

## АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ГИБКИХ НИТЕЙ ПРИ ЗАГРУЖЕНИИ ИХ СОСРЕДОТОЧНЫМИ СИЛАМИ

Розглядаються особливості роботи попередньо напружених пружних гнучких ниток під дією поперечних зосереджених сил.

Рассматриваются особенности работы предварительно напряженных упругих гибких нитей под действием поперечных сосредоточенных сил.

The operational features of prestressed resilient elastic threads under the influence of lateral point forces have been estimated.

Упругие гибкие нити достаточно широко применяются в различных областях техники. Характерной особенностью гибких нитей является весьма малая величина их изгибной жесткости, которой обычно пренебрегают, и поэтому поперечные нагрузки воспринимаются только осевыми усилиями в нити.

В мостостроении гибкие нити находят применение в несущих конструкциях висячих и вантовых систем, в разводных мостах и в других конструкциях.

Гибкие нити обычно имеют значительное провисание под действием собственного веса. При наличии предварительного натяжения нити провисание уменьшается и зависит от величины натяжения, а в случае расположения опор на одной вертикали отсутствует полностью.

При параллельной работе нескольких упругих нитей или канатов важной проблемой является контроль равномерности начального натяжения отдельных нитей.

В настоящей работе с целью проверки начального натяжения выполнены расчеты поперечных перемещений вертикальной упругой гибкой нити под действием сосредоточенных поперечных сил при постоянной и изменяющейся величине натяжения нити в процессе ее нагружения.

В первом случае предполагается, что в исходном состоянии вертикальная упругая гибкая нить натянута продольной силой  $N$  (например, от веса подвешенного груза), под действием которой происходит продольная деформация нити. Затем в произвольном сечении длины  $\ell$  гибкой нити прикладывается горизонтальная сила  $P$  и устанавливаются функциональные зависимости этой силы  $P = f_1(N, Y)$  от начального натяжения нити  $N$  и перемещения  $Y$  по направлению действия силы.

При действии горизонтальной силы  $P$  в середине длины нити величина ее с учетом расчетной схемы, показанной на рис. 1, будет определяться следующими зависимостями [1]:

$$P = 2N \sin \alpha = 2N \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{2N \frac{Y}{\ell}}{\sqrt{1 + 4 \left( \frac{Y}{\ell} \right)^2}}. \quad (1)$$

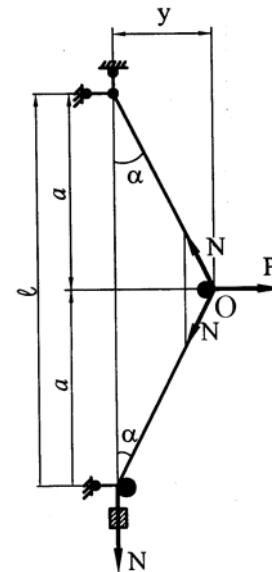


Рис. 1. Расчетная схема при усилии в канате  $N = \text{const}$

При малой величине отношения  $Y/\ell$  (до 0,2...0,25) с достаточной точностью можно принять [2]

$$P = f_1(N, Y) = \frac{4N \frac{Y}{\ell}}{1 + 2 \left( \frac{Y}{\ell} \right)^2}. \quad (2)$$

Анализ зависимостей (1) и (2) показывает, что при относительно малых значениях перемещений  $Y$  функциональная зависимость  $P = f_1(N, Y)$  является слабо нелинейной и не зависящей от сечения гибкой нити. Натяжение нити при этом не изменяется, и поэтому начальное натяжение ее может определяться по формулам

$$N = \frac{P\ell}{4Y} \sqrt{1 + 4\left(\frac{Y}{\ell}\right)^2} \approx \frac{P\ell}{4Y} \left[ 1 + 2\left(\frac{Y}{\ell}\right)^2 \right], \quad (3)$$

где  $P$  и  $Y$  – соответственно величина горизонтальной силы и вызванного этой силой перемещения, которые могут быть получены с высокой точностью в результате натурных измерений;  $\ell$  – длина гибкой нити или каната.

Во втором случае предполагается, что в исходном состоянии упругая гибкая нить натянута продольной силой  $N$ , после чего оба конца нити жестко закрепляются. При этом поперечные перемещения у нити оказываются возможными только в результате ее дополнительного удлинения и приращения натяжения  $\Delta N$ , которое определяется по формуле

$$\Delta N = EF \frac{\Delta a}{a} = EF \left( \frac{a_1}{a} - 1 \right),$$

где  $E$  и  $F$  – модуль упругости и площадь поперечного сечения гибкой нити или каната;  $a$  и  $a_1$  – соответственно половина длины нити до деформации и после деформации (рис. 2).

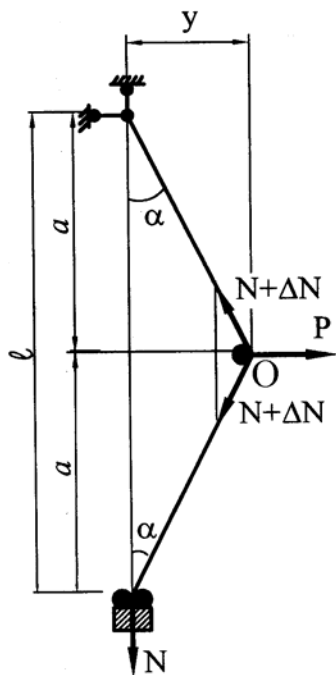


Рис. 2. Расчетная схема при усилии в канате  $N \neq \text{const}$

В этом случае, учитывая сумму проекций всех сил, действующих в точке  $O$ , получим

$$P = 2(N + \Delta N) \sin \alpha = 2 \left( N + EF \left( \frac{a_1}{a} - 1 \right) \right) \sin \alpha. \quad (4)$$

Заметив, что

$$\sin \alpha = \frac{\text{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}}, \quad \text{tg} \alpha = \frac{Y}{a} = \frac{2Y}{\ell};$$

$$a_1 = a \sqrt{1 + \left(\frac{Y}{a}\right)^2} = a \sqrt{1 + 4\left(\frac{Y}{\ell}\right)^2}$$

и учитывая зависимость (4), находим

$$P = 2 \left[ N + EF \left( \sqrt{1 + 4\left(\frac{Y}{\ell}\right)^2} - 1 \right) \right] \times \frac{2Y}{\ell} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4\left(\frac{Y}{\ell}\right)^2}}. \quad (5)$$

При малой величине отношение  $\frac{Y}{\ell}$  выражение (5) упрощается и приводится к такому виду

$$P = \left( \frac{4NY}{\ell} + 8EF \left( \frac{Y}{\ell} \right)^3 \right) \frac{1}{\left( 1 + 2\left( \frac{Y}{\ell} \right)^2 \right)}, \quad (6)$$

откуда следует, что функция  $P = f_2(N, Y)$  является существенно нелинейной даже при относительно малых значениях перемещения  $Y$  или отношения  $\frac{Y}{\ell}$ .

Начальное натяжение гибкой нити или каната в этом случае определяется по формулам

$$N = \frac{P\ell}{4Y} \sqrt{1 + 4\left(\frac{Y}{\ell}\right)^2} - 2EF \left( \frac{Y}{\ell} \right)^2 \approx \frac{P\ell}{4Y} \left[ 1 + 2\left(\frac{Y}{\ell}\right)^2 \right] - 2EF \left( \frac{Y}{\ell} \right)^2. \quad (7)$$

По местным условиям измерений в случае отсутствия доступа к середине длины вертикального каната поперечная нагрузка может прикладываться на расстоянии  $\varepsilon \ell$  от одного из

концов каната (при  $0,1 < \varepsilon < 0,5$ ). Тогда зависимости (3) и (7) приближенно можно представить в таком виде:

$$N_{\text{нач}} = \frac{P\ell}{Y} \varepsilon(1-\varepsilon) \left( 1 + 2 \left( \frac{Y}{\ell} \right)^2 \right); \quad (8)$$

$$N_{\text{нач}} = \frac{P\ell}{Y} \varepsilon(1-\varepsilon) \left( 1 + 2 \left( \frac{Y}{\ell} \right)^2 \right) - \frac{EF \left( \frac{Y}{\ell} \right)^2}{\frac{2\varepsilon^2(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3(1-\varepsilon)^3}}. \quad (9)$$

Наряду с аналитическими решениями указанных задач проведены экспериментальные измерения на моделях, которые подтвердили высокую точность полученных результатов.

Результаты исследований могут быть использованы для проверки натяжения гибких нитей (канатов) от предварительного напряжения и постоянных нагрузок, действующих на конструкцию.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Дарков А. В. Строительная механика / А. В. Дарков, В. И. Кузнецов. – М.: Трансжелдориздат, 1956 – 492 с.
2. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 608 с.

Надійшла до редколегії 23.10.2005.