

ПРОБЛЕМА ОЦЕНКИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ МОСТОВ

У статті представлено оцінку та передбачення терміну служби залізобетонних мостів. Запропоновані моделі передбачення довговічності на основі детерміністичного та ймовірнісного підходів.

В статье представлены оценка и предсказание срока службы железобетонных мостов. Предложены модели предсказания долговечности на основе детерминистического и вероятностного подходов.

This paper presents an assessment and prediction of service life for reinforced concrete bridges. The deterministic and probabilistic approach prediction models of durability are proposed.

1. Проблема

Проблема долговечности, оценки ресурса сооружений сложна. Ее корректная постановка требует учета изменчивости материалов и нагрузок во времени, чувствительности к деградации конструктивной формы сооружения, условий строительства, условий эксплуатации, характеристик окружающей среды, социально-экономических требований.

Задача оценки ресурса мостов, как на этапе проектирования, так и в процессе эксплуатации – всегда была наименее изученной в теории сооружений, а с другой стороны – наиболее значимой в социально-экономическом плане. Сегодня, в условиях весьма ограниченного финансирования системы эксплуатации, стратегическое планирование финансирования отрасли должно опираться на как можно более реалистичный прогноз технического состояния моста.

Считается, что долговечность железобетонных пролетных строений автодорожных мостов, которые проектируются в соответствии с нормативными требованиями [1, 2] будет составлять 80...100 лет. Какой была теоретическая база установления такого срока долговечности – неизвестно.

Нормами Советского Союза проектная долговечность не декларировалась вообще. В нормативах [1] срок 80 лет установлен из опыта проектирования и эксплуатации железобетонных пролетных строений. В Еврокоде [2] срок жизненного цикла мостов, независимо от конструкции и материала, установлен в 100 лет.

В работе [3] указывается, что средняя длительность жизненного цикла железобетонных мостов Японии установлена Министерством финансов – 60 лет. В то же время, исследование авторов работы [3], выполненное по статистическим данным Японии и США, показывает, что средняя продолжительность жизненного цикла железобетонных мостов составляет

93 года. Авторы исследования предлагают принять, как нормативный для мостов США, Японии и стран юго-восточной Азии, срок в 90 лет.

Реальный средний срок службы железобетонных пролетных строений в странах Европы составляет 50...60 лет.

Глобальная проблема прогноза долговечности состоит в том, чтобы объединить научный базис исследований деградации железобетона с требованиями правил проектирования, условий строительства, эксплуатации и получить теоретические модели оценки долговечности мостов на всех этапах жизненного цикла. Очевидной есть необходимость в разработке практического аппарата управления долговечностью.

2. Прогноз долговечности на этапе проектирования. Детерминистический подход

Со временем мы все больше убеждаемся, что декларируемый нормами проектирования мостов срок службы железобетонных пролетных строений в 80...100 лет является нереальным. Причины снижения ожидаемого ресурса есть на всех стадиях жизненного цикла сооружения. Популярным есть тезис о том, что главная причина низкой долговечности кроется в недостатках ухода в процессе эксплуатации.

Безусловно, что отсутствие надлежащей системы эксплуатации является весомой причиной низкой долговечности. Однако мы не имеем достаточных доказательств, что железобетонные пролетные строения в момент сдачи в эксплуатацию имеют декларируемую долговечность. Приходится признать, что снижение среднего срока службы закладывается еще на стадии изыскания и проектирования сооружения. В проектном решении никак не отображается, в каких условиях и с какой скоростью будет протекать деградация железобетонных элементов.

Очевидно, что сегодня есть необходимость обобщить теоретические и экспериментальные исследования проблемы долговечности желе-

зобетонных элементов мостов с целью формулировки модели деградации, которая могла бы быть аппаратом прогноза их ресурса. Ниже излагается детерминистический подход к оценке долговечности железобетонных элементов мостов.

Формулировка задачи

Наиболее популярной интегральной моделью деградации железобетона является кусочно-линейная функция (рис.1), описывающая уровень коррозии арматурной стали с течением времени в зависимости от состояния защитного слоя бетона [4, 5].

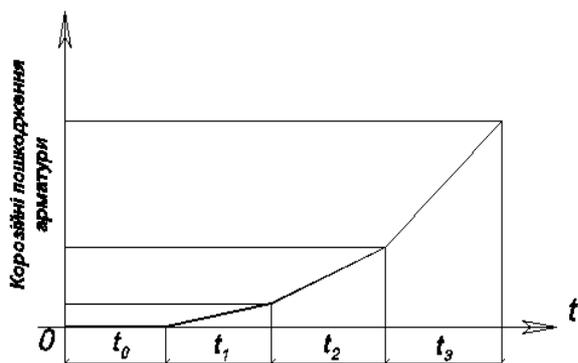


Рис. 1. Схема деградации железобетона

Идеализированная схема деградации, показанная на рис. 1, имеет четыре этапа, четыре характерных интервала времени:

t_0 — время полной карбонизации защитного слоя арматуры;

t_1 — начало коррозии арматуры, время разрушения пассивирующего слоя арматуры и незначительного трещинообразования;

t_2 — время коррозии арматуры, не защищенной пассивирующим слоем и интенсивного трещинообразования;

t_3 — время интенсивной коррозии, сопровождающейся скалыванием защитного слоя и достигающей своего предельного уровня, время прекращения эксплуатации.

Срок службы элемента T является суммой означенных интервалов времени.

Центральной идеей нашего исследования является гипотеза о том, что при условии декомпозиции процесса деградации, как это представлено идеализирующей диаграммой рис. 1, можно прогнозировать ресурс элемента суммой прогнозов каждого из четырех этапов:

$$T = t_0^p + t_1^p + t_2^p + t_3^p. \quad (1)$$

Что касается прогноза времени протекания каждого из этапов, то сегодня, по крайней мере, два первых этапа достаточно изучены для того, чтобы прогнозировать время t_0^p и t_1^p . С другой стороны, имеется немало научных свидетельств

того, что время протекания первого и второго этапов в сумме составляют приблизительно половину ресурса железобетонного элемента:

$$t_0^p + t_1^p \approx 0,5T. \quad (2)$$

Представленный далее аналитический обзор исследований оценки скорости деградации железобетона положен в основу формулировки задачи прогноза срока службы.

Этап 1 – карбонизация бетона

Деградация бетона со временем проявляется, прежде всего, в коррозии, являющейся результатом взаимодействия с углеродом окружающей среды. Карбонизация вызывает структурные изменения в бетоне, нейтрализацию защитного слоя, что приводит к интенсификации коррозии арматуры. В процессе карбонизации происходит превращение гидроксида кальция цементного камня в карбонат кальция (отсюда термин «карбонизация»):



В результате этой реакции снижается щелочность жидкой фазы бетона. От начального значения $pH = 12,5 \dots 13,1$ щелочность снижается до $pH = 8 \dots 9$. При этом бетон теряет свои пассивирующие защитные свойства арматуры. Именно потеря пассивирующей пленки и является началом коррозии арматуры, началом второго этапа деградации железобетона.

Прочность бетона в процессе карбонизации практически не снижается, Несколько уменьшается пористость и влагопроницаемость железобетона за счет того, что карбонат кальция частично заполняет поры в бетоне.

Наиболее распространенными моделями описания скорости деградации защитного слоя бетона есть общие законы аналитической теории диффузии, известные как уравнения первого и второго законов Адольфа Фика (1855 г.). Процесс карбонизации описывается одномерным дифференциальным уравнением первого закона Фика:

$$Q = -D \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (4)$$

где Q — количество перенесенного в результате диффузии вещества (в данном случае — углерода), так называемая, плотность диффузионного потока;

$C = C(x, t)$ — концентрация диффундирующего вещества, функция координаты x и времени t ;

D — коэффициент диффузии газа в бетоне, $\text{см}^2/\text{с}$;

Решение дифференциального уравнения (4) при допущениях, что концентрация углерода линейно изменяется по толщине защитного слоя бетона и градиент концентрации является постоянным, дает связь времени с глубиной карбонизации бетона:

$$d_c = \left(\frac{2DCt}{m_0} \right)^{0,5}, \quad (5)$$

где d_c – глубина карбонизации в направлении координаты x , нормальной к поверхности бетона;

m_0 – параметр реакционных свойств бетона, функция свойств и количества цемента в бетоне.

Модель деградации (4), (5) есть феноменологической, ее параметры D , m_0 определяются экспериментально [6–9].

Другая форма представления свойств бетона в модели карбонизации представлена в документе [10]:

$$d_c = \left(\frac{2k_1 k_2 k_3 DCt}{a} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{t_0}{t} \right)^n, \quad (6)$$

где d_c – глубина карбонизации;

k_1 – параметр среднего содержания влаги в бетоне;

k_2 – параметр условий эксплуатации;

k_3 – коэффициент водоцементного отношения;

a – граничное значение содержания CO_2 в карбонизированном бетоне;

t_0 – время эксплуатации, $t_0 \leq t$;

n – параметр климатических условий эксплуатации.

Этап 2 – деградация бетона под влиянием хлоридов

Второй этап деградации железобетона, характеризующийся разрушением пассивирующего слоя, есть началом коррозии арматуры.

Заканчивается этап, когда возле поверхности арматуры накапливается определенное критическое количество хлоридов. Ионы хлоридов, всегда присутствующие в окружающей среде, проникают через защитный слой по капиллярной системе и микротрещинам. Процесс диффузии хлоридов описывается моделью второго закона Фика [10, 11]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (7)$$

где $C = C(x, t)$ – концентрация ионов хлорида на глубине x в момент времени t , $\text{кг}/\text{см}^3$;

D – коэффициент диффузии хлоридов в бетоне, $\text{см}^2/\text{с}$;

t – время, с (отсчитывается от момента начала эксплуатации);

x – координата, нормальная к поверхности бетона, см.

Уравнение (7) при граничных и начальных условиях $C(x, t) = C_S$ для $x = 0$, $t > 0$ и $C(x, t) = C_I$ для $x > 0$, $t = 0$ и постоянном коэффициенте диффузии хлоридов в бетоне имеет решение:

$$C = C_I + (C_S - C_I) \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{D \cdot t}} \right) \right], \quad (8)$$

где $\operatorname{erf}()$ – функция ошибок.

C_I – начальное содержание хлоридов в бетоне, $\text{кг}/\text{см}^3$;

C_S – концентрация хлоридов на поверхности защитного слоя бетона, $\text{кг}/\text{см}^3$

Решение (8) устанавливает связь глубины проникновения хлоридов со временем:

$$t = \frac{1}{D} \left[\frac{x}{2 \operatorname{erfc}^{-1} \left(\frac{C - C_I}{C_S - C_I} \right)} \right]^2, \quad (9)$$

где $\operatorname{erfc}()$ – дополнительная функция ошибок.

Многие исследователи считают [12], что учет граничных и начальных условий $x = 0$, $t > 0$ и $C(x, t) = C_I$ в решении уравнения (7) есть излишним в силу малости C_I сравнительно с концентрацией хлоридов на поверхности защитного слоя бетона C_S . В этом случае решение уравнения (7) имеет более простую форму:

$$C = C_S \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{D \cdot t}} \right) \right] \quad (10)$$

Зависимости (8) – (10) при известных параметрах коэффициента диффузии хлоридов в бетоне D , начальному содержанию хлоридов в бетоне C_I и концентрации хлоридов на поверхности защитного слоя бетона C_S дают возможность прогнозировать время этапа 2 деградации железобетона в зависимости от толщины защитного слоя, свойств бетона и характеристик окружающей среды.

Этап 3 – коррозия арматуры и интенсивное трещинообразование

Если задать критическое значение концентрации хлоридов на глубине толщины защитного слоя, зависимость (8) дает возможность установить время окончания этапа 3, то есть начала интенсивной коррозии арматуры, и в

конце этапа – время прекращения эксплуатации. В этом случае связь толщины защитного слоя d_c со временем его критического насыщения хлоридами дается зависимостью:

$$d_c = 2 \operatorname{erf}^{-1} \left(1 - \left(\frac{C_{CR} - C_I}{C_S - C_I} \right) \right) \sqrt{D \cdot t}, \quad (11)$$

где C_{CR} – критическое значение концентрации хлоридов.

Сегодня имеются исследования, хотя и несколько противоречивые, устанавливающие экспериментальным путем критические значения концентрации хлоридов C_{CR} в зависимости от физических характеристик бетона. Так, в работе [13] указывается, что для разных типов бетонов критическое количество хлоридов составляет 0,1...0,5 % от массы цемента. В англоязычной литературе [12] приводятся критические значения в таких границах: 0,4...1,5 % от массы цемента.

Изложенный подход детерминистического прогноза срока службы, основанный на теоретических основах классических законов диффузии, дает принципиальную возможность оценить время деградации бетона защитного слоя. Одна из таких попыток практического применения законов Фика для прогноза деградации приведена в табл. 1. Данные таблицы взяты из документа [9].

Если принять во внимание что бетоны в мостостроении имеют коэффициент диффузии хлоридов в бетоне D порядка 5×10^{-8} см²/с и принять гипотезу (2), то анализ табл. 1 не дает никаких оснований считать реальным срок эксплуатации в 100 лет.

Таблица 1

Прогноз времени до начала коррозии арматуры
($t_{cr} = t_0 + t_1$)

Толщина защитного слоя, мм	Время, лет при значениях коэффициента диффузии хлоридов в бетоне D , см ² /с		
	5×10^{-7}	5×10^{-8}	5×10^{-9}
25	0,6	5,6	56
50	2,3	23,0	230
75	5,0	50,0	500

Прогноз деградации бетона в процессе эксплуатации

Новейшая методология прогноза ресурса железобетонных конструкций мостов, находящихся в эксплуатации, приведена в работе [14] и в нормативном документе [15]. Мы излагаем здесь основные положения методологии, счи-

тая, что разработанный аппарат может быть обобщенным и применяться для оценки ресурса на этапе проектирования.

В основе прогноза лежит введенная в работе [14] «мера коррозионного состояния», являющейся количественным показателем деградации бетона защитного слоя в процессе эксплуатации. Остаточный ресурс защитного слоя бетона (по отношению к арматуре) определяется по формуле:

$$T_p = T_e \frac{S_1}{S_0 - S_1} \cdot K_1 \cdot K_2, \quad (12)$$

где T_e – время эксплуатации;
 S_0 – начальная мера коррозионного состояния;
 S_1 – мера коррозионного состояния в рассматриваемый момент эксплуатации;
 K_1 – коэффициент агрессивности среды;
 K_2 – коэффициент, учитывающий применение дополнительной защиты поверхности бетона.

Мера коррозионного состояния вычисляется в функции двух параметров бетона – капиллярного водопоглощения ω и щелочности pH :

$$S = \frac{|\omega_t - \omega_k|}{\omega_k} \cdot \frac{|pH_t - pH_k|}{pH_k}, \quad (13)$$

где индекс t отвечает поточному значению водопоглощения ω и щелочности pH , тогда как индекс k – гранично-допустимому.

На наш взгляд, эта апробированная методика, применяющаяся в системе эксплуатации мостов, может быть обобщена для применения на этапе проектирования.

Представленный выше обзор моделирования деградации железобетонных элементов дает принципиальный теоретический базис прогноза ресурса элементов мостов. Однако, для разработки практического аппарата прогноза ресурса, очевидно, потребуется решение ряда задач, связанных с установлением значений параметров деградации D – коэффициента диффузии хлоридов в бетоне и C_{CR} – критического значения концентрации хлоридов в зависимости от: типа цемента, водоцементного отношения, физических характеристик бетона, характеристик окружающей среды. Нуждается также в проверке и уточнении гипотеза (2) $t_0^p + t_1^p \approx 0,5T$.

Представленные модели деградации бетона носят детерминированный характер, тогда как процесс коррозии бетона является стохастическим. Коэффициент диффузии вещества в бетоне является характеристикой случайного блуждания частицы (броуновское движение) и

должен определяться методами теории вероятностей и математической статистики. Для практической методики прогноза является необходимым установление доверительного интервала, установление нижней оценки ресурса элемента.

3. Вероятностная оценка долговечности по параметру трещинообразования

Другой, вероятностный подход изложен в нашем исследовании [16]. Здесь представлена вероятностная модель прогноза долговечности на этапе проектирования элемента. Модель имеет в качестве аргумента один параметр. Такая постановка задачи вызвана запросами проектирования конструкций по принципам управляемой надежности, управляемой долговечности. Область исследования ограничивается изгибаемыми железобетонными элементами автодорожных мостов.

Формулировка задачи

Общая постановка задачи заключается в анализе функции обобщенного резерва прочности, зависящей от времени

$$S(t) = R(t) - Q(t), \quad (14)$$

где $R(t)$ – несущая способность, монотонная убывающая функция; $Q(t)$ – обобщенная нагрузка, монотонная возрастающая функция.

Проблема надежности стохастической системы, описываемой уравнением (14), формулируется так

$$P_f(t) = \text{Prob}[\min S(X(\tau)) \leq 0 \text{ для } 0 < \tau < t], \quad (15)$$

где $S(X(t))$ – обобщенный резерв прочности, зависящей от времени.

Или, в других терминах, вероятность того, что в период времени t будет достигнуто предельное состояние конструкции

$$P_f(t) = \int_{S(X(t)) \leq 0} f[X(t)] dX(t), \quad (16)$$

где $f[X(t)]$ – плотность распределения функции базовых переменных.

Для прогноза долговечности мы используем численный подход, рекомендованный Европейским объединенным комитетом безопасности сооружений [17, 18]. Идея его сводится к моделированию функции обобщенного резерва прочности $S(\cdot)$ и поиску ее минимального значения, соответствующего достижению предельного состояния

Модель

В основу модели прогноза долговечности положена гипотеза о том, что интегральным параметром, определяющим достижение пре-

дельного состояния, является стохастическая характеристика безопасности $\beta(t)$, определяемая по ширине раскрытия нормальных или наклонных трещин

$$S(X(t)) = S(\beta(t)). \quad (17)$$

Приняты обычные допущения о нормальном распределении функций $R(t)$, $Q(t)$ и отсутствии корреляции между ними.

Функция деградации (обобщенный резерв прочности) принята в форме

$$S(\beta(t)) = \beta_0 a(t - t_0)^{-\lambda}, \quad (18)$$

где λ – параметр, получаемый регрессионным анализом статистического ряда времени достижения предельного состояния; t_0 – начальный период; a – масштабный параметр модели.

Характеристика надежности вводится как отношение среднего резерва несущей способности к его стандарту

$$\beta(0) = \frac{\mu_s}{\sqrt{D_s}}. \quad (19)$$

Для случая оценки долговечности по образованию нормальных трещин

$$\sigma_{bt} \leq mR_{bt,ser} \quad (20)$$

начальная характеристика надежности имеет вид

$$\beta(0) = \frac{\vartheta - 1}{\sqrt{V_{bt}^2 + \vartheta^2 V_{Rbt}^2}}, \quad (21)$$

где $\vartheta = \mu_{Rbt} / \mu_{bt}$ – среднее расчетное напряжение бетона и среднее вычисленное напряжение соответственно; V_{bt} и V_{Rbt} – коэффициенты вариации бетона.

Средние значения определяются по нормативным, следуя зависимостям

$$\mu_{Rbt} = \frac{mR_{bt,ser}}{1 - 1,64V_{Rbt}}; \quad \mu_{bt} = \frac{\sigma_{bt}}{1 + 1,64V_{bt}}. \quad (22)$$

Для случая долговечности, определяемой по раскрытию трещин от воздействия временной нагрузки, $a_{cr} \leq \Delta$ определяется аналогично.

Анализ модели

Для получения значений параметров модели (18) выполнен регрессивный анализ выборки времени T перехода в пятое дискретное состояние (первый капитальный ремонт или прекращение эксплуатации) 168 железобетонных ребристых сборных пролетных строений мостов Украины. Выборка характеризуется такими параметрами:

- среднее время перехода в пятое дискретное состояние $\mu_r = 34$ года;
- максимальное значение $T_{max} = 45$ лет;
- минимальное значение $T_{min} = 21$ год;
- дисперсия $D_T = 7,1$ лет²; стандарт $\sigma_r = 2,67$ года

Данные выборки послужили качественной базой для определения параметров:

- верхняя оценка $\lambda = 0,26$; $a = 1,60$; нижняя оценка $\lambda = 0,42$; $a = 2,10$.

На рис. 2 показаны графики функции деградации $S(\beta(t))$ для случая начальной характеристики безопасности $\beta(0) = 3,0$. Минимальное нормируемое значение функции принято равным $S(\beta(t))_{crit} = 1,5$ (табл. 2). Пересечение кривых с линией минимального значения дает точки времени до первого капитального ремонта или прекращения эксплуатации T_{crit} . Так получаем: верхняя оценка $T_{crit, sup} = 92$ года, нижняя – $T_{crit, inf} = 34$ года.

Таблица 2

Нормативные требования надежности элементов

	По первой группе граничных состояний	По усталости или другим постепенным отказам	По второй группе граничных состояний
Характеристика безопасности, β	3,8	1,5...3,8	1,5
Вероятность отказа, P_f	0,0001	0,0668...0,0001	0,0668

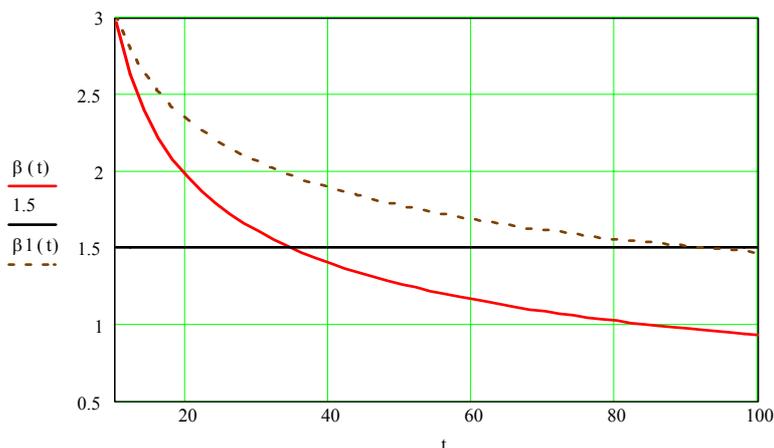


Рис.2. Функция деградации, при $\beta(0) = 3,0$
(ось OY – Характеристика безопасности, ось OX – Время, лет)

Открытые вопросы

Предложенная интегральная вероятностная модель прогноза долговечности изгибаемых железобетонных элементов автодорожных мостов представляет собой функцию деградации, единственным аргументом которой есть характеристика безопасности, получаемая по параметрам трещинообразования. Это простая, наглядная и удобная для практических приложений модель. Модель следует рассматривать как постановку задачи, как предлагаемый подход к прогнозу долговечности.

В практической методологии, вероятно, не удастся ограничиться одной единственной функцией деградации. Понадобится несколько функций, зависящих от конструктивных особенностей элемента. Предполагается, что

большой разрыв между верхней и нижней оценками долговечности вызван, в большей части, конструктивными особенностями.

С другой стороны, понадобится теоретическое обоснование принятого ныне предельного значения характеристики безопасности по второму предельному состоянию $\beta = 1,5$ ($P_f = 0,9332$). Таким обоснованием, на наш взгляд, должно быть исследование долговечности на основании кинетических уравнений коррозии защитного слоя бетона и арматуры, представленных выше в разд. 2.

4. Оценка долговечности в процессе эксплуатации

Научные разработки последних лет в области транспортных сооружений [19-22] послужили

ли основой для создания ведомственных нормативных документов [23, 24], позволяющих получить интегральную оценку и прогноз технического состояния конструктивных элементов и сооружения в целом и таким образом прогнозировать остаточный ресурс.

Теоретической базой прогноза является феноменологическая стохастическая модель деградации, описывающая накопление повреждений, как процесс, эволюция которого во времени определяется вероятностной дискретной марковской цепью [25]. Представленная ниже модель является дальнейшим развитием идеи описания накопления повреждений, следуя принципам дискретных марковских цепей с непрерывным временем.

Модель

Моделью нормативного документа [23] описывается стохастический процесс постепенного накопления повреждений элемента. В действительности процесс старения элемента сооружения состоит не только из постепенных отказов, но также из внезапных. Модель, представленная здесь, описывает процесс деградации, содержащий постепенные и внезапные отказы. Рассматривается система из 5 дискретных состояний. Эволюция системы описывается как дискретный процесс с непрерывным временем, с равномерно распределенными промежутками времени между состояниями. Процесс накопления повреждений содержит внезапные «проскоки» через одно состояние, как показано на графе процесса на рис. 3.

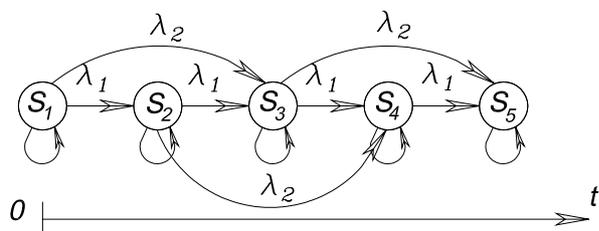


Рис.3. Граф процесса

Система может оставаться в одном из них, последовательно переходить из одного соседнего состояния S_i в другое с большим номером S_{i+1} , или перескочить через соседнее состояние S_{i+1} к следующему S_{i+2} . Состояние 5 – поглощающее. Это означает, что выхода из состояния 5 система не имеет.

В терминах дискретного марковского процесса [25] задача сводится к поиску безусловных вероятностей пребывания системы S на произвольном шаге k в состоянии S_i :

$$p_i(k) = \text{Pr ob}[S(k) = S_i];$$

$$k = 1, 2, \dots, 5; i = 0, 1, \dots, 4 \quad (23)$$

Вероятности $p_i(k)$ выражаются через *условные вероятности* перехода системы S на шаге k в состояние S_j при условии, что на шаге $k-1$ система была в состоянии S_i :

$$p_{ij}(k) = \text{Pr ob}[S(k) = S_j | S(k-1) = S_i];$$

$$i, j = 0, 1, \dots, 4 \quad (24)$$

Вероятности перехода (24) составляют квадратную *матрицу переходов* размером $n = 5$ в нашем случае. Обозначим ее \mathbf{P}_0 . На главной диагонали матрицы \mathbf{P}_0 стоят вероятности задержки системы в данном состоянии S_i на шаге k , на боковых диагоналях стоят $p_{ij}(k)$ – вероятности перехода системы из состояния S_i в состояние S_j .

В силу того, что на каждом шаге система может находиться только в одном из двух взаимно исключающих состояний, сумма всех вероятностей одной строки равняется единице:

$$\sum_{j=1}^n p_{ij}(k) = 1. \quad (25)$$

Равенство (25) является следствием того, что события марковской цепи несовместны и образуют полную группу.

Поиск вероятностей перехода, которые содержит стохастическая матрица \mathbf{P}_0 , является доминантой, центральным местом в разработке модели, описываемой дискретным марковским процессом. Когда матрица \mathbf{P}_0 найдена, по известным значениям условных вероятностей перехода и начальному значению безусловной вероятности пребывания системы в состоянии S_i все другие безусловные вероятности находятся по рекуррентной формуле:

$$p_j(k) = \sum_{i=1}^n p_i(k-1)p_{ij},$$

$$k = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots, n \quad (26)$$

Будем считать, что переход системы из одного состояния в другое происходит как в пуассоновском потоке событий с интенсивностью $\lambda_{ij}(t)$. (Заметим, что пуассоновский поток является типичным марковским процессом). Переход из состояния S_i в состояние S_j происходит в момент наступления первого события потока. Вектор интенсивности пуассоновского потока обозначим \mathbf{E} .

Искомые вероятности марковской цепи $p_1(t), p_2(t), p_n(t)$ – функции времени являются вероятностями того, что система в момент t находится в состоянии S_i и определяются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными, в общем случае, коэф-

фициентами. Это известные уравнения Колмогорова, описывающие эволюцию дискретного марковского процесса с непрерывным временем.

В матричной форме уравнения имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{P}(i, t)}{dt} = \mathbf{P}(i, t) \cdot \mathbf{E}. \quad (27)$$

К уравнениям (27) присоединяются начальные условия:

$$\text{при } t=0 \quad \begin{aligned} p_1(t) &= 1; \\ p_2(t) &= p_3(t) = p_4(t) = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Кроме того, в решении системы дифференциальных уравнений (27) используется нормировочное условие (25).

Матрица вероятностей перехода $\mathbf{P}(i, t)$ в (27), очевидно, зависит от времени t . Подчеркнем, что время считается от начала процесса. Что касается матрицы интенсивности перехода (скоростей деградации) \mathbf{E} – то она, в общем случае, также зависима от времени. Однако, для практического применения чаще получают модели с независимой от времени матрицей \mathbf{E} и даже в случаях $\mathbf{E} = \text{const}$.

В нашей модели положим интенсивности перехода (скорости деградации) независимыми от шага и времени. Интенсивность перехода в соседнее состояние обозначим λ_1 , перехода через одно состояние – λ_2 и их сумму $\varphi = \lambda_1 + \lambda_2$. Матрица \mathbf{E} уравнения (27) будет иметь вид:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \varphi & \varphi & \varphi & \lambda_1 \\ 0 & \lambda_1 & \lambda_1 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & \lambda_2 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

В соответствии с графом процесса модели (рис.1) и зависимости (2) система уравнений (27) будет иметь вид:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \begin{bmatrix} -\varphi p_1 & 0 & 0 \\ -\varphi p_2 & \lambda_1 p_1 & 0 \\ -\varphi p_3 & \lambda_1 p_2 & \lambda_2 p_1 \\ -\lambda_1 p_4 & \lambda_1 p_3 & \lambda_2 p_2 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Здесь λ_1 – интенсивность перехода из состояния S_i в состояние S_{i+1} ;

λ_2 – интенсивность перехода из состояния S_i в состояние S_{i+2} ; $\varphi = \lambda_1 + \lambda_2$.

Определим параметр λ_1 из условия:

$$k = 5; i = 4; t = 100. \quad (31)$$

Это условие означает, что система переходит из состояния S_4 в состояние S_5 , когда воз-

раст элемента достигает 100 лет. Интенсивность перехода «перескока» примем $\lambda_2 = 0,05 \cdot \lambda_1$.

Численное решение системы дифференциальных уравнений (31) по методу Рунге-Кутты дает значение условных вероятностей перехода, из которых формируется матрица переходов:

$$\mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 0,9851 & 0,0049 & 0,0100 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9704 & 0,0097 & 0,0199 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9560 & 0,044 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9418 & 0,0582 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Примем $p_k = 0,9998$ и по известным значениям условных вероятностей перехода \mathbf{P}_0 из уравнения (26) получим вектор безусловных вероятностей пребывания системы в состоянии j :

$$\mathbf{P}_j = [0,9998 \quad 0,9849 \quad 0,9558 \quad 0,9138 \quad 0,8605]^T \quad (33)$$

Сравнение полученного вектора вероятностей (33) с вектором, соответствующим модели нормативного документа [23], показывает, что деградация в данном случае протекает более интенсивно. В этом проявляется вероятность внезапных отказов (проскоков).

На графике рис. 4 приведены графики снижения надежности, соответствующие нормативной модели [23] (кривая ModAr) и модели с внезапными отказами (30) – кривая ModBr. Как видно, деградационные процессы в модели (30) протекают значительно интенсивнее.

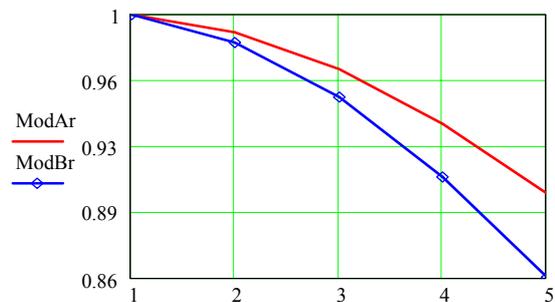


Рис. 4. Надежность элементов в дискретных состояниях (ось OY – Вероятности; ось OX – Дискретное состояние)

Надо полагать, что представленная модель накопления повреждений даст более реалистичный прогноз остаточного ресурса в тех случаях, когда в установленные сроки обследования [26] выявлено резкое ухудшение технического состояния элементов сооружения. Это уточнение прогноза может оказать существен-

ное влияние на стратегический план эксплуатации моста.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ДБН України В.2.3-14: 2006 «Мости та труби. Правила проектування». – К.: Мінбуд України, 2006. – 359 с.
2. EUROPEAN PRESTANDARD ENV 1991-1-1. Eurocode 1: Basis of design and actions on structures. Part 1: Basis of design. – European Committee for Standardization. – Brussels. – 85 pp.
3. Matsumoto T. Survival analysis on bridges for modeling bridge replacement and evaluating bridge performance / T. Matsumoto, S. S. Beng // Proc. Japan-Taiwan int. workshop on urban regeneration. Maintenance and green material, 2005. – P. 23-36.
4. Tuutti K. Corrosion of steel in concrete // CBI Research, fo 4:82. – Stockholm: Swedish Cement and Concrete Research Institute, 1982.
5. Lounis Z. Reliability-based service life prediction of deteriorating concrete structures / Z. Lounis, M. S. Madanat // Proc. 3rd Int. Conf. on Concrete under Severe Conditions, Vol. 1, 2001. – P. 965-972.
6. Алексеев С. Н. Долговечность железобетона в агрессивных средах / С. Н. Алексеев, Ф. М. Иванов, С. Модры, П. Шисиль. – М., 1990. – 316 с.
7. Бліхарський З. Я. Моделювання корозійних руйнувань залізобетонних балок в агресивному середовищі / З. Я. Бліхарський, М. Г. Сташук, О. М. Малик // Зб. «Захист від корозії і моніторинг залишкового ресурсу промислових будівель, споруд та інженерних мереж». – Донецьк, 2003. – С. 318 – 324.
8. Лучко Й. Й. Методи підвищення корозійної стійкості та довговічності бетонних і залізобетонних конструкцій і споруд / Й. Й. Лучко, І. І. Глагола, Б. Л. Козаревич. – Львів: Каменяр, 1999. – 229 с.
9. Руководство по определению диффузионной проницаемости бетона для углекислого газа. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1974. – 20 с.
10. Service-Life Prediction / State of the Art Report / Reported by ACI Committee 365 // ACI Manual of Concrete Practice. – Part 1. – 2001.
11. Takewaka K. Quality and Cover Thickness of Concrete based on the Estimation of Chloride Penetration in Marine Environments / K. Takewaka, S. Matsumoto // ACI SP 109-17, American Concrete Institute, 1988. – P. 381-400.
12. Hartt W. Critical Literature Review of High-Performance Corrosion Reinforcements in Concrete Bridge Applications / W. Hartt, R. Powers, V. Leroux, D. K. Lysogorski // Center for Marine Materials. – Florida Atlantic University, 2004. – 53 pp.
13. Розенталь Н. К. Коррозионные процессы в модифицированных бетонах // Зб. «Захист від корозії і моніторинг залишкового ресурсу промислових будівель, споруд та інженерних мереж». – Донецьк, 2003. – С. 129-133.
14. Чернявский В. Л. Оценка остаточного ресурса по мере функционального состояния эксплуатирующихся железобетонных конструкций / В. Л. Чернявский, Ю. Б. Гиль // Зб. наук. пр. Луганського нац. ун-ту, № 40 (52). – Луганськ: Вид-во ЛНАУ, 2004. – С. 279-285.
15. Технологічний регламент з підготовки поверхні залізобетонних конструкцій для нанесення ремонтних складів. TP-218-02071168-362-2004. – К.: Укравтодор, 2004. – 35 с.
16. Лантух-Лященко А. І. Проблема довговічності залізобетонних прогонових будов автодорожніх мостів // Зб. «Автомобільні дороги і дорожнє будівництво». – Вип. 73. – Національний транспортний університет. – К., 2006. – С. 204-210.
17. JCSS. Probabilistic model code. The Joint Committee on Structural Safety. – Zurich, 2001. – 138 pp.
18. ISO ST 2394. General Principles on Reliability for Structures. – Zurich: ISO, 1998. – 50 pp.
19. Лантух-Лященко А. І. Оцінка надійності споруди за моделлю марковського випадкового процесу з дискретними станами // Зб. «Автомобільні дороги і дорожнє будівництво». – Вип. 57. – 1999. – С. 183-188.
20. Дегтяр В. Г. До проблеми оцінки зносу елементів моста / В. Г. Дегтяр, А. І. Лантух-Лященко // Зб. «Автомобільні дороги і дорожнє будівництво». – Вип. 59. – Український транспортний університет. – К., 2000. – С. 33-36.
21. Лантух-Лященко А. І. До проекту державних будівельних норм з оцінки технічного стану мостів // Зб. «Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій». – Вип. 2. – Львів: Каменяр, 2000. – С. 78-83.
22. Лантух-Лященко А. І. Модель визначення надійності прогонової будови в умовах неповної інформації // Зб. «Автомобільні дороги і дорожнє будівництво». – Вип. 62. – К., 2001.
23. Мости та труби. Оцінка технічного стану мостів, що експлуатуються. ВБН В.3.1-218-174-2002. – Державна служба автомобільних доріг України. – К., 2002. – 74 с.
24. Лантух-Лященко А. І. Настанови з визначення технічного стану мостів / А. І. Лантух-Лященко, В. І. Кір'ян, П. М. Коваль та ін. – ТАУ. – К.: Логос, 2002. – 117 с.
25. Вентцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.
26. ДБН В.2.3-14:2002. «Мости та труби. Обстеження і випробування».

Поступила в редколлегию 23.10.2007.