

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ ТЯГОВОГО ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ НА ТОКОПРИЕМНИКЕ ЭЛЕКТРОПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Розглянуто два способи визначення спектрального складу випадкових функцій тягового струму та напруги на струмоприймачі електрорухомого складу. Як приклад визначені інтергармоніки споживаного струму та напруги на струмоприймачі трамвая з реостатним регулюванням

Рассмотрены два способа определения спектрального состава случайных функций тягового тока и напряжения на токоприемнике электроподвижного состава. В качестве примера определены интергармоники потребляемого тока и напряжения на токоприемнике трамвая с реостатным регулированием

Two ways of determining the spectral structure of random functions of the traction current and voltage on electric rolling stock current collectors are considered in the article. As an example, interharmonics of consumed current and voltage on the current collector of a tramcar with rheostatic regulation have been calculated.

Силовые электрические цепи любого вида электроподвижного состава (ЭПС) являются нелинейными цепями переменного тока, так как работают в непрерывных переходных режимах. Последнее обуславливает тот факт, что потребляемые ими токи из сети являются резкопеременными, а напряжение на токоприемнике и в сети искажается по форме и колеблется. Указанные изменения тока и напряжения зависят от множества факторов (масса поезда, сопротивления движению, режим управления ЭПС и пр.), являются реакцией питающей сети на резкопеременную нагрузку, какой является ЭПС, а поэтому носят случайный непериодический характер.

С учетом изложенного и с точки зрения систем электроснабжения любая единица ЭПС как переменного, так и постоянного тока является нелинейной случайно-параметрической нагрузкой, технологически искажающей формы напряжения на токоприемнике и тягового тока.

В связи с вышесказанным, целью настоящей работы является необходимость предложить два метода определения спектрального состава тягового тока $I(t)$ и напряжения $U(t)$ на токоприемнике ЭПС.

Однако и $U(t)$, и $I(t)$ являются случайными процессами, а классические методы спектрального анализа в этом случае не применимы. Поэтому для анализа спектров $I(t)$ и $U(t)$ необходимо применение вероятностных методов, основным из которых является спектрально-корреляционная теория случайных функций. Гармонический состав тока и напряжения ЭПС

в этом случае будет вероятностным. И тогда для спектрального анализа реализаций случайных функций $I(t)$ и $U(t)$ предлагается применение двух методов, назовем их спектрально-статистическим и спектрально-корреляционным.

Первый способ состоит в использовании известного преобразования Фурье или быстрого преобразования Фурье (БПФ) непосредственно к собственно графику токовой нагрузки $I(t)$ или напряжения $U(t)$ на токоприемнике. Условием его применения является такая длительность T реализаций $U(t)$ и $I(t)$, при которой успевают проявиться все наиболее характерные их свойства (например, среднеквадратические значения). Тогда каждую такую реализацию $U(t)$ и $I(t)$ можно рассматривать как детерминированную несинусоидальную функцию (обозначим ее $f(t)$) не на интервале $[0, T]$, а продолженную периодически за пределы этого интервала. То есть надо преобразовать непериодическую функцию в периодическую с произвольным периодом T (рис. 1), для которой справедливо разложение в ряд Фурье [2]. Однако функция $f(t)$ несинусоидальная, и поэтому применение известного прямого интегрального преобразования Фурье

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = F(\omega) e^{-j\psi(\omega)} \quad (1)$$

для спектрального анализа реализации этой случайной функции практически затруднительно, необходимо использование дискретного

преобразования Фурье. Для этого дискретизируем произвольную реализацию функции $f(t)$ на интервалы времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ (рис. 1) по теореме Котельникова [3], где на рис. 1: N – общее количество интервалов дискретизации; $n = 1, 2, \dots, N$; тогда $\Delta t = \frac{T}{N}$.

В результате дискретизации получаем последовательность δ -импульсов, умноженных на

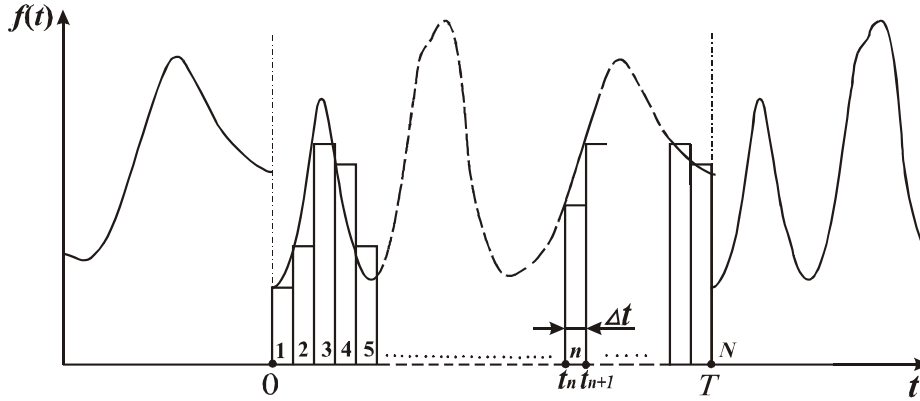


Рис. 1. Дискретизация реализации случайной функции $f(t)$

Подставив выражение (3) в формулу спектральной плотности n -го прямоугольного импульса [2]

$$F(j\omega_k) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_\delta(n) e^{-j\omega_k t} dt, \quad (4)$$

имеем

$$F(j\omega_k) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \sum_{n=1}^N f(n) \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) e^{-j\omega_k t} dt. \quad (5)$$

Изменяя порядок интегрирования и суммирования и учитывая «фильтрующее» свойство δ -функции, а также то, что дискретная угловая частота

$$\omega_k = \frac{2\pi}{T} k,$$

а $t_n = n\Delta t$, получаем (5) в виде

$$\begin{aligned} F(j\omega_k) &= \sum_{n=1}^N f(n) \int_{t_n}^{t_{n+1}} \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) e^{-j\frac{2\pi}{T} kt} dt = \\ &= -\frac{T}{j2\pi k} \sum_{n=1}^N f(n) \left[e^{-j\frac{2\pi}{T} k(t_n + \Delta t)} - e^{-j\frac{2\pi}{T} kt_n} \right] = \\ &= -\frac{T}{j2\pi k} \sum_{n=1}^N f(n) \left[e^{-j\frac{2\pi}{T} k(n+1)\Delta t} - e^{-j\frac{2\pi}{T} kn\Delta t} \right] = \\ &= F(\omega_k) e^{-j\psi(\omega_k)}. \quad (6) \end{aligned}$$

значение $f(n\Delta t)$ функции $f(t)$ в моменты взятия отсчетов

$$f_\delta(n\Delta t) = \sum_{n=1}^N f(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t) \quad (2)$$

или, переходя к безразмерным интервалам дискретизации, получаем

$$f_\delta(n) = \sum_{n=1}^N f(n) \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right). \quad (3)$$

Тогда амплитуда $A_m^{(k)}$ k -той гармоники искомого ряда Фурье функции $f(t)$

$$f(t) = \sum_{k=1}^s A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi^{(k)}) \quad (7)$$

определится по формуле [3]

$$A_m^{(k)} = \frac{2F(\omega_k)}{T}, \quad (8)$$

а начальная фаза $\psi^{(k)}$ – согласно (6).

Изложенный способ позволяет определять лишь амплитудно-частотную и фазовую характеристики этого конкретного графика, который является частным случаем рассматриваемой случайной функции (тока или напряжения) – одной из ее реализаций. Однако большинство графиков резкопеременных нагрузок содержит случайную составляющую, что затрудняет получение корректных данных по амplitудам и частотам дискретного спектра гармоник. Необходимо знать, какие гармоники в спектре реализации обусловлены преимущественно случайными факторами, а какие имеют свойство устойчиво проявляться во всех реализациях (во всем случайном процессе). Поэтому далее рассмотрим способ определения спектра случайного процесса по его корреляционной функции, то есть вторым, спектрально-корреляционным методом.

Корреляционная функция, являясь одной из важнейших характеристик случайного процесса, характеризует его внутреннюю структуру, она позволяет судить о степени зависимости между значениями тока или напряжения в различные моменты времени работы ЭПС. Известно, что оценка корреляционной функции случайного процесса определяется выражением [4]

$$K_I(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \sum_{t=0}^{T-\tau} (I(t) - m_I)(I(t + \tau) - m_I), \quad (9)$$

где T – период, на котором задана реализация случайной функции тока (напряжения); $I(t)$, $I(t + \tau)$ – соответственно значение случайной функции в моменты времени t и $(t + \tau)$; m_I – математическое ожидание случайного процесса.

Приведенным выражением рекомендуется пользоваться при $\tau < T/5$, так как при больших значениях τ погрешность оценки корреляционной функции возрастает [4].

Известно [1], что корреляционные функции случайных токов и напряжений резкопеременных нагрузок часто являются незатухающими, а незатухание корреляционной функции с увеличением τ свидетельствует о неэргодичности случайного процесса. Одной из наиболее характерных причин неэргодичности стационарного случайного процесса является наличие в нем периодических составляющих. Незатухающая часть корреляционной функции (так называемый «хвост» корреляционной функции) содержит те же частоты, что и сам случайный процесс [4]. В связи с этим для анализа спектрального состава периодических составляющих тока и напряжения нагрузки (ЭПС) целесообразно применять преобразование Фурье не к самому случайному процессу, а к «хвосту» корреляционной функции. Это обеспечит фильтрацию периодических составляющих от случайного процесса, который будет описываться одним из видов корреляционных функций:

$$K(\tau) = D e^{-\alpha|\tau|}, \quad (10)$$

$$K(\tau) = D e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau, \quad (11)$$

$$K(\tau) = D e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right), \quad (12)$$

где D – дисперсия случайного процесса; α – коэффициент затухания корреляционной функции; ω_0 – собственная частота корреляционной функции.

Будем считать, что «хвост» корреляционной функции начинается с момента времени τ_0 , когда корреляционная функция случайного процесса практически равна нулю. Тогда согласно [5],

$$\tau_0 \geq 3\tau_k, \quad (13)$$

где τ_k – интервал корреляции, равный

$$\tau_k = \frac{\int_0^{\infty} |K(\tau)| d\tau}{K(0)}. \quad (14)$$

Представим тяговый ток ЭПС (или напряжение на его токоприемнике) в виде суммы случайного процесса $I'(t)$ с затухающей корреляционной функцией, описываемой каким либо выражением из (10)–(12), и низкочастотных периодических составляющих

$$I(t) = I'(t) + \sum_{k=1}^n I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi^{(k)}), \quad (15)$$

где $I_m^{(k)}$ – постоянные амплитуды k -тых периодических составляющих случайного процесса изменения тягового тока ЭПС; $k\omega$ – частоты периодических составляющих; $\psi^{(k)}$ – начальные фазы.

Таким образом, можно выделить из неэргодического случайного процесса $I(t)$ эргодическую случайную функцию $I'(t)$ и определить, какие же периодические колебания (по амплитудам и частотам) входят в спектр случайного процесса.

Если интервал регистрации T случайной функции намного больше периода $\frac{2\pi}{k\omega}$ наименьшей из низкочастотных составляющих, то выражение (9) можно переписать в виде

$$K_I(\tau) = K_I'(\tau) + \sum_{k=1}^n \frac{I_m^{(k)2}}{2} \cos(k\omega\tau), \quad (16)$$

где $K_I'(\tau)$ – какая либо из корреляционных функций вида (10)–(12).

Таким образом, если в случайном процессе тягового тока (напряжения) присутствуют синусоидальные составляющие, то «хвост» корреляционной функции представляет собой сумму косинусоид тех же частот, амплитуды которых равны половине квадрата амплитуд синусоидальных составляющих графика тягового тока (напряжения), то есть второе слагаемое в (16) является поправкой на периодичность в эргодическом случайном процессе $I'(t)$ с затухающей корреляционной функцией $K_I'(\tau)$.

На рис. 2, а в качестве примера приведены временные диаграммы потребляемого тягового тока и напряжения на токоприемнике рис. 2, б

трамвая с реостатным регулированием напряжения на тяговых электродвигателях, а на рис. 3 – их корреляционные функции.

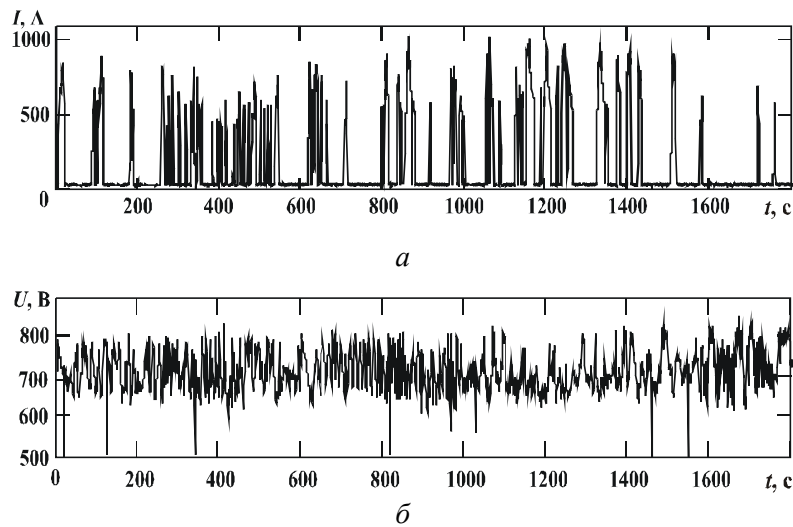


Рис. 2. Графики изменения во времени тягового тока и напряжения на токоприемнике трамвая с реостатным регулированием

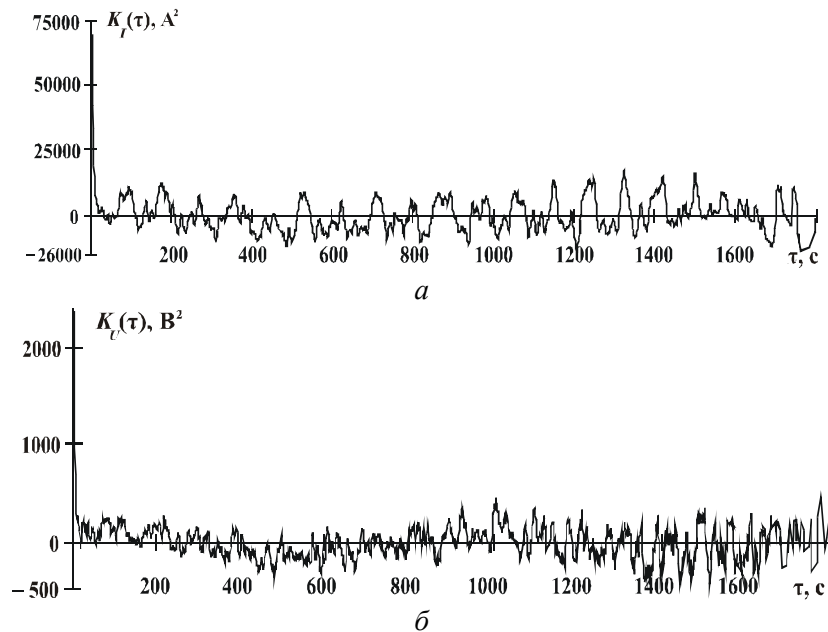


Рис. 3. Корреляционные функции тягового тока и напряжения на токоприемнике

Вид корреляционных функций свидетельствует о наличии в графиках случайного изменения тока и напряжения периодических составляющих.

Для получения амплитудного спектра разложим кривые напряжения на токоприемнике и тягового тока обоими способами. Воспользуемся обычным прямым преобразованием Фурье с кусочно-постоянной аппроксимацией разлагаемой величины. В этом случае, после упрощения выражения (6) разложение в ряд реализуем по формуле для k -той комплексной гармоники тока

$$\underline{I}^{(k)} = -\frac{1}{j\pi k} \sum_{n=1}^N I_n e^{-j2\pi \frac{1}{N} kn} \left(e^{-j2\pi \frac{1}{N} k} - 1 \right). \quad (17)$$

Результаты расчета для тока и напряжения приведены на рис. 4, где показаны дискретный спектр мгновенного графика тока (рис. 4, а) и «хвоста» корреляционной функции тока (рис. 4, б). Шкала оси частот имеет логарифмический масштаб. Спектр мгновенного графика напряжения представлен соответственно на рис. 4, в, а спектр «хвоста» корреляционной функции напряжения на рис. 4, г. Все спектры определяли с использованием выражения (17).

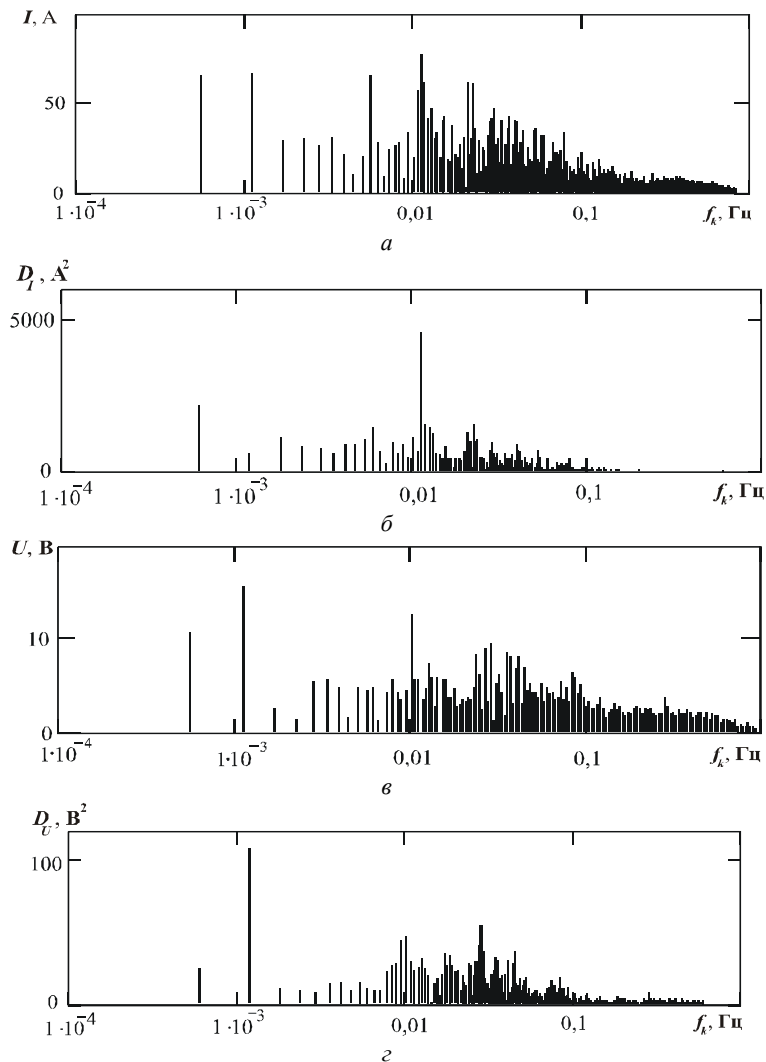


Рис. 4. Спектры тягового тока и напряжения на токоприемнике

Амплитудный спектр, полученный по корреляционной функции, представляет собой распределение дисперсий гармоник по частотам и позволяет оценить энергию гармонических составляющих в общей энергии случайного процесса.

Анализ спектров, полученных разными методами, показывает, что спектр «хвоста» корреляционной функции по сравнению со спектром мгновенного графика прорежен, то есть он свободен от случайных колебаний, а содержит лишь амплитуды периодических колебаний, присутствующих в случайном процессе. Спектры графиков мгновенных величин $U(t)$ и $I(t)$ свидетельствуют о наличии гармоник в диапазоне $0,0006 \dots 1,0$ Гц, а спектры «хвостов» корреляционных функций графиков $U(t)$ и $I(t)$ – в диапазоне $0,0006 \dots 0,1$ Гц.

Таким образом, рассмотренные спектры случайных процессов $U(t)$ и $I(t)$ содержат низкочастотные гармоники (не канонические),

которые в промышленных сетях принято называть интергармониками (субгармониками) [1]. Интергармоники – это гармонические колебания с частотами, не кратными частоте питающей сети. Частоты интергармоник находятся в пределах $0 < f_{иг} < 50$ Гц. Они возникают в электрических системах при работе резкопеременных нагрузок, то есть когда потребители электрической энергии постоянно или кратковременно работают в неустановившемся режиме и носят вероятностную природу. Такой и является нагрузка ЭПС постоянного тока, поскольку меняется она в зависимости от множества факторов, а токи и напряжения являются случайными процессами. Из спектров даже конкретных реализаций невозможно судить о существовании в сети гармоник той или иной частоты, поскольку они могут показывать лишь какие-то усредненные амплитуды и частоты гармоник, протекавших в системе на рассматриваемом интервале времени. Например, если анализировать спектральный состав не всей реализации, а

какой либо ее части на коротком промежутке времени, то на любом из отрезков времени получим различные спектры как по амплитудам, так и по частотам.

Как известно, площадь под кривой спектральной плотности свидетельствует об энергии случайного процесса и численно равна его дисперсии

$$D_I = \int_{-\infty}^{\infty} S_I(\omega) d\omega,$$

где $S_I(\omega)$ – спектральная плотность.

В качестве примера определим энергию сплошного спектра тягового тока трамвая (рис. 2, б) по его спектральной плотности, полученной путем аппроксимации его корреляционной функции (рис. 3, б) выражением вида (10) в котором $D = 69857 \text{ A}^2$, а $\alpha = 0,19 \text{ c}^{-1}$. Результат аппроксимации приведен на рис. 5.

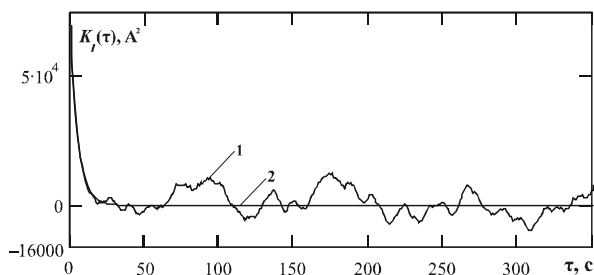


Рис. 5 Корреляционные функции тока:
1 – экспериментальная; 2 – теоретическая

Спектральная плотность потребляемого тока, полученная в соответствии с выражением

$$S_I(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_I(\tau) \cos \omega \tau d\tau = \frac{2}{\pi} \frac{D_I \alpha}{\alpha^2 + \omega^2}, \quad (18)$$

приведена на рис. 6. Энергия случайного процесса изменения потребляемого тока, полученная по кривой сплошного спектра (18), равна $6,986 \cdot 10^4 \text{ A}^2$.

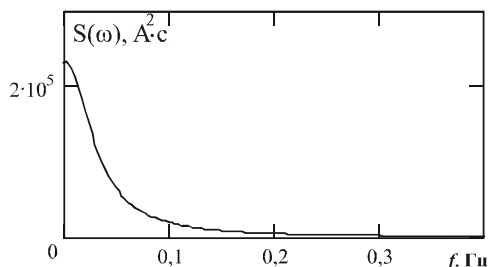


Рис. 6. Спектральная плотность изменения тягового тока

В последнее время в промышленной электроэнергетике интенсивно ведутся исследования негативного влияния интергармоник, разрабатывается их теория и методы подавления, поскольку эти вопросы вплотную связаны с проблемами энергосбережения и надежности функционирования электрооборудования. Интергармоники вызывают дополнительный нагрев оборудования и, как следствие, сокращение срока службы изоляции, являются причиной дополнительных потерь активной электроэнергии; ошибочного функционирования устройств связи, измерения, управления и регулирования. В промышленных сетях низкочастотные гармоники также вызывают колебания и искажения синусоидальной формы питающего напряжения, а токи интергармоник могут явиться причиной перегрузки фильтров высших гармоник [6]. Что же касается влияния интергармоник на электрооборудование и сети электроснабжения системы электрического транспорта постоянного тока, то этот вопрос до настоящего времени не исследован, что является важнейшей последующей нашей задачей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения. – М.: Энергоатомиздат, 2004. – 326 с.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 4 т. Т. 3. – М.: Наука, 1966. – 656 с.
3. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1977. – 608 с.
4. Пугачев В. С. Введение в теорию вероятностей. – М.: Наука, 1968. – 368 с.
5. Жежеленко И. В. Спектральный анализ тока нагрузки источников интергармоник в промышленных электрических сетях / И. В. Жежеленко, Ю. Л. Саенко, Т. К. Бараненко // Вісник Приазовського державного технічного університету. – Маріуполь, 2002. – С. 194–201.
6. Бараненко Т. К. Розробка методів розрахунку інтергармонік напруги і струму в електричних мережах з електротехнологічним устаткуванням і безпосередніми перетворювачами частоти Авто-реф. дис. ... канд. техн. наук, спец. 05.14.02 – Електричні станції, мережі і системи, ДонНТУ, 2004, – 19 с.

Поступила в редколлегию 12.09.2006.