УДК 629.4

Н. А. ЛОШКАРЕВ (ПГАСА)

ОБОБЩЕНИЕ «ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА» НА СУММУ СТЕПЕНЕЙ НЕЗАВИСИМЫХ И НЕОДИНАКОВЫХ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

У роботі узагальнюється «велика теорема Ферма» для суми будь-якого числа складових ступенів цілих чисел.

В работе обобщается «великая теорема Ферма» для суммы любого числа слагаемых степеней целых чисел.

«The great theorem the Pherma» for the sum of any number of composed extents of integers is in-process generalized.

Физическая интерпретация «великой теоремы Ферма для уравнения третьей степени означающая, что двум однопараметрическим телам (шара, куба, тетраэдра, додекаэдра и икосаэдра) рационального размера не существует эквивалентного по объему тела рационального размера, вызывает некоторое беспокойство. Оно усиливается еще и тем, что линия прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами образует бесконечное счетное множество. Известно, что катеты этих треугольников являются двумя функциями одного целого числа:

$$a = 2k + 1, \qquad b = k(k+1),$$

а гипотенуза: $c = b + 1$ фактически задает единицу длины поскольку она на единицу длиннее большего из катетов.

В качестве «спасительной идеи» разумно предположить, что добавление некоего четвертого куба снимает проблему нерационального размера эквивалентного тела и она вариационным способом была проверена в 2002-ом году академиком А. А. Босовым… Оказалось, что (в пределах возможности современного ПК) искомого дополнения не обнаруживается. То, что ограничение решения теоремы Ферма для квадратов целых чисел объясняется всего лишь зависимостью катетов, заставляет предположить справедливость утверждения невозможности решения диофантова уравнения в целых числах:

$$\sum_1^n X_i^r = Y^r \tag{1}$$

так что при $n = 2$ в (1) имеем формулировку «великой теоремы Ферма» с той разницей, что целая степень обозначена нетрадиционной буквой. Таким образом расширение счетного множества действительных чисел до множества несчетного происходит вследствие возведения в целочисленную степень.

Для определенности положим еще, что: $x_i > x_{i-1} > 0$

$$\sum_1^n X_i^r = \left(x_n + \delta\right)^r \tag{2}$$

такое представление корня уравнения (1) позволяет, к тому же, раскрыть его структуру по отношению к сумме чисел в левой части:

$$\sum_n^{n-1} X_i^r = \delta^r + \sum_1^{r-1} C_r^i x_n^i \delta^{r-i}\ . \tag{3}$$

Теперь необходимо выяснить при каких условиях «смещение» δ может быть целым числом. Так как в уравнении (3) все коэффициенты целые, δ должно быть кратно свободному члену:

$$\sum_1^{n-1} X_i^r = k\delta$$

и равно частному от деления на целое число k:

$$\delta = \frac{\sum_1^{n-1} x_i^r}{k}$$

так что, после подстановки в (3) получаем уравнение степени $r-1$ с новым свободным членом:

$$\sum_1^r C_r^i x_n^i \delta^{r-i} = \left(k - r x_n^{r-1}\right)\delta \tag{4}$$

также кратным целому числу m:

$$m = \frac{k - r x_n^{r-1}}{\delta} \tag{5}$$

степень уравнения (3) уменьшилась на два в результате введения двух множителей так что:

$$\delta^{r-2} - \sum_{2}^{r-1} C_r^i x_n^i \delta^{r-i} = A_1\delta$$

в котором свободный член равен:

$$A_1 = \frac{m - C_2^{r-1} x_n}{\delta}.$$

Последовательно вводя значения свободных членов, получаем уравнение для δ:

$$\delta = \frac{m^{r-2}}{\left(k - r x_n^{r-i}\right)^{r-3}} - \sum_{2}^{r-1} C_r^{r-i} m^{r-i} \frac{x_n^{i-1}}{k - r x_n^{r-1}}$$

и подставляя его значение, выраженное в k и m, получаем необходимое для анализа уравнение множителя m:

$$m = \frac{1}{\frac{1}{\delta^{r-r}}\left[1 - \sum_{2}^{r-1} C_r^{r-i} \delta^{i-1} \frac{x_n^{r-i}}{k - r x_n^{r-1}}\right]}. \qquad (6)$$

Целочисленные значения m возможны лишь в случае чистой дроби в знаменателе (6), или при кратном ее числителе числителю (6). Первое условие удовлетворяется при:

$$k - r x_n^{r-1} - \sum_{2}^{r-1} C_r^{r-i} \delta^{i-1} x_n^{r-i} - 1 = 0$$

т. е. чтобы выполнялось равенство:

$$\sum_{1}^{n} x_i^r - r\delta x_n^{r-1} - \sum_{2}^{r-1} C_r^{r-i} \delta^i x_n^{r-i} \delta = 0.$$

Из него следует уравнение:

$$r - x_n^{r-1}\left(x_n - 1\right) + \delta^{r-2}\left(\delta - 1\right) = 0$$

после приведения подобных членов в котором получаем условие получения целочисленных значений m:

$$x_n = 1; \quad \delta = 1 \text{ или } \delta = 1, 2, 3 \ldots \sum_{1}^{n} x_i = \left(1 + \delta\right)^r.$$

Это означает, что слагаемые степени r равны 1, а их сумма равна числу $n = \left(2\right)^r$. Итак, целочисленные значения m возможны лишь в случае суммирования в (2) одинаковых (зависимых) величин, число которых является степенью r.

Пример. Пусть имеем четыре числа 2; 3; 6; 7, сумма пятых степеней которых равна 24 858. Соответственно, корень пятой степени из суммы равен 7,5697539…, следовательно $\delta = 0{,}5697539$, а $k = 3783{,}4359\ldots$ Так что $m = 575{,}10843\ldots \sum_{1}^{n-1} x_i^5 = 8051$; $k = 14130{,}562\ldots$

Исполняя (6) получаем это же число. Положив, что сумма пятых степеней равна 32, имеем $d = 1$; $m \cong 3731$, что согласуется с (6).

В связи с изложенным, формулировка «великой теоремы Ферма» становится более общей: **сумма любого числа независимых целых чисел в любой целой степени не может быть представлена одним целым числом в той же степени.**

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лошкарев Н. А. «Попытка реконструкции доказательства П. Ферма «великой теоремы Феама» // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – Д.: Изд-во Днепропетр. нац. ун-та ж.-д. трансп. им. акад. В. Лазаряна, – 2007. – Вип. 15. – С. 61–63.

Поступила в редколлегию 22.02.2007.