

МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ СИСТЕМИ ТІЛ З ПРУЖНИМИ ЗВ'ЯЗКАМИ

У статті розглядається механічна взаємодія в системі з двох тіл, сполучених підвісом, та нерухомого блоку з урахуванням тертя в блоці, маси і розтяжності підвісу та описано результати її комп'ютерного моделювання.

В статье рассматривается механическое взаимодействие в системе из двух тел, соединенных подвесом, и неподвижного блока с учетом трения в блоке, массы и растяжимости подвеса и описаны результаты его компьютерного моделирования.

Mechanical interaction in the system of two bodies that are joined together by the hanger and the fixed pulley taking into account the friction in the pulley, mass and expansibility of the hanger is considered in this paper. The results of computer modeling are presented.

Механіка є важливим розділом фізичної науки. Задача механіки полягає в тому, щоб на основі уявлень про механічний рух пояснити фізичні властивості механічних систем. Механіка широко використовує моделюючі уявлення, розглядаючи явища та процеси через знайомі образи. Кожній системі відповідає деяка механічна модель, що спрощено відображає будову системи.

Створюючи ті чи інші абстрактні моделі, механіка ніколи не відривається від дійсності. Її вихідним пунктом здебільшого є дослід. Для того, щоб встановити допустимий рівень абстракції, виконується глибокий аналіз того, які сторони явища чи процесу, що вивчається, є в даному випадку найбільш суттєвими, а які мають другорядне значення. На основі створених таким чином уявлень механіка за допомогою основних фізичних законів та математики теоретично встановлює зв'язок між різними властивостями систем, закономірності процесів та ін.

Зіставляючи отримані теоретичні результати з дослідними даними, механіка, з одного боку, перевіряє правильність уявлень та їх відповідність дійсності, а з іншого боку, глибше занурюється в сутність фізичних явищ і закономірностей, розкриває такі сторони явищ або особливості процесів, які без теорії залишились би непоміченими.

Однією з найпоширеніших на практиці механічних систем є система з двох тіл, сполучених підвісом, та блоку. Зазвичай в літературі вона розглядається дуже спрощено, вважається, що підвіс невагомий та нерозтяжний, тертя у блоці відсутнє. Тому мета даної роботи – дослідити систему з двох тіл, сполучених підвісом, та нерухомого блоку з урахуванням переліче-

них параметрів, тобто створити більш наближену до дійсності модель. Тема дослідження є актуальною, оскільки дозволяє глибше зрозуміти процеси, що відбуваються в подібних механічних системах, та отримати точнішу картину взаємодій у блоці.

Для того, щоб змоделювати систему з двох тіл, сполучених підвісом, та нерухомого блоку, необхідно створити свій опис механічних взаємодій в блоці, оскільки, як вже наголошувалося, в літературі неможливо знайти повний розбір даної проблеми. Щоб розібрати досліджуване питання, необхідно розбити його на підпункти і послідовно пояснити процеси, що відбуваються в даній системі.

Блок – колесо з жолобом, закріплене в обоймі. По жолобу блока пускають мотузку, трос або ланцюг (далі підвіс). Блоки бувають нерухомі і рухомі.

Нерухомий блок – це такий блок, вісь якого закріплена і при підйомі вантажів не змінює свого положення. Такий блок не дає виграшу в силі, але змінює напрямок дії сили.

Рухомий блок рухається разом з вантажем. Рухомий блок дає виграш у силі в два рази.

Щоб переважити через нерухомий блок, необхідно подіяти на підвіс більшою силою. Розглянемо сили, які діють на тіло, що лежить на похилій площині (рис. 1).

Рівнодійна всіх сил лежить на осі OX . Тоді можна спроектувати сили на цю вісь та отримати абсолютне значення рівнодійної:

$$|\vec{R}| = -F_{TX} + F_{TPX} \quad (1)$$

після перетворень

$$|\vec{R}| = -mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha . \quad (2)$$

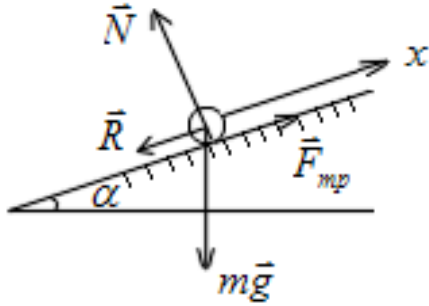


Рис. 1

Очевидно, що рівнодійна і буде вирішальною силою при взаємодії в даній системі.

Якщо враховувати масу підвісу, то легко помітити, що він повністю спирається на блок і при розрахунку його маса повинна повністю враховуватися. Отже, до значення сили, що діє на блок з однієї сторони, необхідно додати проекцію ваги частини підвісу на вертикальну вісь з тієї сторони блоку.

Відомо, що сила тертя дорівнює добутку сили реакції опори на коефіцієнт тертя і що вона направлена протилежно до руху тіл. Сила реакції блоку дорівнює сумі горизонтальних проекцій сил, діючих на підвіс, до вертикальної осі, оскільки вага підвісу вже в них врахована (рис. 2).

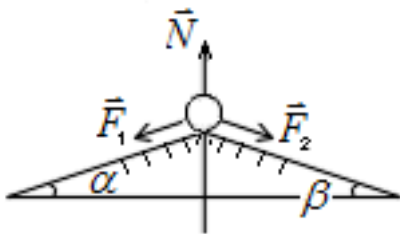


Рис. 2

$$|\vec{N}| = F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \beta, \quad (3)$$

тоді сила тертя в блоці дорівнює

$$F_{TP} = \mu(F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \beta). \quad (4)$$

Для врахування пружності підвісу необхідно розглянути сили пружності та поміркувати над поведінкою підвісу під дією розтягувальної сили.

Закон Гука визначає модуль сили пружності у випадку пружної деформації тіла: сила пружності при пружній деформації прямо пропор-

ційна абсолютному подовженню тіла і протилежно йому направлена:

$$F_{пруж.} = -kx, \quad (5)$$

де k – коефіцієнт жорсткості підвісу, а x – абсолютне подовження тіла, яке визначається різницею кінцевої і початкової довжини тіла:

$$x = l - l_0 = \Delta l. \quad (6)$$

Під дією ваги тіла підвіс розтягується на деяку довжину, але внаслідок розтягнення виникає сила пружності, що протидіє розтягненню тіла. Внаслідок інертності тіл розпочинаються гармонійні коливання. При гармонійних коливаннях зміна коливальної величини з часом відбувається за синусоїдальним законом:

$$x = x_{\max} \sin \omega t, \quad (7)$$

де x – миттєве значення коливальної величини, x_{\max} – амплітуда коливання, ωt – фаза коливання.

Величина ω визначається з рівняння періоду коливань пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad (8)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

звідки

$$\omega^2 = \frac{k}{m}. \quad (9)$$

Можливість поперечних коливань тіл або можливість проскоку підвісу у блоці не розглядаються.

На основі отриманих теоретичних відомостей створена комп'ютерна програма, що моделює систему з двох тіл, сполучених підвісом, та нерухомого блоку. Метою її створення була можливість наочно спостерігати перебіг процесів в даній системі та отримання кінцевих даних про рух тіл у вигляді графіків залежності пройденої відстані, швидкості та прискорення руху тіл даної системи.

Користуючись отриманими графіками, можна досліджувати рух тіл у даній системі. Для початку розглянемо графіки руху тіл без урахування нововведених параметрів, тобто не враховуючи масу і пружність підвісу та тертя в блоці (рис. 3).

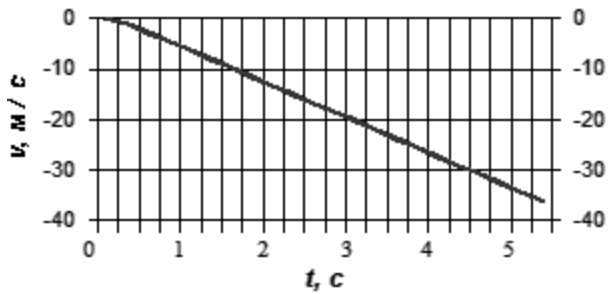


Рис. 3а

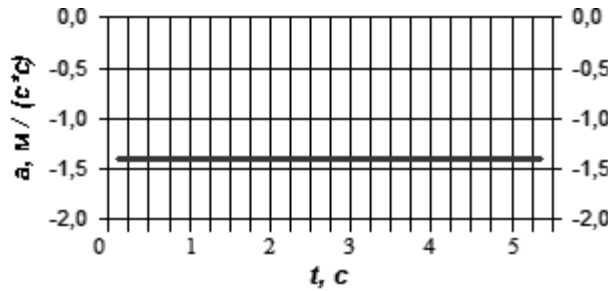


Рис. 3б

Графік будувався на основі таких дослідних даних: маси тіл 20 кг і 15 кг, довжина підвісу від кожного з тіл до блоку складає 20 м. Як бачимо, у цій системі тіла рухаються рівноприскорено (рис. 3б). Для порівняння розглянемо графік руху тих самих тіл, при якому враховувався коефіцієнт тертя в блоці 0.1, маса підвісу в 1 кг та пружність у 20 кН/м (рис. 4).

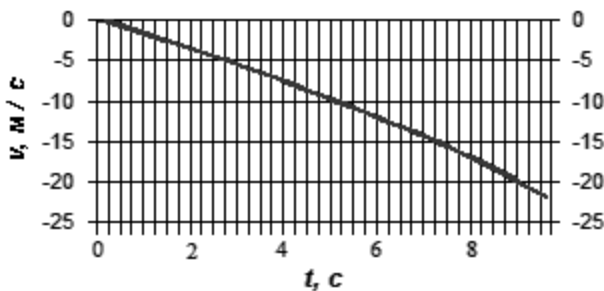


Рис. 4а

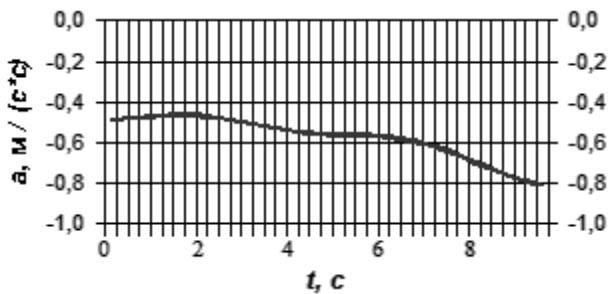


Рис. 4б

Врахування тертя у блоці збільшило час руху тіл майже вдвічі. Вважається, що підвіс має однакову густину і тому маса підвісу з тої чи іншої сторони блоку прямо пропорційна довжині відповідної частини підвісу. Оскільки тіла перебувають у русі, довжини підвісу постійно змінюються і ми отримуємо рух тіл, який не є рівноприскореним, хоча дуже подібним до нього. Додання маси підвісу міняє сам характер руху, роблячи дуже складним вирішення поставленої задачі за фізичними формулами. Оскільки враховується ще й розтяжність підвісу, до руху тіл додається ще й синусоїдальний рух. Картина руху тіл кардинально змінилася відносно початкових уявлень, де внаслідок невагомості і нерозтяжності підвісу рух тіл були рівноприскорені, в отриманій моделі рух тіл описується складанням двох рухів – приблизно рівноприскореного та синусоїдального. Даний факт має велике значення, оскільки моделюються елементи реальних систем, отже і в інших механічних системах мають місце подібні складні картини руху тіл.

Отже, створено опис механічних взаємодій в системі з двох тіл, сполучених підвісом, та нерухомого блоку з урахуванням тертя в блоці, маси і розтяжності підвісу та розроблено комп'ютерну програму – модель, яку можна використовувати в навчальних та дослідницьких цілях.

БІБЛОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Соколов Ю. А. / Довідник з курсу фізики середньої школи з прикладами розв'язування задач / Ю. А. Соколов, Г. С. Богданова. – Харків: Веста: Вид-во «Ранок», 2002. – 464 с.

Надійшла до редколегії 04.03.2008.