УДК 656.212

В. В. СКАЛОЗУБ, С. Ю. РАЗУМОВ (ДИИТ), В. Вл. СКАЛОЗУБ (Днепропетровский государственный аграрный университет)

# РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ МНОГОУРОВНЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Визначено джерело неузгодженості даних матриць парних порівнянь, які використовують у методі аналізу ієрархій. Розроблено удосконалену процедуру обробки даних, яка забезпечує більш узгоджені результати парних порівнянь і точність рішень багатокритеріальних задач.

Установлен источник несогласованности данных матриц парных сравнений, используемых в методе анализа иерархий. Разработана усовершенствованная процедура обработки данных, которая обеспечивает большее согласование парных сравнений и точность решений многокритериальных задач.

The source of inconsistency of data of matrices of pair comparisons, which are utilized in the Analytic Hierarchy Process, is determined. The improved procedure of data processing is developed, which provides more consistent results of pair comparisons and accuracy of solutions of multicriteria problems.

## Введение

При создании автоматизированных систем управления сложными процессами или объектами возникают проблемы учета их многокритериальности, иерархичности, неопределенности условий функционирования, состояний и других. Многоуровневая структура моделей систем обусловлена самим объектом или связана с его декомпозицией и возможностью упрощенного представления и анализа. В настоящее время нечеткое моделирование и многокритериальное оптимальное управление в условиях неопределенности имеет приоритет в областях экономики, технологий, экологии. Одним из эффективных и наиболее часто используемых в задачах анализа многокритериальных иерархических систем является метод анализа иерархий (МАИ, Т. Саати [1–3]), который в США фактически является стандартом [4, 9]. В статье представлено развитие методов многокритериального иерархического и нечеткого управления в условиях неопределенности – выполнен анализ ограничений МАИ как метода управления при неопределенностях и предложены процедуры по его совершенствованию.

Анализ процедуры МАИ, состоящей в декомпозиции проблемы в иерархическую модель, получении экспертных оценок и обработке матриц парных сравнений, установлении относительных степеней взаимодействия элементов иерархии, рангов, в расчете индекса и отношения согласованности рангов, применительно к условиям неопределенности (и использовании лингвистической шкалы из девяти градаций оценок относительной важности: 7±2) позволил установить ряд ее существенных ограничений. В статье устанавливается, что главными из ограничений МАИ являются – *невозможность* получения *согласованных экспертных оценок* в шкале 7±2 [7]. Другие неявные допущения МАИ о независимости предпочтений и *однородности вариантов*, а также дискретности или выпуклости набора альтернатив, отмечены в [10], где был предложен восходящий метод анализа иерархической модели проблемы, включающий усовершенствованную процедуру получения матриц относительных лингвистических оценок, который расширяет возможности МАИ.

В работах [1, 2] Т. Саати был предложен один из подходов к назначению «весов» конечному набору $n$ сравниваемых объектов на основе матрицы парных сравнений, который впоследствии оформился в целый раздел принятия решений при наличии одного, а также нескольких критериев и получил наименование метода анализа иерархий (the Analytic Hierarchy Process, AHP) – сокращенно МАИ. В настоящее время МАИ прочно вошел в теорию и практику многокритериального выбора. Число статей прикладного характера, в которых МАИ применяется к решению самых различных прикладных многокритериальных задач, превысило тысячу уже более десяти лет назад. На основе МАИ был разработан получивший мировое признание и широкое распространение за рубежом пакет программ EXPERT CHOICE.

В соответствии с МАИ, для установления относительной важности рассматриваемых объектов экспертами формируется матрица парных сравнений $A$, а искомый весовой вектор $w = (w_1, w_2, ..., w_n)^T$ вычисляется как ее собственный.

Известно, что весовой вектор $w$ является собственным вектором совместной матрицы $A$, отвечающим ее максимальному собственному значению $n$, и в случае совместной матрицы весовой вектор необходимо является указанным собственным вектором. При формировании в соответствии с МАИ экспертами матрицы парных сравнений рассчитывать на ее совместность не следует. И на практике имеют дело с иной моделью экспертного анализа объектов, которой отвечает несовместная матрица. Все же, согласно МАИ, весовой вектор вновь находят как собственный вектор (несовместной) матрицы парных сравнений. Хотя этот собственный вектор отвечает собственному значению, которое, уже не равно (а строго больше) $n$. Поэтому рассматриваемый метод нельзя назвать обоснованным; «он представляет собой определенный эвристический подход, логика которого заключается в рекомендации действовать точно так же в ситуациях, которые могут сильно отличаться от тех, для которых установлена справедливость данных действий» [9]. Поскольку применение МАИ практически всегда содержит некоторую «модельную» ошибку вычисления весового вектора важности сравниваемых объектов, автор МАИ ввел специальный числовой показатель «индекс совместности» (ИС, consistency index), характеризующий степень доверия к полученным результатам, трактуемый как мера отклонения исходной матрицы от некоторой совместной. Согласно Т. Саати [1, 2], при достаточно малом значении индекса совместности матрица парных сравнений «близка» к некоторой матрице с нулевым значением этого индекса, т.е. к совместной. Если индекс совместности превышает «пороговое» значение, то применять МАИ не рекомендуется. Но значения ИС позволяют лишь опосредованно судить о величине итоговой «модельной» ошибки; точно же она не может быть определена [9].

Не раз МАИ подвергался критике за невыполнение свойства сохранения ранжирования решений при удалении одного из них из числа возможных [4]. В работе [9] пересматриваются две иные важнейшие составляющие МАИ.

Во-первых, предлагается существенно упростить процедуру формирования матрицы парных сравнений, требуя от эксперта сведения не обо всех элементах этой матрицы, расположенных выше (либо ниже) главной диагонали, а лишь об определенных «базисных» элементах. На основе этих частичных данных легко и уже без ошибок находится искомый весовой вектор. Предлагаемый вариант МАИ существенно проще исходного метода и на стадии формирования матрицы $A$, и в ходе вычисления весового вектора, а также избавлен от указанной «модельной» ошибки.

Во-вторых, вместо линейной предлагается использовать для решения многокритериальных задач нелинейную свертку критериев в виде функции минимума.

## Метод анализа иерархий – процедура и основные проблемы его использования

Согласно МАИ, экспертным путем формируется матрица относительных весов со следующими свойствами. Пусть задан набор из $n$ объектов (элементов), которые обозначим $A_1$, $A_2$, ..., $A_n$. Считается, что каждому $A_k$ поставлено в соответствие определенное положительное число $w_k$, именуемое весом объекта, $k = 1, 2, ..., n$. Образуют матрицу относительных весов $a_{ij}$ $i$-го объекта $A_i$ к весу $j$-го объекта $A_j$. Здесь для каждого элемента матрицы парных сравнений справедливо $a_{jj} = w_i / w_j$. По содержательному смыслу ранги $w_i$ – это значения вкладов соответствующих частных критериев, коэффициенты предпочтительности объектов.

Для элементов матрицы $A$ справедливо следующее свойства относительных весов.

1) Все элементы матрицы $A$ положительны

$$a_{ij} = w_i / w_j > 0.$$

2) Матрица $A$ обратно симметрична, ее элементы, расположенные симметрично относительно главной диагонали, являются обратными по отношению друг к другу

$$a_{ij} = w_i / w_j = 1/ a_{ji}.$$

3) Матрица $A$ обладает свойством совместности

$$a_{ik} * a_{kj} = (w_i / w_k) * (w_k / w_j) = w_i / w_j = a_{ij}.$$

4) Число $n$ является максимальным собственным значением матрицы $A$, а вектор-столбец единственным (если он нормирован) соответствующим (правым) собственным вектором.

Матрица $A$ относительных весов имеет два различных собственных значения – 0 и $n$ (см. [3], [9]). Обозначая $\lambda_{\max} = \max\{0, n\}$, получают уравнения для вычисления искомых весов $w_k$ в форме

$$Aw = \lambda_{\max} w. \quad (1)$$

На практике веса объектов $A_1$, $A_2$, ..., $A_n$, т.е. числа $w_1$, $w_2$, ..., $w_n$, заранее не заданы, а подлежат определению (нередко удовлетворяют дополнительному условию нормировки $w_1 + w_2 + \ldots + w_т = 1$).

Метод анализа иерархий предполагает наличие матрицы парных сравнений, произвольный элемент которой призван выражать собой положительное число, показывающее, во сколько раз вес объекта $A_i$ больше веса объекта $A_j$. В МАИ на основе экспертных оценок в результате выполнения попарных сравнений объектов формируется часть матрицы, которая расположена выше (или ниже) главной диагонали, на главной диагонали выставляются единицы, а элементы, расположенные ниже главной диагонали, вычисляются с использованием свойства обратной симметричности. Полученная таким способом матрица парных сравнений, как правило, не обладает свойством совместности, и равенство $a_{ij} = a_{jk} * a_{kj}$ нарушается для некоторых $i, j, k$ $\{1, 2, ..., n\}$, $i \neq j$.

Затем находят максимальное собственное значение $\lambda_{\max}$ матрицы парных сравнений $A$ (которое удовлетворяет неравенству $\lambda_{\max} \geq n$ ) и решают однородную систему линейных уравнений относительно вектора $w$, равносильную (1). Найденный из нее вектор $w$ имеет положительные компоненты и является искомым весовым вектором. При реализации МАИ чаще всего оказывается выполненным строгое неравенство $\lambda > n$ и компоненты $w_1$, $w_2$, ..., $w_n$ вектора весов «не согласуются» с данными, содержащимися в матрице парных сравнений в том смысле, что равенство чаще всего нарушается. Это свидетельствует об определенной «модельной» ошибке при реализации МАИ. От указанного недостатка свободен упрощенный вариант МАИ [9], результаты которого будут использованы нами в работе ниже.

Как отмечено, информативным показателем достоверности определения весов является ИС матрицы парных сравнений $A$, который характеризует степень нарушения численной (кардинальной $a_{ij} = w_i/w_j$) и транзитивной (порядковой) согласованности парных сравнений. ИС матрицы рассчитывается на основе оценки максимальной величины собственного значения матрицы, $\lambda_{\max}$. Приближенно ИС получают следующим образом: суммируют каждый столбец матрицы парных сравнений, затем сумма первого столбца умножается на величину первой компоненты нормализованного вектора весов (рангов), сумма второго столбца – на вторую компоненту и т.д. Далее полученные числа суммируются и находится значение $\lambda_{\max}$. Индекс согласованности рассчитывается по формуле ИС = $(\lambda_{\max} – n)/(n – 1)$, где $n$ – размерности матрицы парных сравнений. Для обратно симметричной матрицы всегда $\lambda_{\max} \geq n$. Чем более согласованы парные сравнения, тем меньше ИС. На основе индекса согласованности рассчитывается показатель отношения согласованности ОС: ОС = ИС/СС, где СС – значение согласованности случайной матрицы того же порядка $n$. Средние значения согласованности СС для случайных матриц разного порядка, полученные при случайном выборе количественных парных оценок относительной важности из шкалы 1/9, 1/8, 1/7, ...,1, 2, ..., 9 и образовании обратно симметричной матрицы, приведены в следующей таблице [1, 4]:

| $n$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| СС | 0.58 | 0.90 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 | 1.49 |

На основе опыта решения многокритериальных задач принимают, что для согласованности матрицы $A$ величина ОС должна быть менее, чем 10 %; в ряде случаев приемлемой для практики можно считать величину ОС до 20 %. При выходе ОС из этих пределов экспертам нужно пересмотреть задачу и свои суждения. Часто в матрицах больших размеров, начиная с 7…9 элементов, трудно достигнуть высокого уровня согласованности.

Ошибки в величинах весов, рангов, объектов связывают и с вычислительными процедурами. В [4, 6] предлагается получать оценки рангов не с помощью приближенной процедуры Т. Саати, а при использовании методики оптимизации. При этом анализ результатов расчетов показывает, что оценки рангов, критерии показателей согласованности ИС и ОС, полученные с использованием сравниваемых методик могут различаться более, чем в два раза. Во всех случаях согласованность оценок при использовании методики оптимизации существенно выше, чем при использовании приближенного метода Т. Саати (значения ИС и ОС приведены ниже).

Как следует из представленного анализа, одна из основных проблем МАИ связывается со сложностью получения согласованной экспертной информации для матриц попарных сравнений больших размерностей. В частности, в разработанном в работе [9] упрощенном варианте МАИ предлагается использовать лишь ту часть экспертной информации, которая достаточна для формирования согласованной матрицы $A$. Все же, мы считаем, что потеря части экспертных данных не является вполне оправданной, даже для обеспечения требуемых методом свойств.

Цель дальнейшего изложения состоит в выявлении истинных причин несогласованности матриц парных сравнений МАИ, которые как будет показано, кроются в другом круге задач, возникающих при представлении экспертной информации.

## Проблема ранжирования частных критериев (объектов) в условиях неопределенности

Как известно [5, 7, 8], задача непосредственного определения рангов частных критериев в случае их большого числа оказывается весьма трудной и даже неразрешимой для экспертов. В определенной степени это связано с ограниченностью психико-физических возможностей человека [7]. На практике экспертные суждения при попарных сравнениях частных критериев проводят на основе шкалы лингвистических оценок. В соответствии с широко распространенным подходом, который фактически стал стандартом [4, 5], лингвистическая шкала для сравнения предпочтений вариантов состоит из девяти градации оценок относительной важности, представленных в табл. 1.

Таблица 1

**Лингвистические оценки относительной важности**

| Качественная оценка | Количественная оценка $w_{ij}$ |
|---|---|
| Строго эквивалентны | 1 |
| Слабо предпочтительнее | 3 |
| Несколько предпочтит. | 5 |
| Значительно предпочтит. | 7 |
| Строго предпочтительнее | 9 |
| Промежуточные значения важности | 2, 4, 6, 8 |
| Оценка сравнения элемента $j$ с элементом $i$ ($w_{ji}$) имеет значение $w_{ij}$ | $a_{ji} = 1/ a_{ij}$ |

Указанная шкала отражает особенности человека как субъекта принятия решений и обработки информации, который плохо воспринимает излишне детализированные шкалы значений признаков. Часто используют только пять основных нечетных оценок шкалы, что оказывается достаточным при сравнении двух альтернатив или критериев на основе табл. 1 всем лингвистическим суждениям экспертов присваиваются соответствующие численные оценки от 1 до 9.

Выбор девяти лингвистических градаций значимости не случаен. Так, в естественных языках большинства народов используются также не более девяти вербальных оценок относительной значимости (предпочтительности). Формулировки оценок могут быть иными, но число их постоянно, что соответствует результатам психофизиологических исследований особенности мышления человека [5, 7]. ***Словесным оценкам парной важности поставлены в соответствие числа натурального ряда***, что необходимо для получения количественных результатов.

Далее утверждается, что именно такая замена является причиной несогласованности матрицы парных сравнений. Более того, в рамках лингвистических оценок относительной важности ***невозможно*** получить согласованные матрицы! Кроме тривиальных случаев, например, равнозначности всех критериев, а также нескольких других, указанных ниже.

## Исследование методики ранжирования критериев в условиях неопределенности

Покажем, что с использованием табл. 1 нельзя получить согласованные оценки, требуемые для МАИ. Используем известный пример – многокритериальный выбор дома [1, 4].

Таблица 2

**Матрица парных сравнений для задачи выбора дома**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 | 3 | 7 | 6 | 6 | 1/3 | 1/4 |
| 2 | 1/5 | 1 | 1/3 | 5 | 3 | 3 | 1/5 | 1/7 |
| 3 | 1/3 | 3 | 1 | 6 | 3 | 4 | 6 | 1/5 |
| 4 | 1/7 | 1/5 | 1/6 | 1 | 1/3 | 1/4 | 1/7 | 1/8 |
| 5 | 1/6 | 1/3 | 1/3 | 3 | 1 | 1/2 | 1/5 | 1/6 |
| 6 | 1/6 | 1/3 | 1/4 | 4 | 2 | 1 | 1/5 | 1/6 |
| 7 | 3 | 5 | 1/6 | 7 | 5 | 5 | 1 | 1/2 |
| 8 | 4 | 7 | 5 | 8 | 6 | 6 | 2 | 1 |

Оценки максимальных собственных чисел матрицы: приближенная – $\lambda_{max}$ = 9,863, точная – $\lambda_{max}$ = 9,389; согласованная оценка – 8.

В табл. 2 и 3 приведены результаты расчетов ИС экспертных оценок задачи по выбору дома, полученные методом Т. Саати и на основе оптимизации, а также значения показателей ИС, ОС:

| | | |
|---|---|---|
| ИС = | 0,2661 | 0,1985 |
| ОС = | 0,1887 | 0,1408 |

Таблица 3

**Сравнение точности методов оценки рангов**

| Приближенные оценки (Т. Саати) | Собственные числа матрицы |
|---|---|
| 0,1748 | 0,137 |
| 0,0626 | 0,054 |
| 0,1487 | 0,121 |
| 0,0193 | 0,03 |
| 0,0356 | 0,046 |
| 0,0423 | 0,046 |
| 0,167 | 0,089 |
| 0,3496 | 0,475 |

Обоснование ограничений, накладываемых табл. 1, проведем как расчетным, так и теоретическим путем. Сначала решим задачу поиска согласованных оценок весов в такой постановке. Требуется путем полного перебора оценок важности из табл. 1 подобрать коэффициенты относительной важности так, чтобы минимизировать $\lambda_{max}$, исключая тривиальный случай равнозначности всех критериев. Для данных табл. 1 решение этой задачи (значение $\lambda_{max} = 8$) не существует. Существенно, что значение максимального собственного числа зависит от масштаба – при увеличении количественных оценок табл. 1, например в 10 раз, величина $\lambda_{max}$ изменится, возрастет.

Рассмотрим возможность использования для матриц парных сравнений интервальных градаций оценок относительной важности (ГОВ). В табл. 4 указаны диапазоны значений, которые сопоставляются лингвистическим оценкам относительной важности для соответствующих градаций. Интервальное представление упрощает выбор для эксперта. Приближенная оценка $\lambda_{max}$ собственного числа матрицы: 12,495. Оценка получена на основе решения новой экстремальной задачи по выбору таких значений из интервалов неопределенности, при которых $\lambda_{max}$ минимально. При этом переменные, характеризующие оптимальное значение в диапазоне варьирования интервальных (обозначенных как $И_j$) оценок [0; 1], принимали значения, приведенные в табл. 6; т.е. их задание не является тривиальным, а требует применения процедуры минимизации. Заметим, что при средних значениях интервалов неопределенности $\lambda_{max} = 14{,}65$, и за счет оптимального выбора оценок в интервалах удалось существенно улучшить индекс согласованности ИС. Эта процедура, основанная на интервальных оценках относительной важности, фактически представляет построение транзитивного замыкания экспертных данных [11].

Таблица 4

**Интервальные оценки лингвистической шкалы предпочтений – рангов относительной важности сравниваемых показателей**

| ГОВ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $D_{min}$ | 5 | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 | 85 |
| $D_{max}$ | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 | 85 | 95 |

Выполнив ту же процедуру для случая, когда значения $D_{min}$, $D_{max}$ в табл. 4 уменьшены в десять раз, получаем приближенную оценку $\lambda_{max}$ = **8,822** (более близкую к теоретически минимальной – 8, чем 12,495). При этом, очевидно, относительные значимости показателей важности не изменились, как и решения, соответствующие табл. 4. Как видно, за счет перехода к диапазонам и процедуре минимизации получили более согласованную матрицу табл. 5, чем табл. 2, имеющую $\lambda_{max}$ = **9,389**.

В связи с зависимостью ИС от выбора оценок $w_i$ возникает естественный вопрос: что же измеряет индекс согласованности экспертных оценок МАИ? Более важным является главный вопрос о том, можно ли вообще получить согласованную матрицу относительных важностей, и если нет (что далее установлено теоретически), как надо изменить процедуру МАИ, чтобы обеспечить возможность формирования согласованной матрицы вида табл. 1.

Для теоретического обоснования несостоятельности общепринятых количественных эквивалентов лингвистических оценки относительной важности воспользуемся результатом [9] – упрощенным МАИ. В нем матрица $A$, обладающая свойством совместности 3), формируется по данным сравнений первой строки матрицы, используя отношения вида

$$a_{ik} * a_{kj} = (w_i / w_k) * (w_k / w_j) = w_i / w_j = a_{ij} .$$

Таблица 5

**Матрица парных сравнений для интервальных оценок лингвистической шкалы, заданной табл. 2**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | 1,6667 | 4,3333 | 3,6667 | 3,6667 | 0,04 | 0,0286 |
| 2 | 0,3333 | 1 | 0,6 | 3 | 1,6667 | 1,6667 | 0,3333 | 0,2308 |
| 3 | 0,6 | 1,6667 | 1 | 3,6667 | 1,6667 | 2,3333 | 3,6667 | 0,3333 |
| 4 | 0,2308 | 0,3333 | 0,2727 | 1 | 0,6 | 0,4286 | 0,2308 | 0,1765 |
| 5 | 0,2727 | 0,6 | 0,6 | 1,6667 | 1 | 0,6 | 0,3333 | 0,2727 |
| 6 | 0,2727 | 0,6 | 0,4286 | 2,3333 | 1,6667 | 1 | 0,3333 | 0,2727 |
| 7 | 25 | 3 | 0,2727 | 4,3333 | 3 | 3 | 1 | 0,6 |
| 8 | 35 | 4,3333 | 3 | 5,6667 | 3,6667 | 3,6667 | 1,6667 | 1 |

Таблица 6

**Результаты оптимального выбора значений весов из областей интервальных оценок, табл. 4**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| И1 | И2 | И3 | И4 | И5 | И6 | И7 | И8 |

Ясно, что в силу операций деления получить матрицу, подобную табл. 2, содержащую оценки относительной важности из табл. 1, можно лишь при равнозначности всех объектов сравнения, ни при каких других случаях относительной важности для пяти основных нечетных лингвистических оценках шкалы сравнений, при значениях только 2 или только 3 – для вариантов шкалы из девяти градации оценок относительной важности. Любой другой вариант экспертных сравнений по свойству совместности, представленному с помощью отношений, приведет к оценкам, отличным от данных табл. 1. Сформулируем это утверждение наоборот: никакие варианты экспертных предпочтений, полученные на основе табл. 1, кроме частных и оговоренных выше, не позволяют получить согласованные матрицы, используемые при вычислительных процедурах МАИ.

## Выводы

Широкое использование МАИ при решении многокритериальных и многоуровневых задач выбора, принятия решений, управления в условиях неопределенности ставит задачу прочного обоснования теоретических основ известного метода. В представленной работе ***впервые*** показано, что источником несогласованности матриц парных сравнений МАИ является некорректность перехода от лингвистических оценок относительной важности к их количественным эквивалентам. К недостаткам метода, по-видимому, следует отнести и саму процедуру получения парных сравнений, в рамках которой невозможно получить относительные важности типа 2/7, 4/5 и т.п.

В определенной степени улучшить согласованность экспертных оценок и ИС можно путем использования постановок экстремальных задач по обработке данных парных сравнений, выраженных интервалами, что показано в работе.

Поиск и обоснование эффективной процедуры представления экспертной информации, полученной в условиях неопределенности, представленных лингвистической шкалой или же ее аналогом, и обеспечивающей согласованность матриц МАИ, является актуальной задачей и требует отдельного исследования.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. Саати, Т. Аналитическое планирование. Организация систем [Текст] / Т. Саати, К. Кернс. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.
2. Saaty, T. Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures [Текст] / T. Saaty // J. of Mathematical Psychology. – 1977. – Vol. 15, № 3. – P. 234-281.
3. Saaty, T. Multicriteria Decision Making. The Analytic Hierarchy Process [Текст] / T. Saaty, L. Thomas. – Pittsburgh: RWS Publications, 1992. – 387 p.
4. Дилигенский, Н. В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, екология [Текст] / Н. В. Дилигенский, Л. Г. Дымова, П. В. Севастьянов. – М.: Машиностроение, 2004. – 397 с.
5. Sasaki, T. Traffic control process of expressway by fuzzy logic [Текст] / T. Sasaki, T. Akiyama // Fuzzy Sets and Systems. – 1988. – Vol. 26. – P. 165-178.
6. Chu, A. A Comparison of Two Methods for Determining the Weights of Belonging to Fuzzy Sets [Текст] / A. Chu, R. Kalaba, R. Springarn // J. of Optimization Theory and Applications. – 1979. – Vol. 27, № 4. – P. 531-538.
7. Миллер, Д. А. Магическое число семь плюс-минус два: некоторые ограничения в нашей способности обрабатывать информацию [Текст] / Д. А. Миллер // Инженерная психология. – М.: Прогресс. 1964. – С. 192-255.
8. Zollo, G. The performance requirements analysis with fuzzy logic [Текст] / G. Zollo, L. Iandoli, A. Cannavacciuolo // Fuzzy economic review. – 1999. – Vol. IV, № 1. – P. 35-69.
9. Ногин, В. Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев [Электрон. ресурс] / В. Д. Ногин. – СПб.: ПМ-ПУ, СПбГУ. – e-mail: noghin@mail.infos.ru.
10. Скалозуб, В. В. Процедура многоуровневой оптимизации при зависимых по предпочтению критериях [Текст] / В. В. Скалозуб, С. Ю. Цейтлин // Матем. моделювання в інженерн. і фінанс.-економічн. задачах: зб. наук. пр. ДІІТу. – Д.: Січ, 1998. – С. 153-161.
11. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств [Текст] / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 356 с.


Поступила в редколлегию 16.07.2008.