

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛЕСНЫХ ПАР С РЕЛЬСАМИ ПУТИ

Запропоновано методику розрахунку початкових точок контакту при взаємодії сімейства колісна пара – рейки. Досліджені стани колісної пари, з'ясовані типи її можливих особливих станів, перекидання елементів рухомого складу і сходження з рейок.

Предложена методика расчета начальных точек контакта при взаимодействии семейства колесная пара – рельсы. Исследованы состояния колесной пары, установлены типы ее возможных особых состояний, опрокидываний элементов подвижного состава и схода с рельсов.

This article offers the methods of calculation of the start points of contact during wheel set-rails family interaction. The states of wheel set are investigated; the types of possible specific wheel set states, turning-over of rolling stock elements and their derailment are determined.

Вступление

Задачи взаимодействия тел при условии, что одни тела перемещаются относительно других тел, относятся к классу сложных задач. Потому, что процессы перемещения тел не стационарные, силы взаимодействия тел диссипативные и наперед неизвестны. Кроме того, при решении задач взаимодействия твердых тел (как жестких, так и деформируемых) в комплексе требуется решать вопросы о: нахождении положений касательных плоскостей в местах их контакта, нахождении и исследовании равновесных состояний, положениях метacentров, значений «метавысот» одних тел по отношению к другим телам и другое. Обычно, для упрощения решения этих вопросов в задачах взаимодействия тел формы тел выбираются простыми, или точки их «начального» соприкосновения задаются так, чтобы упростить построение направлений и мест приложений реакций, систем координат и прочее. Однако реально взаимодействующие тела могут иметь непростые формы, представляющие собой в глобальной системе координат параметрические семейства с заранее не известными «начальными» точками соприкосновения.

В данном сообщении рассматривается элемент декомпозиции задачи взаимодействие реальных тел – отдельной колесной пары в процессе ее движения по рельсам (предполагается известной динамика колесной пары) и проводится некоторый анализ состояний колесной пары как параметрического семейства. Профили рельсов и колеса являются кусочно-гладкими [4, 8] и в процессе движения колесной пары точка контакта (точка «начального» соприкосновения) изменяют свое положение.

При нахождении точки контакта тела обычно рассматривают как абсолютно жесткие, колесо и рельсы тогда контактируют в изолированных точках, в которых их мгновенные скорости совпадают, и используется методика определения «начальной» точки соприкосновения, основанная на совмещении колесной пары с рельсами при смещении колесной пары поперек колеи (см., например, [3]). Другой подход изложен в работе [2]. В основе этого подхода лежит идея, в соответствии с которой тела вступают в контакт в вынужденных или в подходящих точках. При таком подходе, в отличие от первого, удается обнаружить особые состояния семейства колесных пар, найти их метacentры и метacentрические высоты единиц подвижного состава на любых участках железнодорожного пути, а также ширины свободного хода колесных пар и другие показатели безопасного и комфортного движения поездов.

Методика решения задачи

Так как уравнения профилей поверхностей катания колес и головок рельсов задаются инструкциями и ГОСТами в местных системах координат [4, 8], то введем четыре локальных системы координат: две для колес и две для рельсов. Пусть локальные системы координат для левого и правого колес соответственно (O_i, ξ_i, η_i) , а для левого и правого рельса пути (O_i^*, x_i, y_i) , $i=1,2$. Тогда соответствующие уравнения профилей колес и головок рельсов можно представить выражениями:

$$f_i(\xi_i, \eta_i) = 0, \quad \varphi_i(x_i, y_i) = 0, \quad i=1,2. \quad (1)$$

Очевидно, что колесная пара есть тело вращения, поэтому удобно записать уравнения

профилей колес из выражений (1) в подвижной декартовой системе координат $(O^*, \xi, \eta, \varsigma)$

$$f_i(\xi, \eta, \varsigma) = 0, \quad (2)$$

расположив начало системы в геометрическом центре симметрии, а ось ξ направив вдоль оси вращения колесной пары. Уравнения профилей колес в форме (2) учитывают диаметр круга катания, расстояние между колесами и другие характеристики колесной пары.

Рассмотрим, наконец, неподвижную (для фиксированного времени движения колесной пары) декартовую систему координат (O, x, y, z) . Пусть ее начало координат расположено посередине рельсового пути, горизонтальная ось x направлена перпендикулярно пути, а ось z вдоль рельсового пути. Теперь уравнения профилей рельсов из соотношений (1) с учетом рельсовых подуклонок, между-рельсового расстояния, высоты подъема одного рельса по отношению к другому и других параметров пути можно записать в неподвижной системе в следующем виде:

$$\varphi_i(x, y, z) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Точки контакта взаимодействующих тел следует разыскивать в общей системе координат (подвижной или неподвижной). Например, если координаты точки O^* в неподвижной системе известны $(O^*)^T = (X, Y, Z)$, то связь между координатными векторами $V^T = (x, y, z)$ и $\Psi^T = (\xi, \eta, \varsigma)$ следующая [5]:

$$V = A\Psi + O^*. \quad (4)$$

Так как матрица A преобразования (4) не вырожденная, то вынужденные точки контакта на рельсах и колесах находятся из системы уравнений:

$$V_i^T = (V_i - O^*)^T (A^{-1})^T; \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

при условиях (2), (3) и (4).

Точки контакта колес и рельсов будем называть подходящими, если имеет место решение задачи (2)–(5), и на их профилях в начальных точках контакта существуют общие касательные плоскости

$$Df_i(x, y, z) = 0, \quad D\varphi_i(x, y, z) = 0; \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

Задачи (2)–(5) и (2)–(6) нелинейные, определенные на кусочно-непрерывных функциях, поэтому их решение можно найти только численными методами, например, используя авто-

матизированную систему [2]. Очевидно, умея находить координаты вынужденных (подходящих) точек контакта, можно проводить анализ состояний колесной пары и ставить корректные задачи взаимодействия колесной пары с рельсами на различных участках пути.

Остановимся на вопросе исследования состояний колесной пары как семейства ее параметров и параметров пути.

Характеристики колесной пары и рельсового пути с позиций функциональных семейств [7] образуют пространство управляющих параметров C .

Матрица A соотношения (4) может быть построена путем преобразований [9] поворота на угол γ (угол поперечных колебаний колесной пары) вокруг оси z и поворота вокруг оси y на угол β (угол виляния колесной пары). Примем углы γ и β за переменные параметры состояния колесной пары, тогда размерность конфигурационного пространства W колесной пары равна двум.

За состояние колесной пары примем положение ее центра массы O^* так, что:

$$O^* = \begin{pmatrix} X(\gamma, \beta, C), \\ Y(\gamma, \beta, C), \\ Z(\gamma, \beta, C) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Соотношение (7), с одной стороны, задает орбиты состояний (движений) $R \subset W$ колесной пары, а с другой – позволяет установить типы особенностей семейства состояний колесной пары и определить размерность семейства C .

Исследования состояний семейства колесных пар удобно выполнять для потенциальной энергии этого семейства, которая отличается постоянным множителем от координаты центра масс колесных пар $Y = Y(\gamma, \beta, C)$.

Равновесные (особые) состояния колесной пары находятся из обычного условия

$$\frac{\partial Y}{\partial \gamma} = 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = 0. \quad (8)$$

Система уравнений (8) задает довольно сложное равновесное параметрическое многообразие.

Типы особенностей равновесных состояний семейства $Y = Y(\gamma, \beta, C)$ зависят от их вырождения. Вырожденность равновесных состояний семейства колесных пар определяются вырожденностью матрицы Гессе:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 Y}{\partial \gamma^2} & \frac{\partial^2 Y}{\partial \gamma \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial \beta \partial \gamma} & \frac{\partial^2 Y}{\partial \beta^2} \end{pmatrix}.$$

Простые типы вырождений в зависимости от размерности пространства C установлены классификационной теоремой Р. Тома [7]. По типам особенностей семейства можно определить устойчивость его состояний, перестройки состояний, т.е. изменения состояний при переходе от устойчивых – к неустойчивым и наоборот, перескоки (катастрофы) и другие поведения семейства.

Выбрав необходимые для исследований направления вырождения потенциальной энергии колесной пары, можно найти метacentры (эволюты траекторий состояний колесной пары) $M_{ц}(\gamma, \beta, C)$, которые, по Эйлеру, служат точками подвеса на нерастяжимой нити колеблющегося физического тела. Если пренебречь колебаниями вагона (локомотива) на колесных тележках и жестко связать вагон с колесными парами, то метacentр колесной пары можно принять в первом приближении за метacentр вагона – для вагонных колес и локомотива – для локомотивной колесной пары. Положения метacentров вагонов и локомотивов связано с их возможным опрокидыванием (устойчивостью). Показатель опрокидывания единиц подвижного состава можно характеризовать метacentрической высотой («метавысотой»): как разность между положениями метacentра и положением центра тяжести вагона, локомотива и других единиц. По нашему мнению, при исследовании причин аварий на железнодорожном транспорте недооценивается показатель опрокидывания единиц подвижного состава и в частности показатель их «метавысоты».

Изложим некоторые результаты расчетов, полученные с помощью этой методики на примере задачи (2)–(6).

Некоторые результаты решения задачи взаимодействия

Анализ профилей колес указывает на то, что функции, их описывающие, невыпуклые и невогнутые. Поэтому следует ожидать при переходе через точки изменения вогнутости (например, точка излома конусностей профилей колес) встречи с «сюрпризами». Кроме того, т.к. поверхность рельса есть выпуклая, то возможно нарушение теоремы 1 работы [1].

На рис. 1–3 для вагонного колеса и рельса

Р65 при нормальной рельсовой подуклонке с междурельсовым расстоянием $l = 1520$ мм видны проявления этих «сюрпризов» даже на ровном участке пути.

Из рис. 1 следует, что орбита R центров масс колесной пары разрывная. Разрыв при малых значениях абсциссы x и малых поперечных углах отклонения колесной пары γ от значения $\gamma = 0^\circ$ вызван переходом точки контакта на конусность гребня (см. рис. 2 и 3).

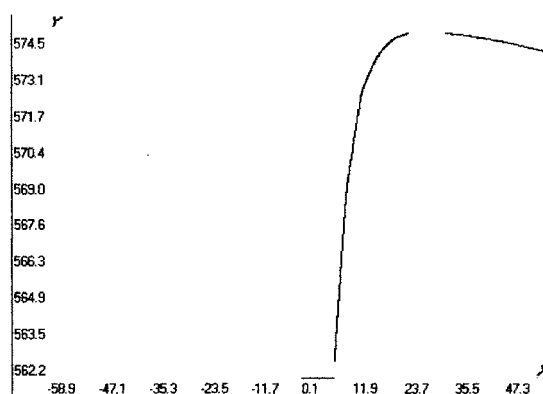


Рис. 1. Орбита центров масс колесной пары

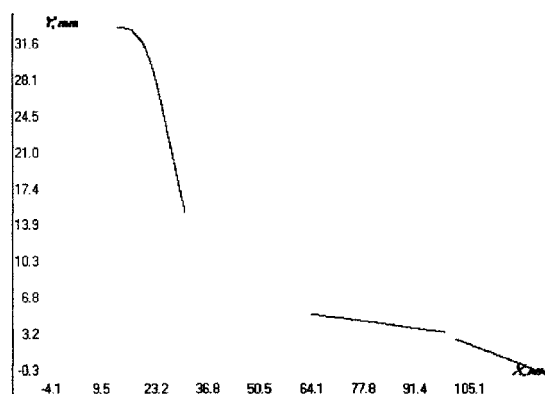


Рис. 2. Координата точки контакта на колесе

Напоминаем, что решается задача по нахождению подходящих точек контакта.

Второй разрыв происходит при больших значениях величин x и γ . Этот разрыв начинается тогда, когда в контакт попадает точка излома конусностей на одном колесе и точки гребня – на другом. Разрывы состоят из неподходящих точек. Множество неподходящих точек второго разрыва содержит неустойчивые критические состояния колесной пары, соответствующие ее сходу с рельсов. По нашему мнению, за критическое состояние схода с рельсов колесной пары можно принять нижнюю критическую границу множества неподходящих точек второго разрыва. Качественно

такие же орбиты состояний будут и при другом междурельсовом расстоянии – 1524 мм.

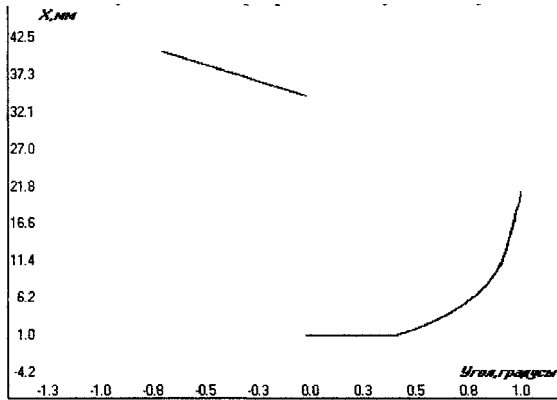


Рис. 3. Точки контакта на рельсе

Величины нижних критических границ отклонений для вагонного и локомотивного колес приведены в табл. 1.

Таблица 1

Величина критического отклонения колесной пары в мм, Р65

Тип колеса	Отклонение	Примечание <i>l</i>
Вагонное	12,205	1520
	12,546	1524
Локомотивное чертеж 2	24,639	1520
	23,070	1524

Кроме этого, при малых углах поперечных колебаний γ из зависимостей (7) определяется ширина свободного хода колесных пар. Значения ширины свободного хода для двух видов колес приведены в табл. 2.

Таблица 2

Ширина свободного хода колесной пары в мм, Р65

Тип колеса	Ширина	Примечание <i>l</i>
Вагонное	15,116	1520
	18,980	1524
Локомотивное чертеж 2	16,830	1520
	20,555	1524

Состояние колесной пары, если исключить разрывы, типично и эквивалентно ее состоянию при решении задачи (2)–(5) и имеет вырожденный тип особенности двойственную сборку ($\dim C = 2$) в направлении оси γ , а в направле-

нии β – невырожденную неустойчивую особенность [1]. В соответствии с типом особенности состояния колесной пары в направлении γ , опрокидывание элемента подвижного состава происходит при достижении недопустимого возвышения одного рельса над другим через слияние устойчивого состояния, в котором находилась колесная пара, с неустойчивым состоянием. Потеря устойчивости колесной пары в направлении невырожденного влияния β сопровождается ее провалом в междупутье.

При малых возмущениях потенциальная энергия ведет себя как морсовское седло [7]: устойчивое в поперечном направлении колебаний и неустойчивое в направлении влияния колесной пары.

При поперечных колебаниях колесной пары и малых углах γ согласно приведенной методике удастся найти точку подвеса Эйлера как $E_{\text{ц}} = \min_{\gamma} \{M_{\text{ц}}\}$.

Для колесных пар метацентр $E_{\text{ц}}$ – вершина полукубической параболы

$$\eta = -\alpha_1 \gamma^3, \quad \xi = \alpha_2 + \alpha_3 \gamma^2, \quad \alpha_i > 0.$$

Если функции семейства колесо – рельс задаются $\varphi(x) = \sqrt{r^2 - (x-a)^2} + b$ – профилем рельса, и $f(x) = \pm kx - m$ – профилем колеса, то

$$\alpha_1 = -4 \frac{B^2}{C}, \quad \alpha_3 = 3B,$$

$$\alpha_2 = b - Ak + m + r\sqrt{l+k^2} + \frac{K^2}{2B},$$

$$A = a + x_p, \quad B = A \frac{l+k^2}{k} - \frac{m}{2} - r \frac{\sqrt{l+k^2}}{2},$$

$$K = \frac{l+k^2}{k} \left(A - \frac{rk}{\sqrt{l+k^2}} \right) - m,$$

где $l = 2x_p$ – ширина колеи.

Изменение ширины колеи с 1524 мм на 1520 мм и радиуса головки рельса с 300 мм на 500 мм незначительно изменяют метацентр $E_{\text{ц}}$ (на 10...20 мм) по сравнению с его значением: для вагонного колеса – 8 м и локомотивного (чертеж 2) – 4 м.

Следует отметить, что переход на рельсы с радиусом головки 500 мм при прежней ширине пути 1520 мм привел к тому, что точка контакта, для вагонного колеса при значении $\gamma = 0^\circ$ и нормальной рельсовой подуклонке, попадает в

центр рельса и, следовательно, нормальная составляющая нагрузки действует вдоль оси рельса. Локомотивные же колеса создают момент, выворачивающий рельсы внутрь колеи. Этот момент легко определяется.

Пусть на ось колесной пары действует сосредоточенная сила P , тогда нормальная Q_n , и тангенциальная Q_τ ее составляющие в точке контакта (x_0, y_0) на рельсе будут:

$$Q_n = \frac{P \cos(\lambda - \alpha)}{2 \cos \lambda}, \quad Q_\tau = \frac{P \sin(\lambda - \alpha)}{2 \cos \lambda}.$$

При значениях $\operatorname{tg} \lambda = 1/10$, $\operatorname{tg} \alpha = 1/20$ силы $Q_n \approx P/2$, $Q_\tau \approx P/40$.

Эти силы порождают моменты: $M_n = Q_n h$ и $M_\tau = Q_\tau H$, для которых $h = 12,375$ мм и $H = 179,817$ мм. Тогда результирующий момент $M = M_n + M_\tau \approx 1,7P$.

Так как жесткость рельса намного больше жесткости основания, на которое он опирается, то примем рельс за абсолютно твердое тело, которое воздействует на упругое основание и воспользуемся результатами работы [6]. Тогда для подсчета угла поворота ε головки рельса можно воспользоваться формулой этой работы

$$\varepsilon = \frac{360(k+1)}{\mu \left(1 + 4 \left(\frac{\ln k}{2\pi} \right)^2 \right) q^2}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad k = 3 - 4\nu,$$

где E , ν – упругие постоянные основания, на которые опирается рельс, $q = 150$ мм – ширина подошвы рельса.

Так, при повороте рельса на угол $\varepsilon = 0,5^\circ$, точка с координатами $\tilde{x} = -35,6741$ мм, $\tilde{y} = 164,3519$ мм (начало декартовой системы координат, взятой в середине подошвы, и ось x направлена вдоль подошвы рельса) смещается на 1,5 мм внутрь рельсового пути, уменьшая зазор между гребнем колеса и рельсом.

Таким образом, сужение ширины железнодорожной колеи на 4 мм в колее 1520 мм устраняет необходимый минимальный зазор в 3 мм между гребнями колес и головками рельсов.

Выводы

Предложенная методика и полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- выполненные по предложенной методике расчеты согласуются с реальностью и являются правдоподобными;
- для колесных пар высшим типом особенности состояний является двойственная сборка;
- малые колебания колесной пары поперек рельсового пути устойчивые, а виляния – неустойчивые;
- поперечные колебания колесных пар, не превышающие величин критических отклонений (см. табл. 1), безопасны для движений экипажа на ровном участке пути;
- метацентры колесных пар можно принять за метацентры элементов подвижного состава;
- показатели метавысот элементов подвижного состава являются важными для безопасности движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Босов, А. А. Влияние профиля колеса на устойчивость движения колесной пары [Текст] / А. А. Босов, В. М. Ильман // Исследования взаимодействия пути и подвижного состава: межвуз. сб. науч. тр. – Д., 1997. – С. 64-72.
2. Босов, А. А. Автоматизированная система «Колесо – рельс» [Текст] / А. А. Босов, В. М. Ильман // Республ. науч.-метод. конф. «Компьютерное моделирование»: тези доп. – Дніпродзержинськ, 1998.
3. Есаулов, В. П. Моделирование прохождения одиночной колесной парой круговой кривой для реальных профилей колеса и рельса [Текст] / В. П. Есаулов, А. В. Солодовский // Вопросы взаимодействия пути и подвижного состава: сб. науч. тр. ДИИТа. – 1994. – С. 55-60.
4. Есаулов, В. П. Цельнокатаные железнодорожные колеса с комплексно-криволинейной поверхностью катания [Текст] / В. П. Есаулов, А. И. Козловский, М. И. Старосельский. – Д.: Січ, 1997. – 272 с.
5. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Текст] / А. Г. Курош. – М.: Физматгиз, 1962. – 432 с.
6. Мухелишвили, Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости [Текст] / Н. И. Мухелишвили. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
7. Постон, Т. Теория катастроф и ее приложения [Текст] / Т. Постон, И. Стюарт. – М.: Мир, 1980. – 608 с.
8. Шарбатов, И. Т. Справочная книга бригадира пути [Текст] / И. Т. Шарбатов. – М.: Транспорт, 1985.
9. Математика и САПР. – Кн. 1 [Текст] / П. Шенен и др. – М.: Мир, 1988. – 208 с.

Поступила в редколлегию 01.09.2008.