С учетом зависимостей (11) и (12) правая часть уравнения (2) может быть преобразована без потери точности с исключением из него параметра относительной жесткости  $c'$

$$\frac{2\lambda_i^3}{c'} = \frac{2q\omega_i^2 d_0^4 \cdot 2f_0 \cdot 2EI}{gEI \cdot qnd_0 \cdot d_0^3 \cdot \lambda_i} = \frac{8\omega_i^2 f_0}{gn\lambda_i} = \frac{4,001}{\lambda_i}. \quad (15)$$

Тот же результат получаем, если используем приближенное равенство (13).

Решив уравнение (2) с учетом (13) или (15), находим  $\lambda_1 = 0,24011$ , что дает нам возможность определить важное отношение связывающее момент инерции балки жесткости с интенсивностью постоянной нагрузки.

Рядом с расчетными в скобках приведены значения принятые при проектировании

$$\frac{I}{q} = \frac{d_0^4}{E\lambda_1^2} \left( \frac{\omega_1^2}{\lambda_1^2 g} - \frac{n^2}{8f_0} \right) = 1,709 \quad (1,804). \quad (16)$$

В скобках даны значения, которые имеет реальная конструкция.

Как видно, все реально принятые параметры моста, и полученные нами по предлагаемому зависимостям, практически совпадают, что в свою очередь дает нам основание рекомендовать данный подход к использованию в практике проектирования.

Предлагаемый подход позволяет реально проектировать динамически защищенные мостовые и строительные конструкции, что реально позволит значительно ослабить усилия, направляемые на гашение колебаний неудачно запроектированных (с точки зрения динамики) конструкций.

Простейшая приближенная формула для частоты (периода) собственных колебаний позволит проектировщику оперировать ей также свободно, как и общеизвестными формулами при статическом расчете.

На рисунке приведен график – номограмма для определения частотного параметра  $\lambda_i^2$  по известному значению относительной жесткости промежуточных упругих опор  $c'$ .

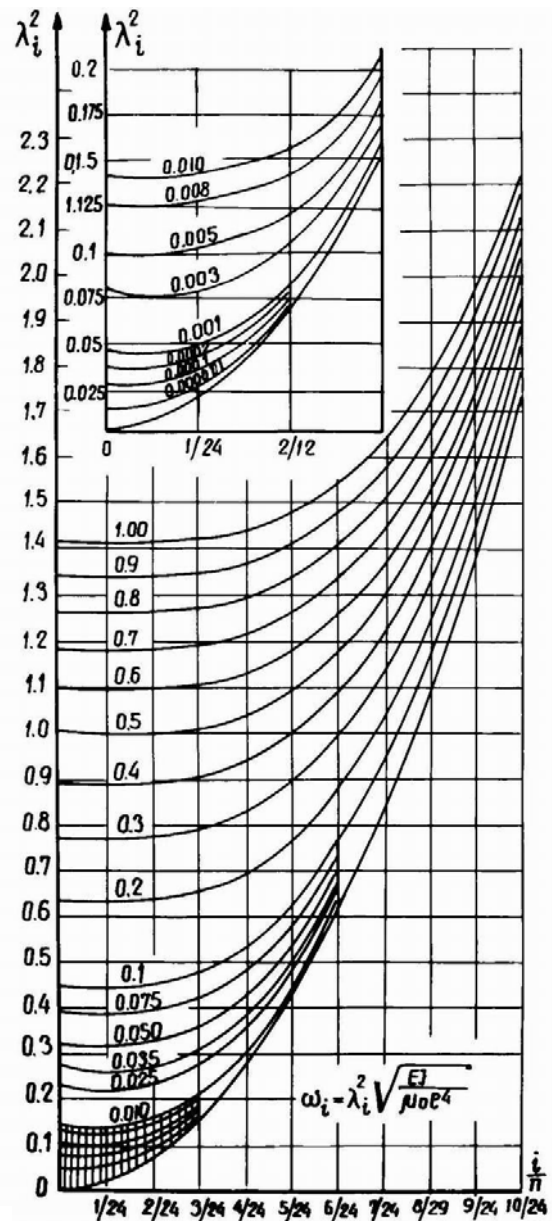


Рис. График-номограмма

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Солдатов К. И. Некоторые вопросы определения собственных частот колебаний мостов применительно к проектированию. // Вопросы статики и динамики мостов: Межвуз. сб. науч. тр. / ДИИТ. – Д., 1987. – С. 94–103.
2. Солдатов К. И., Казакевич М. И. Определение собственных частот колебаний однопролетных внешне распорных радиально-вантовых систем. // Межотраслевые вопросы строительства: Реферат. сб. – Вып. 8. – М., 1970.
3. Солдатов К. И. Свободные колебания регулярных балок и некоторых мостовых конструкций на упругих опорах. Дис. ... канд. техн. наук. – Д., 1971. – 220 с.
4. Солдатов К. И. Результаты испытаний пешеходного висячего моста / К. И. Солдатов, В. И. Мадатов, А. И. Лысков // Транспортное строительство. – М., 1975. – № 12. – С. 5–6.
5. Солдатов К. И. Об одном подходе к определению параметров свободных вертикальных колебаний пролетных строений со сквозными фермами / К. И. Солдатов, А. С. Распопов // Вопросы статической и динамической работы мостов: Межв. сб. науч. тр. / ДИИТ. – Д., 1989. – С. 54–66.
6. Солдатов К. И. К вопросу о собственных частотах колебаний мостовых конструкций на упругих опорах. // Вопросы статики и динамики мостов: Межвуз. сб. науч. тр. / ДИИТ. – Д., 1972. – Вып. 116. – С. 97–112.
7. СНиП 2.05.03-84 Мосты и трубы. – М., 1985.
8. Рабинович И. М. Некоторые соображения о связи между состоянием металлических пролетных строений и их свободными колебаниями, Труды НТК, 11 сб. отдела инженерных исследований. – М., 1927.
9. Солдатов К. И. Регулярные упругие модели задачах динамики и устойчивости мостовых конструкций. Дис. ... д-р техн. наук в форме науч. доклада. – Д., 1993.
10. Качурин В. К. Теория висячих систем (статический расчет). – Л.–М.: Гос. изд-во лит. по стр-ву, архит. и строит. материалам, 1962. – С. 223.
11. Рокар И. Неустойчивость в механике / Пер. с франц. – М.: Изд-во иностр. литературы, 1959. – 287 с.

Поступила в редколлегию 21.06.04.