

Д. Б. АСТРАХАНЦЕВ, В. И. ГАВРИЛЮК (ДИИТ),
А. В. ЗАВГОРОДНИЙ (ГП Приднепровская ж.-д.)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ РЕЛЬСОВОЙ НИТИ

Розроблено математичну модель, що описує розподіл електромагнітного поля навколо рейки, та враховує поверхневий ефект в рейковій сталі, проведено експериментальні вимірювання напруження магнітного поля.

Разработана математическая модель, описывающая распределение электромагнитного поля вокруг рельса и учитывающая наличие поверхностного эффекта в рельсовой стали, проведены экспериментальные измерения напряженности магнитного поля.

A mathematical model describing distribution of an electromagnetic field around a rail with account of skin-effect in rail steel is developed and experimental measurements of a magnetic intensity are carried out.

Рельсовые линии электрифицированных железных дорог выполняют ряд важных функций, в частности, служат проводником для обратного тягового тока, а также сигнальных токов автоблокировки и автоматической локомотивной сигнализации. Исследование переменного электромагнитного поля вокруг рельсовой нити представляет практический интерес по следующим причинам. При испытании новых типов подвижного состава и системы электрооборудования железных дорог на электромагнитную совместимость с устройствами железнодорожной автоматики необходимо проводить исследование спектрального состава электромагнитных помех в рельсовых нитях и вокруг них при прохождении поезда. Такие исследования важны также для исследования индуктивного канала передачи информации с пути на локомотив в многозначной автоматической локомотивной сигнализации с применением сигнального тока тональной частоты.

В связи с этим целью работы является исследование распределения электромагнитного поля вокруг рельса, а также измерение электродвижущей силы в катушке, наведенной в ней протекающим в рельсе током, в зависимости от ее геометрических размеров и расположения относительно рельса. Для достижения поставленной цели разработана математическая модель, описывающая электромагнитное поле вокруг рельса и учитывающая наличие поверхностного эффекта в рельсовой стали, проведены экспериментальные измерения напряженности магнитного поля.

Напряженность магнитного поля в точке Q в соответствии с законами электромагнитной

индукции [1; 2] равняется ротору векторного потенциала магнитного поля, представленного в виде интеграла от плотности тока по объему V рельса

$$\begin{aligned} \bar{H}(Q) &= \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \int_V \frac{\bar{\delta}(M)}{r_{QM}} dV_M = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{[\bar{\delta}(M), \bar{r}_{QM}]}{r_{QM}^3} dM, \quad (1) \end{aligned}$$

где M – точка центра элементарной ячейки с площадью dS_M и объемом dV_M , в рельсе с вектором плотности тока $\bar{\delta}(M)$; \bar{r}_{QM} – вектор, проведенный из точки Q в точку M (рис. 1).

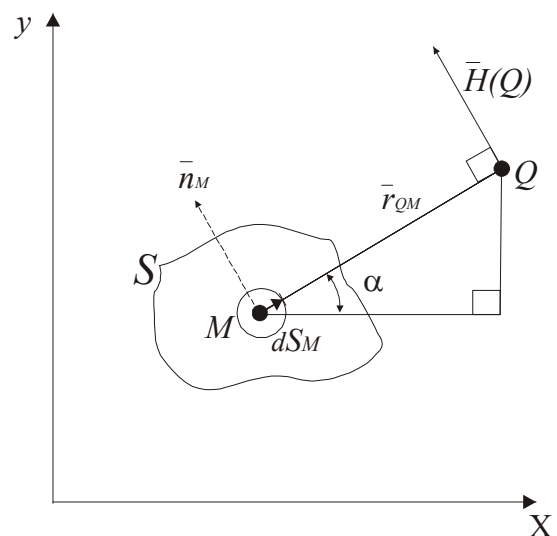


Рис. 1. Схематическое изображение элементарной ячейки векторов к расчету напряженности магнитного поля

Преобразовав выражение для напряженности электромагнитного поля (1) с помощью интегральной теоремы для ротора векторной функции

$$\int_V \operatorname{rot} \bar{\delta}(M) dV = \oint_S [\bar{n}, \bar{\delta}(M)] dS, \quad (2)$$

получим

$$\bar{H}(Q) = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \frac{[\bar{n}_M, \bar{\delta}(M)]}{r_{QM}} dS. \quad (3)$$

Перепишем векторное произведение векторов $\bar{\delta}(M)$ и \bar{r}_{QM} в декартовой системе координат в виде

$$[\bar{n}_M, \bar{\delta}(M)] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ n_{Mx} & n_{My} & n_{Mz} \\ 0 & 0 & \delta_{Mz} \end{vmatrix} = \delta_M (\bar{i} \sin \alpha - \bar{j} \cos \alpha). \quad (4)$$

Соответственно для модуля $\bar{\delta}(M)$ запишем

$$|\bar{r}_{QM}| = \sqrt{(x_Q - x_M)^2 + (y_Q - y_M)^2} \quad (5)$$

С учетом формул (3)–(5) для проекций вектора напряженности магнитного поля $\bar{H}(Q)$ вдоль x и y осей координат получим

$$H_x(Q) = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \frac{\delta(M) \cos(\alpha)}{\sqrt{(x_Q - x_M)^2 + (y_Q - y_M)^2}} dS = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \frac{\delta(M)(x_Q - x_M)}{(x_Q - x_M)^2 + (y_Q - y_M)^2} dS, \quad (6)$$

$$H_y(Q) = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \frac{\delta(M) \sin(\alpha)}{\sqrt{(x_Q - x_M)^2 + (y_Q - y_M)^2}} dS = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \frac{\delta(M)(y_Q - y_M)}{(x_Q - x_M)^2 + (y_Q - y_M)^2} dS. \quad (7)$$

Электродвижущую силу в катушке с центром в точке Q , наводимую при протекании электрического тока в рельсе, определяли, в соответствии с законом электромагнитной индукции [1, 2] по формуле

$$E(Q) = -\frac{d\Phi(Q)}{dt} = -\mu\mu_0 \frac{S_k}{dt} \frac{d \int [\bar{H}(Q), d\bar{S}_k]}{dt}, \quad (8)$$

в которой интегрирование производили по площади катушки с центром в точке Q . Для нахождения напряженности магнитного поля вокруг рельса при протекании по нему электрического тока, в соответствии с полученным математическим описанием, была разработана компьютерная программа.

Поскольку поверхностный эффект в рельсовой стали наблюдается уже в тональном диапазоне частот, в работе моделировали также напряженность магнитного поля вокруг рельса и ЭДС, наводимую в катушке при неравномерном распределении плотности тока по сечению рельса. Обозначив толщину скин-слоя через ξ , параметр, характеризующий неравномерность распределения плотности тока по сечению рельса, примем равным

$$K_\xi = \sqrt{\frac{S_\xi}{S_0}}, \quad (9)$$

где S_0 , S_ξ — значения общей площади сечения рельса и площади скин-слоя.

Экспериментальные измерения распределения электромагнитного поля вокруг рельса проводили с помощью катушки, которую располагали над головкой рельса (позиции А и В), и вдоль шейки рельса (например, позиции С и D) как показано на рис. 2. Позиции А и В отличаются ориентацией ее площади соответственно перпендикулярно оси ординат и абсцисс декартовой системы координат. ЭДС в катушке, наводимую током в рельсе, измеряли электронным цифровым вольтметром В7-35 с высоким входным сопротивлением. Мгновенное значение напряжения на выходе катушки, расположенной сбоку от рельса при прохождении поезда, регистрировали с помощью персонального компьютера (ноутбука) с аналого-цифровым преобразователем.

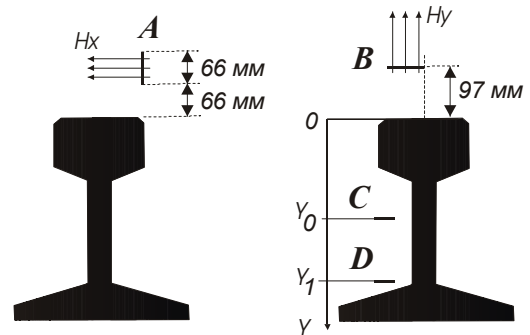


Рис. 2. Схематическое изображение расположения катушки относительно рельса при измерении ЭДС

Результаты расчетов и экспериментальных измерений приведены на рис. 3–4. Зависимость напряженности магнитного поля H_x , H_y и распределение магнитных силовых линий и от координаты y приведена на рис. 3.

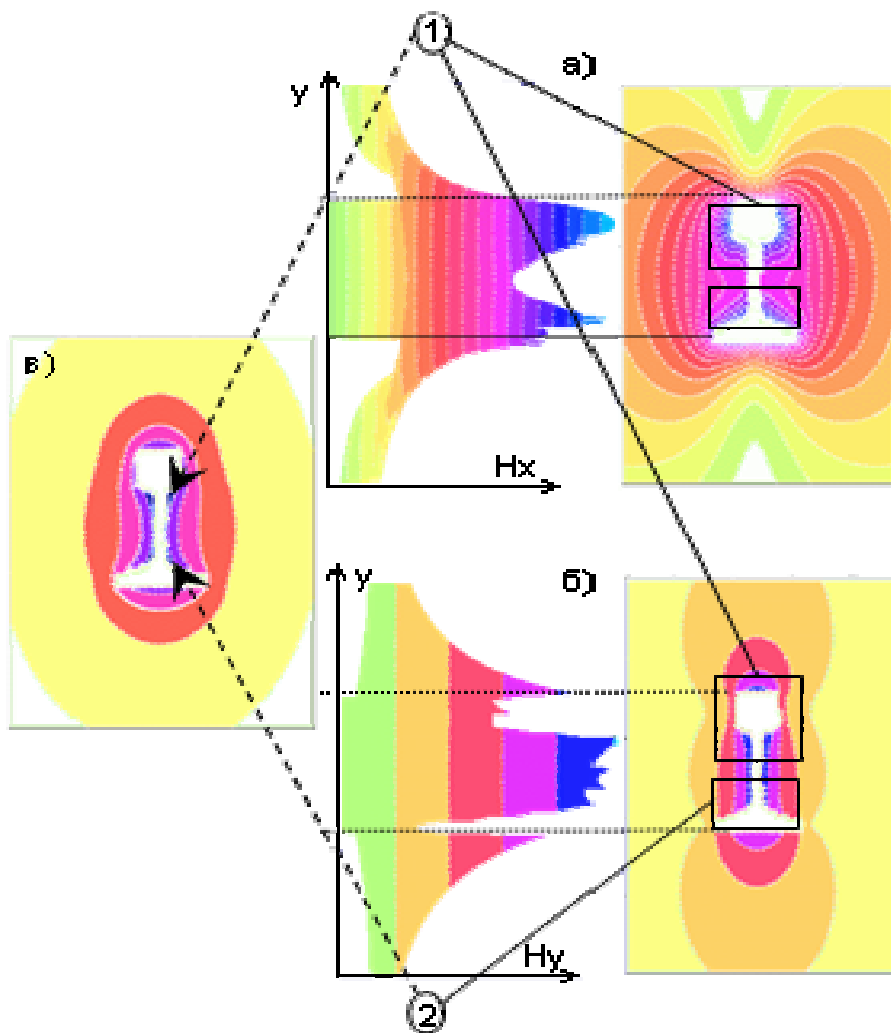


Рис. 3. Зависимость напряженности магнитного поля H_x (а), H_y (б) и распределение магнитных силовых линий от координаты y

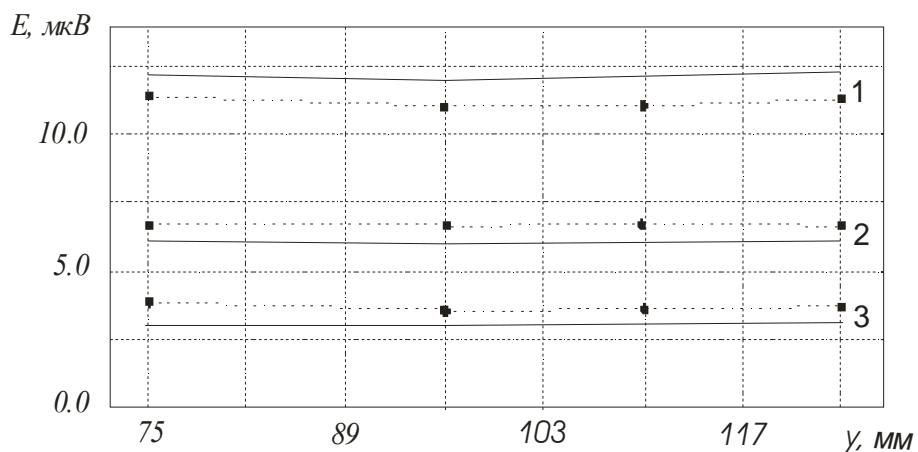


Рис. 4. Зависимость ЭДС в катушке от координаты y при трех значениях частот (Гц): 100(1), 50(2), и 25(3); линии – расчет; точки – эксперимент

Как видно из рисунка, максимальные значения напряженности магнитного поля наблюдаются для H_x у головки и подошвы рельса, а для H_y – в области шейки рельса.

Экспериментально измеренные и полученные расчетным методом зависимости ЭДС в катушке от координаты y при трех значениях частот приведены на рис 4. (Гц): 100 (1), 50 (2),

и 25 (3). Как видно из рисунка, ЭДС почти не меняется с частотой в пределах ординаты $y_0 \dots y_1$, что говорит об однородности поля в этой области. Расхождение между экспериментально измеренными и теоретическими значениями не превышает 5 %.

На рис. 5 приведен график зависимости ЭДС в катушке, расположенной в позиции *A* и *B*, от коэффициента K_ξ , характеризующего неравномерность распределения плотности тока по сечению рельса. Как видно из рисунка, ЭДС в катушке при ориентации ее площади перпендикулярно оси абсцисс превышает ЭДС в катушке при ориентации ее площади перпендикулярно оси ординат, и оба значения уменьшаются при увеличении коэффициента K_ξ .

Результаты расчета достаточно хорошо совпадают с экспериментальными данными.

Таким образом, предложенное в работе математическое описание достаточно точно описывает распределение электромагнитного поля вокруг рельса. Расхождение между расчетными и экспериментальными данными не превышает 5 %.

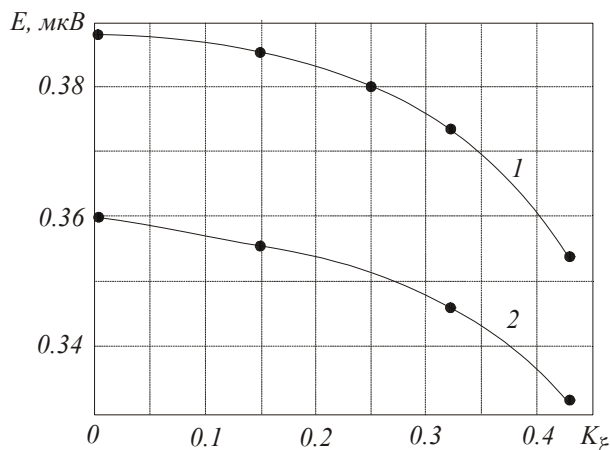


Рис. 4. Зависимость ЭДС в катушке, расположенной в позиции *A* (1) и *B* (2) от коэффициента неоднородности тока в рельсе: линии – расчет; точки – эксперимент

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тозони О. В. Расчет трехмерных электромагнитных полей. – К.: Техника, 1974. – 351 с.
2. Инкин А. И. Электромагнитные поля и параметры электрических машин. – Новосибирск: ЮКЭА, 2002. – 464 с.

Поступила в редколлегию 18.04.05.