УДК 621.317.3

А. И. ТИМОШКИН (Ростовский государственный колледж связи и информатики, Российская Федерация)

О НЕОБХОДИМОМ И ДОСТАТОЧНОМ УСЛОВИИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРОВЕРЯЮЩЕГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ТЕСТА МИНИМАЛЬНО-ВОЗМОЖНОЙ ДЛИНЫ ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ ИТЕРАТИВНОЙ СТРУКТУРЫ

Розглянута проблема повноти тестування відносно до регулярних комбінаційних схем. Оцінюється кількість таких схем із одного класу.

Рассматривается проблема полноты тестирования применительно к регулярным комбинационным схемам. Оценивается число таких схем из одного класса.

The problem of confidence testing applying to the regular iterative circuits is considered. Total number of such circuits from one class is estimated.

Одной из важнейших задач технической диагностики цифровых интегральных схем является задача постоянного повышения полноты контроля их работоспособности. Данная задача может быть эффективно решена на основе использования функциональных проверяющих тестов.

Применение функциональных проверяющих тестов наиболее целесообразно для цифровых схем с регулярной структурой и, в том числе, для итеративных цифровых схем. (К итеративным цифровым схемам относятся регулярные цифровые схемы с идентичными ячейками (элементами) и связями [1]).

Для эффективной разработки оптимальных процедур контроля работоспособности цифровых регулярных интегральных схем, а также оптимальных процедур контроля и диагностирования цифровых систем на их основе необходим всесторонний структурно-функциональный анализ этих схем. Одной из важнейших целей упомянутого анализа является получение необходимых и достаточных условий существования проверяющих функциональных тестов заданной (в том числе и минимальной) длины для отмеченного типа схем.

В работе [2] сформулировано необходимое и достаточное условие существования проверяющего функционального теста длины 2^n (или минимально-возможной длины) для одномерной регулярной структуры r из m функциональных ячеек с одинаковыми межъячеечными связями. При этом каждая i-тая (i=1,2,…,m) ячейка этой структуры имеет по одному горизонтальному входу и выходу, один вертикальный выход, n-1 вертикальных входов и реализует две Булевы функции F_i и H_i, зависящих от n переменных:

$h_i, x_1^i, x_2^i, ..., x_{n-1}^i$ Необходимо отметить также, что для любого i $F_i = F_{i+1}$ и $H_i = H_{i+1}$. При этом на горизонтальном выходе любой i-той ячейки ($i \in \{1, 2, …, m\}$), связанном с горизонтальным входом h_{i+1} i+1-ой ячейки формируется функция H_i, а на вертикальном выходе – F_i. Описанная структура показана на рис. 1. В настоящей работе приводится доказательство сформулированного в работе [2] необходимого и достаточного условия, а также, приводится оценка мощности рассмотренного класса R_1 одномерных регулярных структур.

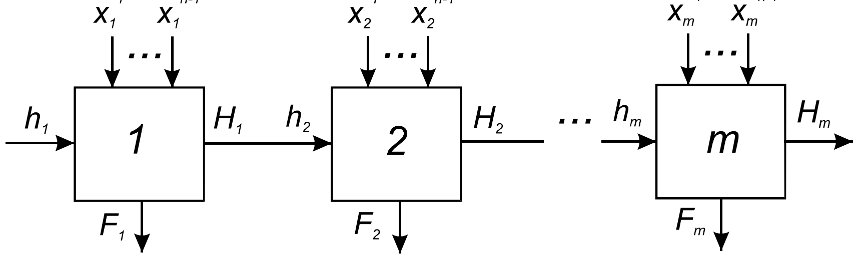

Рис.1. Одномерная регулярная итеративная структура

Теорема 1. Регулярная итеративная структура $r \in R_1$ обладает проверяющим функциональным тестом минимально возможной длины (длины 2^n) тогда и только тогда, когда для любого $i \in \{1,2,3,..m\}$ число единиц в столбце значений функции H_i её таблицы истинности равно числу единиц в столбце значений её аргумента h_1.

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется условие, сформулированное в данной теореме. Покажем, как в данном случае можно построить проверяющий функциональный тест минимально возможной длины (длины 2^n). Для любого $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ множество μ всех строк таблицы истинности функции H_i может быть разбито на два непересекающихся подмножества: μ_1 и μ_2 ($\mu = \mu_1 \bigcup \mu_2$, $\mu_1 \bigcap \mu_2 = \varnothing$). При этом в множество μ_1 будут входить строки, для которых значение аргумента h_i равно значению функции $H_i(\mu_1/h_i=H_i)$, а в множество μ_2 – строки, для которых значение аргумента h_i не равно значению функции $H_i(\mu_2/h_i \neq H_i)$. Это разбиение порождает две подтаблицы истинности функции H_i, μ_1, и μ_2. Исходя из того, что число единиц в столбце значений функции H_i её таблицы истинности равно числу единиц в столбце значений её аргумента h_i, и того, что число единиц в столбце значений функции H_i её μ_1- подтаблицы истинности равно числу единиц в столбце значений её аргумента h_i этой подтаблицы следует, что и число единиц в столбце значений функции H_i её μ_2-подтаблицы истинности должно быть равно числу единиц в столбце значений её аргумента h_i упомянутой подтаблицы. Поэтому для любого $i \in \{1, 2, 3, ..m\}$ число строк в μ_2-подтаблице истинности функции H_i всегда четно. Поскольку для любого $i \in \{1,2,3,..m\}$ число единиц в столбце значений аргумента h_i равно числу единиц в столбце значений аргумента h_{i+1}, следовательно, число единиц в столбце значений функции H_i равно числу единиц в столбце значений аргумента h_{i+1}. Поэтому для любых номеров j_1, j_2, $j_1 \neq j_2$ строк

$$t_{j_1} = (\beta_i^{j_1}, \alpha_i^{1,j_1}, \alpha_i^{2,j_1}, \ldots, \alpha_i^{n-1,j_1});$$

$t_{j_2} = (\beta_i^{j_2}, \alpha_i^{1,j_2}, \alpha_i^{2,j_2}, \ldots, \alpha_i^{n-1,j_2})$, таких, что $\beta_i^{j_1} \neq \beta_i^{j_2}$ μ_2-подтаблицы истинности функции H_i i-той ячейки найдутся номера k_1, k_2, $k_1 \neq k_2$ строк $t_{k_1} = (\beta_{i+1}^{k_1}, \alpha_{i+1}^{1,k_1}, \alpha_{i+1}^{2,k_1}, \ldots, \alpha_{i+1}^{n-1,k_1})$; $t_{k_2} = (\beta_{i+1}^{k_2}, \alpha_{i+1}^{1,k_2}, \alpha_{i+1}^{2,k_2}, \ldots, \alpha_{i+1}^{n-1,k_2})$ μ_2-подтаблицы истинности функции H_{i+1} $i+1$-ой ячейки такие, что для первых компонент $\beta_{i+1}^{k_1}$, $\beta_{i+1}^{k_2}$ этих строк будут выполняться равенства:

$$\begin{cases} H_i(\beta_i^{j_1}, \alpha_i^{1,j_1}, \alpha_i^{2,j_1}, \ldots, \alpha_i^{n-1,j_1}) = \beta_{i+1}^{k_1}, \\ H_i(\beta_i^{j_2}, \alpha_i^{1,j_2}, \alpha_i^{2,j_2}, \ldots, \alpha_i^{n-1,j_2}) = \beta_{i+1}^{k_2}. \end{cases} \quad (1)$$

Из этих равенств следует, что $\beta_i^{j_1} = \beta_{i+1}^{k_2}$ и $\beta_i^{j_2} = \beta_{i+1}^{k_1}$. Таким образом, между строками из μ_2-подтаблицы истинности функций H_i и H_{i+1} можно задать взаимно-однозначное соответствие φ (и причем в общем случае не единственное), определяемое равенствами (1). Следовательно, для фрагмента ρ из любых двух последовательных ячеек рассматриваемой регулярной структуры r можно построить функциональный подтест длины 2^n-l, где l-число строк в μ_1-подтаблице истинности функции H_i. При этом любой тестовый вектор этого подтеста для упомянутого фрагмента образуется путем свертки находящихся во взаимно-однозначном соответствии φ строк μ_2-подтаблиц истинности функций H_i и H_{i+1}. В частности, тестовыми векторами для рассматриваемого фрагмента итеративной одномерной структуры будут векторы

$(\beta_i^{j_1}, \alpha_i^{1,j_1}, \alpha_i^{2,j_1}, \ldots, \alpha_i^{n-1,j_1}, \alpha_{i+1}^{1,j_2}, \alpha_{i+1}^{2,j_2}, \ldots, \alpha_{i+1}^{n-1,j_2})$ и
$(\beta_i^{j_2}, \alpha_i^{1,j_2}, \alpha_i^{2,j_2}, \ldots, \alpha_i^{n-1,j_2}, \alpha_{i+1}^{1,j_1}, \alpha_{i+1}^{2,j_1}, \ldots, \alpha_{i+1}^{n-1,j_1})$

Функциональный текст T длины 2^n для всей одномерной итеративной структуры r может быть построен следующим образом:

1) сначала строится часть T_1 теста T, которая формируется на основе μ_1-подтаблицы истинности функции H_i для произвольного i (поскольку $H_i=H_{i+1}$ для $\forall\, i$); эта часть содержит l тестовых векторов, каждый из которых образуется путем итерирования нужного количества раз соответствующей строки μ_1-подтаблицы истинности функции H_i, причем на втором и последующих итерированиях упомянутая строка берется без первой компоненты;

2) затем строится часть T_2 теста T, которая формируется на основе функционального подтеста фрагмента ρ; эта часть содержит 2^n-l тестовых векторов, каждый из которых образуется путем итерирования нужного количества раз соответствующего тестового вектора из данного функционального подтеста, при этом также на втором и последующих итерированиях упомянутый тестовый вектор берется без первой компоненты. Таким образом, достаточность условия, сформулированного в данной теореме, доказана.

Необходимость. Допустим, что условие, сформулированное в данной теореме, не выполняется. В этом случае для доказательства невозможности построения функционального теста длины 2^n для всей регулярной структуры r достаточно показать, что для произвольного фрагмента ρ из любых двух последовательных ячеек (i-той и i+1-ой) рассматриваемой структуры функциональный тест длины 2^n построить нельзя. Пусть для определенности для любого i число единиц в столбце значений функции H_i больше числа единиц в столбце значений её аргумента h_i. Следовательно, при построении взаимно-однозначного соответствия, определяемого равенствами (1), найдутся, по крайней мере, два номера j_1 и j_2, $j_1 \neq j_2$ строк

$$t_{j_1} = (0_i^{j_1}, \alpha_i^{1,j_1}, \alpha_i^{2,j_1}, ..., \alpha_i^{n-1,j_1});$$
$$t_{j_2} = (0_i^{j_2}, \alpha_i^{1,j_2}, \alpha_i^{2,j_2}, ..., \alpha_i^{n-1,j_2})$$

μ_2-подтаблицы истинности функции H_i i-той ячейки, которым будет соответствовать единственный номер k строки $t_k = (1_{i+1}^k, \alpha_{i+1}^{1,k}, \alpha_{i+1}^{2,k}, ..., \alpha_{i+1}^{n-1,k})$ μ_2-подтаблицы истинности функции H_{i+1} i+1-ой ячейки, такой, что для первой компоненты 1_{i+1}^k этой строки будут выполняться равенства:

$$H_i(0_i^{j_1}, \alpha_i^{1,j_1}, \alpha_i^{2,j_1}, ..., \alpha_i^{n-1,j_1}) = 1_{i+1}^k$$
$$H_i(0_i^{j_2}, \alpha_i^{1,j_2}, \alpha_i^{2,j_2}, ..., \alpha_i^{n-1,j_2}) = 1_{i+1}^k$$

Таким образом, между строками из μ_2-подтаблиц истинности функций H_i и H_{i+1} i-той и i+1-ой ячеек взаимно-однозначное соответствие, определяемое равенствами (1) задать нельзя. Поэтому невозможно в этом случае построение функционального теста длины 2^n для произвольного фрагмента из любых двух последовательных ячеек рассматриваемой структуры. **Теорема доказана.**

Оценим теперь мощность класса R_1 описанных в работе одномерных регулярных структур, т.е., обладающих минимально-возможным функциональным проверяющим тестом:

$$|R| = \left[C_{2^n}^{2^{n-1}}\right]^m = \left[\frac{(2^n)!}{(2^{n-1})!(2^n - 2^{n-1})!}\right]^m = \left[\frac{(2^n)!}{(2^{n-1})!(2^{n-1})!}\right]^m =$$

$$= \left[\frac{(2^{n-1})!(2^{n-1}+1)(2^{n-1}+2)...(2^{n-1}+2^{n-1})}{(2^{n-1})!(2^{n-1})!}\right]^m = \left[\frac{(2^{n-1}+1)(2^{n-1}+2)...(2^{n-1}+2^{n-1})}{(2^{n-1})!}\right]^m =$$

$$= \left[\frac{(2^{n-1}+1)(2^{n-1}+2)(2^{n-1}+3)...(2^{n-1}+2^{n-1}-1)2^{n-1}\cdot 2}{(2^{n-1}-1)!2^{n-1}}\right]^m =$$

$$= \left[2 \cdot \prod_{k=1}^{2^{n-1}-1}\left(\frac{2^{n-1}+k}{k}\right)\right]^m = \left[2 \cdot \prod_{k-1}^{2^{n-1}-1}\left(\frac{2^{n-1}}{k}+1\right)\right]^m.$$

Выводы

1. В настоящей работе отмечена целесообразность применения функциональных проверяющих тестов для цифровых схем с регулярной структурой, произведено доказательство необходимого и достаточного условия существования проверяющего функционального теста минимально возможной длины для одномерной регулярной структуры, произведена общая методика построения этого теста, оценена мощность класса одномерных регулярных структур, обладающих данным тестом.

2. Полученные результаты и подходы могут быть использованы при анализе различных регулярных структур, при синтезе контролепригодных регулярных цифровых схем, разработке проверяющих и диагностирующих тестов этих схем, а также при разработке методов тестирования и самотестирования цифровых схем и систем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фридман А., Менон П. Теория и проектирование переключательных схем / А. Фридман, П. Менон – Пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 581 с.
2. Тимошкин А. И. К разработке оптимальных процедур контроля работоспособности цифровых регулярных схем // Тр. 66 Межд. науч.-практ. конференции «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта». – Д., ДИИТ, 2006.

Поступила в редколлегию 15.12.2007.