УДК 629.439

В. А. ПОЛЯКОВ, Н. М. ХАЧАПУРИДЗЕ (Институт транспортных систем и технологий НАН Украины)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА

Обґрунтовано доцільність вивчення відносного руху магнітолевітуючого поїзда з застосуванням математичного моделювання. Виходячи з результатів аналізу альтернативних варіантів цього моделювання, показані деякі переваги тензорної методики. Наведено порядок побудови шуканої моделі з її використанням.

Обоснована целесообразность изучения относительного движения магнитолевитирующего поезда с применением математического моделирования. Исходя из результатов анализа альтернативных вариантов этого моделирования, показаны некоторые преимущества его тензорной методики. Приведен порядок построения искомой модели с ее использованием.

The expediency of studying the relative movement of magnetically levitated train with the use of mathematical modeling has been substantiated. Proceeding from results of alternative options of such modeling, advantages of its tensor techniques are shown. The order of required model construction with the use of these techniques has been tracked.

В связи с необходимостью резкой интенсификации пассажирских и грузовых перевозок, были созданы транспортные системы с магнитолевитирующими поездами (МЛП). Эксплуатационные скорости таких поездов, недосягаемые для иных видов наземного транспорта, весьма остро ставят проблемы их естественной и управляемой динамики. Однако процессы, протекающие в указанных системах в целом и в поездах в частности, слабо поддаются исследованию (в требуемой полноте и точности) обычными чисто теоретическими методами.

Прямой натурный эксперимент над ними долог, дорог, часто либо опасен, либо вовсе невозможен, так как многие из таких систем существуют в «единственном экземпляре». Цена ошибок и просчетов в обращении с ними недопустимо высока. Поэтому возможно большую часть указанных исследований рационально выполнять методами математического (шире – информационного) моделирования. Оно, как известно, сочетает в себе многие достоинства как теории, так и эксперимента.

Работа не с самой системой и процессами в ней, а с их моделями дает возможность безболезненно, относительно быстро и без существенных затрат исследовать свойства и поведение исследуемых объектов в любых мыслимых ситуациях (преимущества теории). В то же время вычислительные (компьютерные, симуляционные имитационные) эксперименты с моделями объектов позволяют, опираясь на мощь современных вычислительных методов и технических инструментов информатики, подробно и глубоко изучать те же объекты в достаточной полноте, недоступной чисто теоретическим подходам (преимущества эксперимента).

Анализ естественной и, на этой основе, синтез управляемой динамики МЛП является одним из основополагающих вопросов при решении проблем качества такой динамики, а потому – ее безопасности, комфортности для пассажиров и сохранности перевозимых грузов.

Кроме того, та же динамика определяет собой нагруженность поездных конструкций, а также количество и качество использования энергии, потребляемой из фидерной линии и расходуемой на тягу, путенаправление и подвешивание поезда. Все это делает необходимым корректное и достаточно полное моделирование динамических процессов, протекающих в МЛП. Его экипажи являются путенаправляемыми. Поэтому, как правило, динамику такого поезда удобно изучать по отношению к пути, над которым он двигается. Такой подход облегчает интерпретацию результатов исследований и повышает их информативность. В то же время координатные триэдры, сопровождающие экипажи в движении и отслеживающие поверхность пути, являются неинерциальными: их начала имеют отличные от нуля абсолютные ускорения, а сами они вращаются. Итак, для каждого экипажа МЛП, движущегося по пространственному перелому пути, возникает задача динамики относительного движения.

Механика относительного движения, как известно [1], отличается от механики абсолютного движения необходимостью учета, наряду с реальными физическими силами, действующими на рассматриваемую систему, еще и эйлеровых – переносных и кориолисовых – сил инерции. Они, не являясь силами физического взаимодействия [2], зависят исключительно от обстоятельств кинематического характера, связанных с выбором конкретной подвижной системы координат. Третий закон Ньютона для них не применим. Поэтому эйлеровы силы инерции фактически являются псевдосилами [3], удобными воображаемыми понятиями и обозначениями, позволяющими придавать модели относительного движения вид уравнений динамического равновесия.

Решая многие задачи динамики МЛП, расчетную схему механической подсистемы его экипажа представляют агрегатом абсолютно твердых тел, соединенных при помощи связей через податливые блоки. В такой постановке, модель относительного движения упомянутого поезда обычно строится [4–6] с использованием уравнений Лагранжа второго рода. При этом, согласно отмеченному, к реальным физическим возмущениям поезда добавляются эйлеровы псевдосилы инерции. Однако в большинстве случаев, близких к реальным, рассмотрения относительного движения выражения для определения значений таких псевдосил весьма сложны и громоздки, а корректное построение лагранжиана системы с целью получения, с его использованием, этих выражений существенно затруднено.

Выход, как правило, находят в явной записи упомянутых выражений псевдосил инерции и их внесении (наряду с реальными возмущениями) в правые части уравнений относительной динамики МЛП. Видимо, подобные ситуации имел в виду А. Ю. Ишлинский, отмечая [2], что «…уравнения Лагранжа второго рода, столь эффективные в теоретических изысканиях, нередко оказываются не принципиально усложненными при рассмотрении конкретных задач механики систем с несколькими степенями свободы…». Положение усугубляется еще и тем, что модели динамики относительного движения, построенные с использованием уравнений Лагранжа, инвариантными относительно преобразований координат не являются. Они справедливы лишь для обобщенных координат, принятых при их составлении. Всякое изменение таких координат требует не преобразования имеющейся модели движения, а ее коренной перестройки. Это также неудобно в ряде исследований.

Исходя из изложенного, целью настоящей работы является разработка методики построения математической модели относительного движения МЛП, свободной от отмеченных несовершенств (неизбежных при использовании традиционных способов такого построения). Методика должна быть ориентирована на максимально возможную автоматизацию моделирования с использованием современных математических методов, а также систем компьютерной математики и, благодаря этому, позволять существенно облегчать процесс и усовершенствовать результат анализа естественной динамики рассматриваемого поезда.

Модель относительной динамики МЛП строится тензорным методом, свободным от указанных недостатков традиционных путей такого построения и, кроме того, обладающим рядом дополнительных положительных свойств [7]. В качестве основы, упомянутый метод базируется на дифференциальных уравнениях пространственного движения опорного тела расчетной схемы МЛП в инерциальной системе координат $OX_p \forall p \in [\overline{1,3}]$. Последние уравнения известны [8], всегда неизменны и имеют вид

$$f_{ij\alpha\beta}\ddot{\varepsilon}_{ij}^{\beta} + E_{ij\alpha,\beta\gamma}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\beta}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\gamma} = K_{ij\alpha} \quad \forall \alpha,\beta,\gamma \in [\overline{1,6}], \tag{1}$$

где $f_{ij\alpha\beta}, E_{ij\alpha,\beta\gamma} \forall \alpha,\beta,\gamma \in [\overline{1,6}]$ – ковариантный метрический тензор j-го опорного тела расчетной схемы i-го экипажа МЛП, а также трехиндексный символ Кристоффеля 1-го рода того же тела в координатах $\varepsilon_{ij}^{\beta} \forall \beta \in [\overline{1,6}]$; $\varepsilon_{ij}^{\beta}, K_{ij\alpha} \forall \alpha,\beta \in [\overline{1,6}]$ – опорные координаты того же тела относительно триэдра $OX_p \forall p \in [\overline{1,3}]$, а также соответствующие им обобщенные силы.

Принимая, например,

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{1} &= x_{ijC1}; \\ \varepsilon_{ij}^{2} &= x_{ijC2}; \\ \varepsilon_{ij}^{3} &= x_{ijC3}; \\ \varepsilon_{ij}^{4} &= \tilde{\psi}_{ij}; \\ \varepsilon_{ij}^{5} &= \tilde{\theta}_{ij}; \\ \varepsilon_{ij}^{6} &= \tilde{\gamma}_{ij}, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где $x_{ijCp} \forall p \in [\overline{1,3}]$ – декартовы координаты точки ijC – центра масс рассматриваемого тела – в триэдре $OX_p \forall p \in [\overline{1,3}]$; $\tilde{\psi}_{ij}, \tilde{\theta}_{ij}, \tilde{\gamma}_{ij}$ – эйлеровы углы, определяющие взаимную ориентацию связанного с телом $ijCz_r \forall r \in [\overline{1,3}]$ и того же инерциального $OX_p \forall p \in [\overline{1,3}]$ триэдров, можно показать, что

$$f_{ij\alpha\beta} = \begin{bmatrix} f_{ijt} & 0 \\ 0 & f_{ijr} \end{bmatrix} \forall \alpha, \beta \in [\overline{1,6}];$$

$$f_{ijt} = diag \ \{m_{ij}, m_{ij}, m_{ij}\};$$

$$f_{ijr} = \begin{bmatrix} f_{ij44} & f_{ij45} & f_{ij46} \\ f_{ij54} & f_{ij55} & 0 \\ f_{ij64} & 0 & f_{ij66} \end{bmatrix};$$

$$f_{ij44} = \left(I_{ij11} \cos^{(2)} \tilde{\gamma}_{ij} + \right.$$

$$\left. + I_{ij22} \sin^{(2)} \tilde{\gamma}_{ij} \right) \cos^{(2)} \tilde{\theta}_{ij} + I_{ij33} \sin^{(2)} \tilde{\theta}_{ij};$$

$$f_{ij45} = f_{ij54} = \left(I_{ij11} - I_{ij22}\right) \cos \tilde{\theta}_{ij} \sin \tilde{\gamma}_{ij} \cos \tilde{\gamma}_{ij};$$

$$f_{ij46} = f_{ij64} = I_{ij33} \sin \tilde{\theta}_{ij};$$

$$f_{ij55} = I_{ij11} \sin^{(2)} \tilde{\gamma}_{ij} + I_{ij22} \cos^{(2)} \tilde{\gamma}_{ij};$$

$$f_{ij66} = I_{ij33}, \qquad (3)$$

где $m_{ij}, I_{ijpp} \forall p \in [\overline{1,3}]$ – масса того же опорного тела, а также его главные центральные (относительно осей триэдра $ijCz_r \forall r \in [\overline{1,3}]$) моменты инерции.

Уравнения (1) имеют [8] тензорную природу. Следовательно, они обладают свойством форминвариантности к преобразованиям координат, в которых записаны. Поэтому в координатах $\rho_{ij}^{\kappa} \forall \kappa \in [\overline{1,6}]$, определяющих положение того же тела относительно неинерциального триэдра $iQY_q \forall q \in [\overline{1,3}]$, сопровождающего i-й экипаж в его движении относительно поверхности пути под ним, движение тела может быть описано моделью, получаемой из (1) подстановкой

$$\varepsilon_{ij}^{\beta} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{\beta}}{\partial \rho_{ij}^{\kappa}} \cdot \rho_{ij}^{\kappa} \forall \beta, \kappa \in [\overline{1,6}] \qquad (4)$$

и умножением получающихся выражений на матрицу преобразования

$$\tau_{ij\kappa}^{\beta} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{\beta}}{\partial \rho_{ij}^{\kappa}} \forall \beta, \kappa \in [\overline{1,6}]. \qquad (5)$$

Аналогично (2), положение тела в триэдре $iQY_q \forall q \in [\overline{1,3}]$ может быть определено, например, координатами:

$$\left.\begin{aligned} &\rho_{ij}^{1} = y_{ijC1}; \\ &\rho_{ij}^{2} = y_{ijC2}; \\ &\rho_{ij}^{3} = y_{ijC3}; \\ &\rho_{ij}^{4} = \nu_{ij}^{1} = \psi_{ij;} \\ &\rho_{ij}^{5} = \nu_{ij}^{2} = \theta_{ij}; \\ &\rho_{ij}^{6} = \nu_{ij}^{3} = \gamma_{ij}; \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

где $y_{ijC\xi}, \nu_{ij}^{\xi} \forall \xi \in [\overline{1,3}]$ – декартовы координаты точки ijC в триэдре $iQY_q \forall q \in [\overline{1,3}]$, а также эйлеровы углы, определяющие ориентацию относительно него триэдра $ijCz_r \forall r \in [\overline{1,3}]$.

Тогда из (2), (5) и (6) следует, что

$$\left.\begin{aligned} &\tau_{ij\kappa}^{\beta} = \begin{bmatrix} \varsigma_{ijpq} & 0 \\ 0 & \sigma_{ij\nu}^{u} \end{bmatrix}, \\ &\varsigma_{ijpq} = \frac{\partial x_{ijCp}}{\partial y_{ijCq}}, \\ &\sigma_{ij\nu}^{u} = \frac{\partial \lambda_{ij}^{u}}{\partial \nu_{ij}^{\nu}}, \\ &\forall \beta, \kappa \in [\overline{1,6}]; \, p, q, \nu \in [\overline{1,3}]. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

В то же время из кинематических соображений заключаем, что

$$\lambda_{ij}^{u} = \lambda_{ij}^{u} \left(\nu_{ij}^{v}, \chi_{i}^{w}\right) \forall u, v, w \in [\overline{1,3}], \qquad (8)$$

где $\chi_i^w \forall w \in [\overline{1,3}]$ – эйлеровы углы, определяющие взаимную ориентацию триэдров $iQY_q \forall q \in [\overline{1,3}]$ и $OX_p \forall p \in [\overline{1,3}]$. Можно принять, например, что

$$\left.\begin{aligned} &\chi_i^1 = \psi_i^*; \\ &\chi_i^2 = \theta_i^*; \\ &\chi_i^3 = \gamma_i^*, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

где $\psi_i^*, \theta_i^*, \gamma_i^*$ – углы, определяющие конфигурацию пути под i-м экипажем МЛП.

Считая путь склерономным, получаем

$$\chi_i^{\vartheta} = \chi_i^{\vartheta}(w_{iQ}) \forall \vartheta \in [\overline{1,3}], \qquad (10)$$

где w_{iQ} – расстояние, пройденное точкой iQ вдоль оси пути за интервал наблюдения движения поезда.

Из (4) следует, что

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\beta} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{\beta}}{\partial \rho_{ij}^{\kappa}} \cdot \dot{\rho}_{ij}^{\kappa} = \tau_{ij\kappa}^{\beta} \cdot \dot{\rho}_{ij}^{\kappa} \forall \beta, \kappa \in [\overline{1,6}]. \quad (11)$$

Тогда

$$\ddot{\varepsilon}_{ij}^{\beta} = \ddot{\rho}_{ij}^{\kappa} \cdot \tau_{ij\kappa}^{\beta} + \dot{\rho}_{ij}^{\kappa} \cdot \dot{\tau}_{ij\kappa}^{\beta} \forall \beta, \kappa \in [\overline{1,6}]. \quad (12)$$

В последних выражениях, исходя из (5),

$$\dot{\tau}_{ij\kappa}^{\beta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{\beta}}{\partial \rho_{ij}^{\kappa}} = \dot{\rho}_{ij}^{n} \cdot \frac{\partial^{(2)} \varepsilon_{ij}^{\beta}}{\partial \rho_{ij}^{\kappa} \partial \rho_{ij}^{n}} =$$

$$\dot{\rho}_{ij}^{n} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho_{ij}^{n}} \tau_{ij\kappa}^{\beta} \quad \forall \beta, \kappa, n \in [\overline{1,6}]. \quad (13)$$

После подстановки выражений (11)–(13) в модель (1), она приобретает вид

$$f_{ij\alpha\beta} \cdot \left(\ddot{\rho}_{ij}^{\kappa} \cdot \tau_{ij\kappa}^{\beta} + \dot{\rho}_{ij}^{\kappa} \cdot \dot{\rho}_{ij}^{n} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho_{ij}^{n}} \tau_{ij\kappa}^{\beta} \right) +$$

$$E_{ij\alpha,\beta\gamma} \tau_{ij\kappa}^{\beta} \dot{\rho}_{ij}^{\kappa} \tau_{ijn}^{\gamma} \dot{\rho}_{ij}^{n} = K_{ij\alpha} \ \forall \alpha, \beta, \gamma, \kappa, n \in [\overline{1,6}] \quad (14)$$

Умножая эти уравнения на τ_{ijp}^{α}, со сверткой по α, модель движения опорного тела относительно триэдра $iQY_q \forall q \in [\overline{1,3}]$ получаем в виде:

$$g_{ijp\kappa} \ddot{\rho}_{ij}^{\kappa} + \Gamma_{ijp,\kappa n} \dot{\rho}_{ij}^{\kappa} \dot{\rho}_{ij}^{n} = T_{ijp} \quad \forall p, \kappa, n \in [\overline{1,6}]; \quad (15)$$

$$g_{ijp\kappa} = f_{ij\alpha\beta} \tau_{ijp}^{\alpha} \tau_{ij\kappa}^{\beta};$$

$$\left. \begin{aligned} &\Gamma_{ijp,\kappa n} = f_{ij\alpha\beta} \tau_{ijp}^{\alpha} \frac{\partial}{\partial \rho_{ij}^{n}} \tau_{ij\kappa}^{\beta} + \mathrm{E}_{ij\alpha,\beta\gamma} \tau_{ijp}^{\alpha} \tau_{ij\kappa}^{\beta} \tau_{ijn}^{\gamma}; \\ &\mathrm{T}_{ijp} = \mathrm{K}_{ij\alpha} \tau_{ijp}^{\alpha} \\ &\forall \alpha, \beta, \gamma, p, \kappa, n \in [\overline{1,6}], \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $g_{ijp\kappa}, \Gamma_{ijp,\kappa n}, \mathrm{T}_{ijp} \forall p, \kappa, n \in [\overline{1,6}]$ – ковариантный метрический тензор рассматриваемого тела, его трехиндексный символ Кристоффеля 1-го рода в координатах $\rho_{ij}^{\kappa} \forall \kappa \in [\overline{1,6}]$, а также соответствующие этим координатам обобщенные силы.

В модели (15), (16), как известно [8],

$$\Gamma_{ijp,\kappa n} = 0{,}5 \left(\frac{\partial g_{ijp\kappa}}{\partial \rho_{ij}^{n}} + \frac{\partial g_{ijpn}}{\partial \rho_{ij}^{\kappa}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\partial g_{ij\kappa n}}{\partial \rho_{ij}^{p}} \right) \quad \forall p, \kappa, n \in [\overline{1,6}]. \quad (17)$$

Итак, модель (15)–(17) описывает относительное движение свободного опорного тела расчетной схемы экипажа МЛП в неинерциальном триэдре $iQY_q \forall q \in [\overline{1,3}]$.

До объединения в агрегат, являющийся расчетной схемой поезда, входящие в нее тела ничем не соединены, их движения ничем не стеснены и конфигурация этой совокупности в триэдрах $iQY_q \forall i \in [\overline{1,N}], q \in [\overline{1,3}]$ может быть определена опорными координатами

$$\xi^{\beta} \forall \beta \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}], \quad (18)$$

где H, N – число опорных тел в расчетной схеме экипажа, а также таких экипажей в поезде.

После сопряжения в агрегат, на движения тел расчетной схемы МЛП накладываются ограничения, формализуемые уравнениями связей, которые будем считать склерономными голономными

$$\xi^{\beta} = \xi^{\beta}(\eta^{\lambda}) \forall \beta \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}], \lambda \in [\overline{1,L}], \quad (19)$$

где $\eta^{\lambda} \forall \lambda [\overline{1,L}], L$ – обобщенные координаты, принятые для описания движения рассматриваемой системы и их число.

Таким образом, способ сопряжения тел в агрегат, являющийся расчетной схемой МЛП, может быть описан структурной матрицей [7] этого агрегата

$$s = \frac{\partial \xi^{\beta}}{\partial \eta^{\lambda}} \forall \beta \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}], \lambda \in [\overline{1,L}]. \quad (20)$$

Пользуясь координатами (18), движение совокупности тел, входящих в расчетную схему МЛП, может быть описано моделью, являющейся совокупностью уравнений вида (15):

$$b_{\alpha\beta} \ddot{\xi}^{\beta} + \mathrm{B}_{\alpha,\beta\gamma} \dot{\xi}^{\beta} \dot{\xi}^{\gamma} = U_{\alpha} \quad \forall \alpha, \beta, \gamma \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}]; \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} &b_{\alpha\beta} = diag\{[g_{ijp\kappa}]\} \\ &\mathrm{B}_{\alpha,\beta\gamma} = diag\{[\Gamma_{ijp,\kappa n}]\} \\ &U_{\alpha} = [\mathrm{T}_{ijp}]^{T} \\ &\forall \alpha, \beta, \gamma \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}]; \\ &i \in [\overline{1,N}]; j \in [\overline{1,\mathrm{H}}]; \\ &p, \kappa, n \in [\overline{1,6}], \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где $b_{\alpha\beta}, \mathrm{B}_{\alpha,\beta\gamma} \forall \alpha, \beta, \gamma \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}]$ – ковариантный метрический тензор совокупности и ее трехиндексный символ Кристоффеля 1-го рода в координатах $\xi^{\beta} \forall \beta \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}]$; $U_{\alpha} \forall \alpha \in [\overline{1,6\mathrm{H}N}]$ – соответствующие им обобщенные силы.

Уравнения (21), как и их составляющие – уравнения (15), являются тензорными. Поэтому они форминвариантны относительно преобразований координат, в которых записаны. То есть могут быть (без изменения формы) преобразованы к записи в координатах $\eta^{\lambda}\forall\lambda[\overline{1,L}]$. Для этого (аналогично преобразованию уравнений (1) в модель (15)) воспользуемся структурной матрицей (20) расчетной схемы МЛП, а также выражениями:

$$\dot{\xi}^{\beta}=\frac{\partial\xi^{\beta}}{\partial\eta^{\lambda}}\cdot\dot{\eta}^{\lambda}\forall\beta\in[\overline{1,6\mathrm{H}N}];\quad \lambda\in[\overline{1,L}]; \quad (23)$$

$$\ddot{\xi}^{\beta}=\frac{\partial\xi^{\beta}}{\partial\eta^{\lambda}}\ddot{\eta}^{\lambda}+$$

$$+\frac{\partial^2\xi^{\beta}}{\partial\eta^{\lambda}\partial\eta^{\mu}}\dot{\eta}^{\lambda}\dot{\eta}^{\mu}\quad\forall\beta\in[\overline{1,6\mathrm{H}N}];\lambda,\mu\in[\overline{1,L}], \quad (24)$$

непосредственно следующих из уравнений (19) связей, наложенных на тела этой схемы. После умножения уравнений (21) на матрицу (20) (со сверткой по «немым» индексам), а также подстановки в них соотношений (23) и (24), модель движения МЛП в координатах $\eta^{\lambda}\forall\lambda[\overline{1,L}]$, то есть относительно неинерциальных триэдров $iQY_q\forall i\in[\overline{1,N}], q\in[\overline{1,3}]$, получаем в виде:

$$c_{\lambda\mu}\ddot{\eta}^{\mu}+C_{\lambda,\mu\nu}\dot{\eta}^{\mu}\dot{\eta}^{\nu}=Y_{\lambda}\quad\forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,L}] \quad (25)$$

$$c_{\lambda\mu}=b_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial\ \xi^{\alpha}}{\partial\ \eta^{\lambda}}\times$$

$$\times\frac{\partial\ \xi^{\beta}}{\partial\ \eta^{\mu}}\quad\forall\alpha,\beta\in[\overline{1,6\mathrm{H}N}];\lambda,\mu\in[\overline{1,L}]; \quad (26)$$

$$C_{\lambda,\mu\nu}=b_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial\xi^{\alpha}}{\partial\eta^{\lambda}}\cdot\frac{\partial^2\xi^{\beta}}{\partial\eta^{\lambda}\partial\eta^{\nu}}+\frac{\partial\xi^{\alpha}}{\partial\eta^{\lambda}}\cdot\frac{\partial\xi^{\beta}}{\partial\eta^{\mu}}\cdot$$

$$\cdot\frac{\partial\xi^{\gamma}}{\partial\eta^{\nu}}\cdot\mathrm{B}_{\alpha,\beta\gamma}\quad\forall\alpha,\beta,\gamma\in[\overline{1,6\mathrm{H}N}];\ \lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,L}]; \quad (27)$$

$$Y_{\lambda}=\frac{\partial\xi^{\alpha}}{\partial\eta^{\lambda}}U_{\alpha}\forall\alpha,\beta,\gamma\in[\overline{1,6\mathrm{H}N}];\quad\lambda\in[\overline{1,L}], \quad (28)$$

где $c_{\lambda\mu},C_{\lambda,\mu\nu},Y_{\lambda}\forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,L}]$ – ковариантный метрический тензор расчетной схемы поезда, ее трехиндексный символ Кристоффеля 1-го рода в координатах $\eta^{\lambda}\forall\lambda[\overline{1,L}]$, а также соответствующие обобщенные силы.

Аналогично (17),

$$C_{\lambda,\mu\nu}=0,5\left(\frac{\partial c_{\lambda\mu}}{\partial\eta^{\nu}}+\frac{\partial c_{\lambda\nu}}{\partial\eta^{\mu}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial c_{\mu\nu}}{\partial\eta^{\lambda}}\right)\quad\forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,L}]. \quad (29)$$

Вывод

Как следует из изложенного, построение модели (25), (26), (28), (29) требует использования лишь операций матричной алгебры. Они реализовались программно с использованием символьного компонента системы компьютерной математики Mathematica 5. Поэтому такое построение происходит в полностью автоматическом режиме, имея своим итоговым результатом явные выражения всех элементов указанной модели (которые не приводятся ввиду громоздкости). При этом, благодаря синтетичности учета функционально-структурной организации МЛП, в полученных уравнениях модели его относительного движения автоматически учтены все члены, отражающие истинное динамическое силовое равновесие в системе. Рассмотрение псевдосил инерции при этом не требуются.

Упомянутые уравнения снова являются тензорными. Поэтому при возникновении такой надобности они без фундаментальной перестройки, преобразуемы (согласно изложенному алгоритму) не только к любой иной удобной для какого-либо исследования системе обобщенных координат (в которой они записаны), но и структуре расчетной схемы исследуемого объекта. Это, наряду с прочими достоинствами, обеспечиваемыми современными системами компьютерной математики [9], позволяет облегчить и усовершенствовать комплекс исследований, связанных с анализом естественной и, на этой основе, синтезом требуемой управляемой динамики МЛП.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Березкин Е. Н. Курс теоретической механики. – М.: Из-во МГУ, 1974. 647 с.
2. Ишлинский А. Ю. Классическая механика и силы инерции. – М.: Наука, 1987. 320 с.
3. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М.: Мир, 1976. Т. ½. 439 с.
4. Дзензерский В. А. Некоторые вопросы математического моделирования левитационного движения электродинамических транспортных средств / В. А. Дзензерский, А. А. Зевин, Н. А. Радченко, Н. М. Хачапуридзе // Математическое моделирование в образовании, науке и промышленности: Сб. научн. трудов. СПб.:

Санкт-Петербургское отделение МАН ВШ, 2000. – С. 65–66.
5. Дзензерский В. А. Динамика транспорта на сверхпроводящих магнитах / В. А. Дзензерский, Н. А. Радченко. – Д.: Арт-Пресс, 2003. – 232 с.
6. Дзензерский В. А. Система электродинамического подвеса левитирующего транспорта с плоской путевой структурой / В. А. Дзензерский, А. А. Зевин, Н. А. Радченко // Проблемы механики железнодорожного транспорта: Динамика, прочность и безопасность движения: XI Международная конференция. Тезисы докладов. – Д.: ДНУЖТ, 2004. – С. 74.
7. Коренев Г. В. Целенаправленная механика управляемых манипуляторов. – М.: Наука, 1979. – 448 с.
8. Лурье А. И. Аналитическая механика. – М.: Гостехиздат, 1961. – 824 с.
9. Дьяконов В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 696 с.

Поступила в редколлегию 29.03.06.