

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ТЕХНИЧЕСКИ СЛОЖНЫХ (НАУКОЕМКИХ) ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ НА СТАДИИ ИХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Наведено результати дослідження методів метрологічної оцінки складних технічних випробувальних систем.

Представлены результаты исследования методов метрологической оценки сложных технических испытательных систем.

The results of research of methods of metrology estimation of the difficult technical tester systems are described in the article.

Под технически сложной (научоемкой) испытательной системой (СИС) в настоящей работе понимается устройство, воспроизводящее нормированные воздействующие факторы и (или) нагрузки, при использовании которого значение этого воздействия есть величина U , являющаяся функцией

$$U = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

где x_1, x_2, \dots, x_n – аргументы, от которых зависит значение этого воздействия; n – число аргументов (точечных воздействий).

Измеряя каким-либо способом значения x_1, x_2, \dots, x_n или задавая их значениями, мы всегда допускаем погрешности $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$.

Тогда значение U , вычисленное по неточным значениям аргументов, будет иметь погрешность

$$\Delta U = f[(x_1 + \Delta x_1), (x_2 + \Delta x_2), \dots, (x_n + \Delta x_n)] - f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2)$$

При достаточно малых значениях $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ можно приближенно заменить приращение полным дифференциалом

$$\Delta U \approx \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n. \quad (3)$$

Поскольку значения частных производных, как и значения $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, могут быть как положительными, так и отрицательными, то абсолютно справедливым является выражение

$$|\Delta U| \approx \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| |\Delta x_1| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| |\Delta x_2| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| |\Delta x_n|. \quad (4)$$

Если в (4) модули $|\Delta x_1|, |\Delta x_2|, \dots, |\Delta x_n|$ заменить их максимальными (предельными) значениями $|\Delta^* x_1|, |\Delta^* x_2|, \dots, |\Delta^* x_n|$, которые являются границами для абсолютных величин значений погрешности, то модуль предела абсолютной погрешности определяется выражением

$$|\Delta^* U| \approx \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| |\Delta^* x_1| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| |\Delta^* x_2| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| |\Delta^* x_n|. \quad (5)$$

Задачей метрологической оценки метода испытаний с использованием СИС является не только установление значения $|\Delta^* U|$, но и установление предела относительной погрешности $\delta(U)$.

Из определения понятия «относительная погрешность» следует

$$\delta(U) = \frac{|\Delta^* U|}{|U|} = \frac{|\Delta^* U|}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}. \quad (6)$$

С учетом (5) запишем

$$\delta(U) = \left| \frac{\partial U / \partial x_1}{U} \right| |\Delta^* x_1| + \left| \frac{\partial U / \partial x_2}{U} \right| \times |\Delta^* x_2| + \dots + \left| \frac{\partial U / \partial x_n}{U} \right| |\Delta^* x_n|. \quad (7)$$

Поскольку отношение первой производной функции к этой же функции есть первая производная натурального логарифма этой функции, то выражение (7) примет вид:

$$\delta(U) = \left| \frac{\partial}{\partial x_1} \ln|U| \right| \left| \Delta^* x_1 \right| + \left| \frac{\partial}{\partial x_2} \ln|U| \right| \times \left| \Delta^* x_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial}{\partial x_n} \ln|U| \right| \left| \Delta^* x_n \right| \quad (8)$$

или коротко

$$\delta(U) = \left| \Delta^* \ln|U| \right|. \quad (9)$$

Отсюда следует, что для определения предела относительной погрешности СИС необходимо последовательно выполнить ряд действий:

- определить и проанализировать номенклатуру внешних воздействий факторов x_1, x_2, \dots, x_n ;
- проанализировать диапазоны (размахи значений) внешних воздействующих факторов;
- установить (на стадии проектирования – задать) максимальные (предельные) значения абсолютных погрешностей $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$;
- разработать (если функция U аналитически не определена) аналитическое выражение U ;
- определить $\ln U$;
- найти частные производные функции $\ln U$ по аргументам внешних воздействующих факторов;
- по (8) составить выражение для $\delta(U)$;
- вычислить значение $\delta(U)$;
- провести анализ полученного значения $\delta(U)$.

Если в проекте технического задания на проектирование СИС приведен перечень нормированных значений внешних воздействий, их максимальные и минимальные значения, то это позволяет, используя приведенную выше методологию, определить значение $\delta(U)$ и сравнить с значением $\delta_n(U)$, предварительно согласованным с заказчиком.

Если $\delta(U) > \delta_n(U)$, то необходимо провести анализ диапазонов внешних воздействующих факторов, принятых в проекте ТЗ, с целью уменьшения их влияния на величину $\delta(U)$.

Если по техническим или экономическим причинам не удастся добиться уменьшения $\delta(U)$ до значения $\delta(U) \leq \delta_n(U)$, то необходимо согласовать с заказчиком увеличение $\delta_n(U)$ до величины, позволяющей воспроизвести в СИС принятый метод испытаний.

Если и это не удастся, то необходимо применить (разработать) другой метод, а от разработки конструкторской документации отказаться.

В случае $\delta(U) < \delta_n(U)$, то, формально говоря, можно согласовывать и утверждать ТЗ и приступать к разработке конструкторской документации.

Однако, если $\delta(U) \ll \delta_n(U)$, то возникает вопрос экономической целесообразности создания и использования такой СИС, т. к. заказчик полностью не реализует ее возможности, а разработчик и изготовитель будут иметь увеличенные расходы.

По мнению авторов, соотношение

$$\frac{\delta(U)}{\delta_n(U)} \geq 0,8 \quad (10)$$

может быть оптимальным и экономически целесообразным.

Если же

$$\frac{\delta(U)}{\delta_n(U)} < 0,8,$$

то возникает необходимость в пересмотре значений $|\Delta^* x_1|, |\Delta^* x_2|, \dots, |\Delta^* x_n|$ в сторону их «загрубления» до таких величин, чтобы соблюдалось соотношение (10).

Это позволит, при полном удовлетворении требований заказчика, снизить в общем случае:

- расходы на создание СИС (проектирование, испытания опытно-промышленного образца, закупка комплектующих);
- расходы на изготовление и приемку;
- стоимость готового изделия;
- эксплуатационные расходы у потребителя (монтаж, наладка, эксплуатация).

Приведенные выше рассуждения прокомментируем на примере исследования метода определения удельного электрического сопротивления контактного провода.

Удельное электрическое сопротивление контактного провода электрического (троллейного) транспорта является важным показателем, связанным с проблемами энергосбережения. Ввиду этого, каждая партия такого провода должна сопровождаться документом о качестве, содержащем данные об этом параметре. Так как на практике плавка может делиться на несколько партий, то в документе о качестве может указываться значение удельного сопротивления металла исходной плавки.

При технологии прямого (непрерывного) получения исходной катанки из рафинированного модифицированного жидкого металла испытаниям подвергается каждая партия. В настоящее

время действует ГОСТ 7229-76 «Кабели, провода и шнуры. Метод определения электрического сопротивления токопроводящих жил и проводников». В основу этого стандарта положен классический метод измерения мостами Уитстона и Томсона (одинарный, двойной или одинарно-двойной мост постоянного напряжения).

По этому методу крайне сложно обеспечить предел относительной инструментальной погрешности менее 0,2%, который и нормирован этим стандартом. Предел относительной погрешности метода ГОСТ 7229-76 не нормируется. Подсчитаем его значение для медного провода при температуре 20 °С.

Из курса физики известно, что сопротивление проводника R , удельное сопротивление ρ , сечение проводника S и его длина l связаны выражением:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (11)$$

или

$$\rho = \frac{RS}{l}. \quad (12)$$

Используя (8) и (12), имеем (промежуточные выкладки ординарны и в настоящей статье не приводятся)

$$\delta(\rho) = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{|\Delta^*R|}{|R|} + \frac{|\Delta^*S|}{|S|} + \frac{|\Delta^*l|}{|l|}, \quad (13)$$

где $\delta(U)$ – предел относительной погрешности метода

$$\delta(U) = \delta(\rho);$$

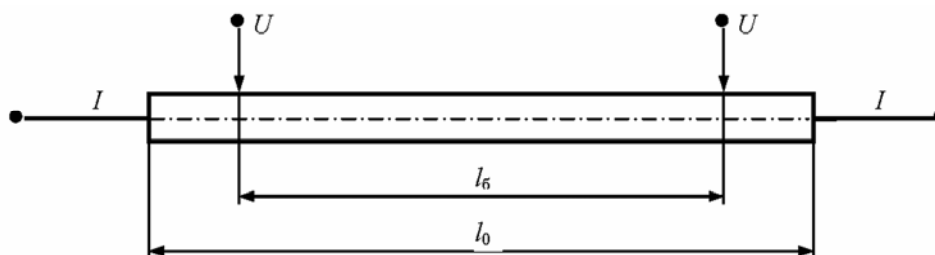


Рис. Принципиальная схема измерения:

l_b – базовое расстояние между контактами; l_0 – общая длина образца

Этот метод начали использовать на предприятиях цветной металлургии СНГ как альтернативу ГОСТ 7229-96 для определения удельного электрического сопротивления проводников сечением 30...300 мм².

Одна из установок для воспроизведения этого метода содержит:

$|\Delta^*x_1|$ – предел относительной инструментальной погрешности, приведенной к температуре 20 °С (по ГОСТ 7229-76 это значение составляет 0,2 %)

$$|\Delta^*x_1| = \frac{|\Delta^*R|}{|R|} = \frac{|\Delta^*R_{20}|}{|R_{20}|};$$

$|\Delta^*x_2|$ – подсчитанное значение по данным табл. 4 ГОСТ 2584-86 составляет порядка 0,8 %

$$|\Delta^*x_2| = \frac{|\Delta^*S|}{|S|};$$

$|\Delta^*x_3|$ – предел относительной погрешности при измерении длины испытуемого образца нормировано ГОСТ 7229-76 и составляет 0,2 % (для образца длиной 1 м)

$$|\Delta^*x_3| = \frac{|\Delta^*l|}{|l|}.$$

Подсчитанный по (13) предел относительной погрешности составляет 1,2 %, что, учитывая растущие цены на медные сплавы и электроэнергию, не может в должной мере удовлетворять потребителей-эксплуатационников.

Современные методы измерения электрических параметров (в Украине не стандартизованы) используют принцип ток-напряжение по 4-х проводной схеме (Кельвина), компенсирующей сопротивление токопроводящих проводников и переходное сопротивление контактов (рисунок).

- миллиомметр RESISTOMAT 2304-V001 (Германия) класса точности 0,01 %;
- зажимной механизм с ванной, заполненной дистиллированной деионизированной водой;
- температурный датчик типа 23992 (или 2391), погруженный в воду для измерения ее температуры;

- весы типа ARC-120, класс точности 3 (ГОСТ 24104-88);
- метр металлический № К-13 (по ГОСТ 8.222-76);
- слесарный инструмент (ножовка – для обрезания концов заготовки испытательного образца, напильник – для торцовки и снятия заусениц, резиновая киянка – для рихтовки образца).

При определении ρ выполняются три стадии работ:

- подготовка к измерению;
- проведение измерений;
- обработка результатов измерений.

Подготовка к измерению включает в себя:

- контроль формы (остроты) контактов, измерение базового расстояния между контактами ($l_6 = 1\,000$ мм, $|\Delta l_6| = 0,5$ мм);
- изготовление испытуемого образца ($l_0 = 1\,300$ мм, $|\Delta l_0| = 0,5$ мм);
- взвешивание образца длиной 1 300 мм с точностью до 0,01 г ($\Delta m = 0,01$ г);
- настройку миллиметра;
- установку образца в измерительную схему.

При измерении сопротивления многократно (в автоматическом режиме) меняется полярность – до получения стабильного значения изменяемого параметра.

Определим $\delta(U)$, перепишем (12) в виде

$$U = \rho = \frac{R_{20}m}{l_6 l_0 q}, \quad (14)$$

где m – масса образца длиной l_0 ; l_0 – расстояние между контактами; l_6 – базовое расстояние между контактами; q – плотность материала образца.

Применительно к (14)

$$\delta(U) = \left| \frac{\Delta R_{20}}{R_{20}} \right| + \left| \frac{\Delta^* m}{m} \right| + \left| \frac{\Delta^* l_6}{l_6} \right| + \left| \frac{\Delta^* l_0}{l_0} \right| + \left| \frac{\Delta^* q}{q} \right|. \quad (15)$$

Исходные данные для расчета δ :

$$\max \left| \frac{\Delta^* R_{20}}{R_{20}} \right| = 0,01 \%$$

(паспортные данные миллиметра Resistomat 2304-V001);

$$\max \left| \frac{\Delta^* l_6}{l_6} \right| = \frac{0,5}{1\,000} = 0,0005 = 0,05 \%;$$

$$\max \left| \frac{\Delta^* l_0}{l_0} \right| = \frac{0,5}{1\,300} = 0,0004 = 0,04 \%;$$

$$\max \left| \frac{\Delta^* q}{q} \right| = \frac{0,005}{8,89} = 0,0006 = 0,06 \%.$$

Подставив в (15) исходные данные, имеем

$$\delta(U) = \frac{0,01}{m} 100 + 0,16 = \frac{1}{m} + 0,16, \quad (16)$$

где m в граммах.

Установка позволяет испытывать образцы провода, катанки, прутковых материалов сечением 30...300 мм², поэтому для оценки точности метода, формально говоря, можно задать текущее значение m в граммах и построить кривую предела относительной погрешности $\delta(U)$, %.

Однако необходимости в этом нет, т.к. максимальное значение $\delta(U)$ имеет при минимальной массе образца (длиной 1 300 мм).

Образец диаметром 6,2 мм длиной 1 300 мм имеет минимальную массу 330 г, поэтому влияние m на общий результат ($\delta(U) = 0,163$ %) можно не учитывать и принять

$$\delta(U) = \delta(\rho) = 0,16 \%.$$

Сравнивая этот результат с результатом, вычисленным по (13), видим, что точность метода больше в 1,2 : 0,16 = 7,5 раз.

«Истинное» значение ρ находится в пределах

- по методу согласно ГОСТ 7229-76

$$\rho_{\max} = \rho + 1,2\rho : 100 = 1,012\rho,$$

$$\rho_{\min} = \rho - 1,2\rho : 100 = 0,988\rho;$$

- по описанному нами нестандартизованному методу

$$\rho_{\max} = \rho + 0,16\rho : 100 = 1,0016\rho,$$

$$\rho_{\min} = \rho - 0,16\rho : 100 = 0,9984\rho.$$

Доля инструментальной погрешности в общей (предельной) погрешности метода составляет:

- по методу согласно ГОСТ 7229-76

$$0,2 : 1,2 \cdot 100 \approx 17 \%;$$

- по описанному нами нестандартизованному методу

$$0,01 : 0,163 \cdot 100 \approx 0,16 \%.$$

Если принять $\delta_n(\rho) = 1,2$ %, то согласно

(10) $\delta(U)$ должно быть порядка 1,02.

Здесь мы имеем случай $\delta(U) \ll \delta_n(U)$.

Налицо возникла необходимость в пересмотре $|\Delta^* l_6|$, $|\Delta^* l_0|$, $|\Delta^* q|$ и, конечно же, $|\Delta^* R|$.

Что касается $|\Delta^* R|$, то эта величина определена паспортным значением предела относительной погрешности миллиметра $\left| \frac{\Delta^* R}{R} \right|$ для любого текущего значения R и тоже может быть пересмотрена.

Если вместо прибора Resistomat 2304 класса 0,01 %, стоимостью более 13,5 тыс. EUR, закупить прибор Resistomat 2319 класса 0,2 %, стоимостью немногим более 1500 EUR, то расходы уменьшатся в девять раз.

Определенная экономия будет и если «загрубить» точность: $|\Delta^* l_6|$ и $|\Delta^* l_0|$ – 0,5...1,0 мм; $|\Delta^* q|$ – 0,005...0,05 г/см³.

Значение $\delta(\rho)$, посчитанное по «загрубленным» данным будет составлять:

$$\delta(\rho) = \frac{1}{m} + 0,98.$$

Поскольку $\frac{1}{m} = 0,0(03)$, т. е. меньше 0,005, то с полным основанием можно принять $\delta(\rho) = 0,98$ %, что более, чем в $1,2 : 0,98 = 1,2$ раза точнее метода по ГОСТ 7229-76.

Выводы

1. Грамотно проведенная экспертиза проекта СИС на стадии ТЗ позволяет в несколько раз снизить расходы на создание СИС при полном удовлетворении заказчика, что особенно важно при закупках импортных приборов.
2. Если нас удовлетворяет метод (и имеется достаточный запас по его точности), то работы по первичной аттестации изготовленной СИС сведутся к скрупулезной проверке соответствия конструкторской документации требованиям ТЗ, а изготовленного и смонтированного испытательного оборудования – требованиям конструкторской документации.

Поступила в редколлегию 25.04.2006.