

СТАТИКО-ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ МОСТОВ

Розроблено програмне забезпечення для дослідження коливань і міцності несучих елементів мостових споруд при різних швидкостях руху рейкового екіпажа.

Разработано программное обеспечение для исследования колебаний и напряженно-деформированного состояния несущих элементов мостовых сооружений при различных скоростях движения рельсового экипажа.

Software is developed to research into vibrations and the stressed-deformed state of the carrying elements of bridge structures at various speeds of a rail vehicle movement.

Вопросы динамического взаимодействия движущихся объектов с конструкциями и их элементами, несмотря на многочисленные исследования ученых и специалистов, продолжают оставаться весьма актуальными при проектировании, строительстве и эксплуатации искусственных сооружений на железных дорогах.

При движении объектов колебания несущих конструкций являются нестационарными и возбуждаются в период времени, когда нагрузка перемещается по конструкции, а после ее прохода затухают.

Первые работы по динамике балочных конструкций, испытывающих воздействие движущейся нагрузки, относятся к 40-м годам XIX ст., т. е. ко времени начала проектирования и строительства железных дорог. Толчком к теоретическим исследованиям послужили аварии ряда мостов, сопровождавшиеся человеческими жертвами. Уровень этих исследований был невысок, так как стремление упростить математическую формулировку задачи приводило к отвлечению от ряда существенных факторов и даже ошибкам [1]. В частности, решая задачу о воздействии одиночного движущегося груза на однопролетную свободно опертую балку, исследователи рассматривали два предельных случая, в одном из которых масса нагрузки мала по отношению к массе конструкции, а в другом массой последней можно пренебречь в сравнении с массой груза. Очевидно, что обе постановки задачи являются приближенными. Так как не учитывают одновременно массы участников колебательного процесса.

Первое и весьма строгое исследование динамических деформаций однопролетной балки при движении по ней сосредоточенной силы принадлежит А. Н. Крылову, применившему для решения задачи метод разложения проги-

бов конструкции в ряд по формам собственных колебаний [2]. Позднее к аналогичным выводам пришел С. П. Тимошенко [3]. Рассматривая балку как систему с бесконечным числом степеней свободы и синусоидальными формами колебаний, исследователи получали зависимость для деформаций конструкции в произвольном сечении в функции времени, координаты сечения, величины, положения и скорости движения нагрузки, а также жесткостных, инерционных и геометрических характеристик балки.

В данной работе рассматривается расчетная схема однопролетного балочного железнодорожного моста и грузового вагона со стандартными тележками модели 18-100. В этой расчетной схеме рельс принимается упругой балкой с сосредоточенными массами на упругих опорах. Основанием для упругих опор служит балка – перекрытия моста, которая также имеет вид упругой балки с сосредоточенными массами. Над опорой моста предусмотрена установка железобетонной плиты, в пределах которой рельс рассматривается, как упругая балка на сплошном недеформируемом основании.

Таким образом, в расчетной схеме моста учтены мельчайшие детали конструкции, отсутствуют допущения и предложения, искажающие фактическую картину их работы. Поэтому есть все основания считать, что получаемые на математической модели результаты будут практически адекватны тем, которые были бы получены в натуральных экспериментах при тождественности исходных данных в математической модели и в натурном эксперименте. Более того, математическая модель позволяет понять многое из того, что скрывается от взгляда исследователей и недоступно для понимания в сложнейших процессах взаимодействия пути и подвижного состава.

При построении математических моделей, описывающих волновые свойства несущих элементов конструкции, используется идея метода конечных элементов (МКЭ), заключающаяся в расчленении сложной конструкции на простые элементы. В качестве конечного элемента принят стержень, нагруженный внешними сосредоточенными силами. Концевые сечения элемента (узлы) имеют связи, реакции которых соответствуют заданным внутренним усилиям, определяющим напряженное состояние стержня.

Для изучения изгибных колебаний механических систем использованы теоретические методы, базирующиеся на теоремах и уравнениях технической механики. При этом использован принцип Даламбера (прямой метод составления уравнений динамического равновесия системы с учетом сил инерции масс).

Уравнения изгибных колебаний представлены в блочно-матричной форме:

$$M\ddot{z} + B\dot{z} + Cz = F, \quad (1)$$

где F – вектор возмущающих воздействий; M – матрица инерционных коэффициентов диагонального вида

$$M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_{n-1}, m_n);$$

C и B – квадратные блочно-диагональные симметричные матрицы квазиупругих и диссипативных коэффициентов, \ddot{z} , \dot{z} , z – векторы ускорений, скоростей и перемещений.

Структура матрицы C (табл. 1) представляет собой пятичленную ленточную матрицу.

Таблица 1

Структура матрицы жесткости C

$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	0	0	0
$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	$C_{2,4}$	0	0
$C_{3,1}$	$C_{3,2}$	$C_{3,3}$	$C_{3,4}$	$C_{3,5}$	0
0	$C_{i,i-2}$	$C_{i,i-1}$	$C_{i,i}$	$C_{i,i+1}$	$C_{i,i+2}$
0	$C_{n-2,n-4}$	$C_{n-2,n-3}$	$C_{n-2,n-2}$	$C_{n-2,n-1}$	$C_{n-2,n}$
0	0	$C_{n-1,n-3}$	$C_{n-1,n-2}$	$C_{n-1,n-1}$	$C_{n-1,n}$
0	0	0	$C_{n,n-2}$	$C_{n,n-1}$	$C_{n,n}$

Элементы отдельных блоков этой симметричной матрицы определяются через геометрические и жесткостные характеристики стержней конструкции и определяются аналитическими выражениями.

Разработаны алгоритмы и программы, с помощью которых учитывается скорость движения экипажа относительно рельсошпальной решетки. С помощью этой программы на каждом шаге

интегрирования корректируются элементы блока матрицы жесткости и диссипации. Блок матрицы описывает изгибные свойства рельсовой плети.

Следует заметить, что достоверность разработанных алгоритмов доказана совпадением результатов, полученных с использованием уравнений (1), с аналогичными результатами, найденными в эксперименте.

Для оценки статических и динамических характеристик единой механической системы «экипаж-мост» при различных скоростях движения вагона был разработан программный комплекс.

С помощью программного обеспечения методами линейной алгебры была решена проблема собственных чисел и векторов (табл. 2).

Таблица 2

Некоторые собственные частоты механической системы «экипаж-мост»

Значение частоты, Гц	Форма колебаний
2,1	Подпрыгивание кузова
9,7	Подпрыгивание тележки
16,6	Галопирование тележки
27,1	1-й тон изгибных колебаний рельса
28,2	То же 2-й тон
53,2	То же 3-й тон

Исследовались вертикальные колебания конструкции с помощью численного интегрирования системы однородных нелинейных дифференциальных уравнений 100-го порядка. Нелинейность уравнений обусловлена наличием в тележке клинового фрикционного гасителя колебаний.

На рис. 1–3 представлены результаты решения: суммарные (кривая 1), статические (кривая 2) и динамические (кривая 3) прогибы и нормальные напряжения в рельсовой плети под катящимися колесами, а также силы взаимодействия между колесами и рельсом.

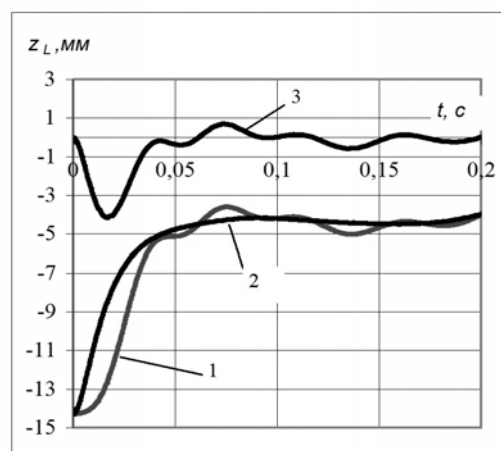


Рис. 1. Прогиб рельса под левым колесом

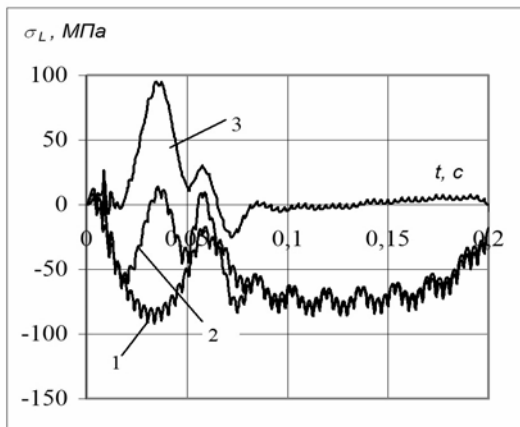


Рис. 2. Напряжения в рельсе под левым колесом

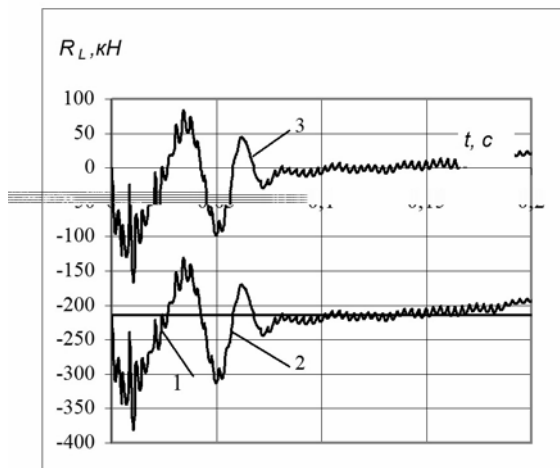


Рис. 3. Силы взаимодействия между левым колесом и рельсом

Анализ построенных осциллограмм показал, что траектории точки касания колес с рельсом характеризуется частотой 17.0 Гц (частота галопирования тележки), а нормальные напряжения в рельсе под движущимися колесами и силы взаимодействия между колесами и рельсом – 53.0 Гц (частота чередования шпал при движении вагона с определенной скоростью, которая определяется выражением v/L). Причем эти частоты проявляются только в пролетной зоне (т. е. между опорами) моста. Следует заметить, что максимальные значения напряжений в рельсе при данной скорости движения не превышают 100 МПа. Наибольшие значения сил взаимодействия имеют место при трогании вагона с места.

Выводы: приведенная методика позволяет существенно повысить качество научно-исследовательских работ при проектировании новых и модернизации существующих железнодорожных мостовых сооружений; прогнозировать прочность и выбрать оптимальные параметры несущих элементов моста при высоких скоростях движения экипажа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пановко Я. Г. Исторический очерк развития теории динамического воздействия подвижной нагрузки. – Тр. Ленингр. Краснознам. воен.-воздуш. инж. акад., 1948. – Вып. 17. – С. 8–38.
2. Крылов А. Н. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложение в технических вопросах. – Л.: Изд-во АН СССР, 1933. – 472 с.
3. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с.

Поступила в редколлегию 29.09.2005.