

В. В. РИБКІН, д.т.н., професор, ДПТ (Україна);
К. Л. КАЛЕНИК, ДПТ (Україна)

ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВЗАЄМОДІЇ КОЛІЇ ТА РУХОМОГО СКЛАДУ В МЕЖАХ СТІЛОЧНОГО ПЕРЕВОДУ

У даній роботі наведені особливості математичного моделювання взаємодії залізничних екіпажів та стрілочних переводів при русі на бокову колію. Розроблена та обґрунтована математична модель взаємодії з урахуванням наведених особливостей бокового напрямку стрілочного переводу.

В данной работе приведены особенности математического моделирования взаимодействия железнодорожных экипажей и стрелочных переводов при движении на боковой путь. Разработана и обоснована математическая модель взаимодействия с учетом приведенных особенностей бокового направления стрелочного перевода.

In this work the peculiarities of mathematical modeling of interaction of rail vehicles and switches when moving onto a side track are given. The mathematical model of interaction taking into account the given peculiarities of switch side direction is developed and approved.

Для детального розуміння динаміки взаємодії колії та рухомого складу широко використовуються методи математичного моделювання. При цьому кожна математична модель створюється окремо для певного характеру взаємодії. Моделювання взаємодії залізничного екіпажу та стрілочного переводу при русі на бокову колію має свої особливості, основними з яких є імпульсна зміна кривизни колії та присутність кута у плані в місці зустрічі гостряка з рамною рейкою (початковий стрілочний кут β_n). По даному напрямку у математичному моделюванні взаємодії колії та рухомого складу було виконано ряд досліджень [5,6,7,8], теоретичною основою більшості з яких є запропонована Ю.С. Роменом математична модель взаємодії в кривих довільного обрису [2]. В цій моделі диференціальне рівняння бокового відносу візка має вигляд:

$$\ddot{y}_t = \left(-Y_{uw} - F^g + \sum_{J,i,j=1}^2 F_{J,i,j} \right) / m_t \quad (1)$$

де: J,i,j – номер візка, осі, колеса відповідно; Y_{uw} – поперечна сила, що діє від кузова на шворніть візка; F – бокова сила від рейки на колесо; m_t – маса візка; F^g – відцентрова сила:

$$F^g = m_t \cdot v^2 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2)$$

де: v — швидкість рухомого складу; $\frac{d^2 y}{dx^2} \approx \frac{1}{R}$

– кривина рейки, що спрямовує рух; R – радіус рейки, що спрямовує рух.

Як бачимо, в цьому рівнянні одним зі збу-

джуючих чинників є кривина колії. Ця обставина вносить похибку при моделюванні взаємодії в межах бокового напрямку стрілочного переводу, тому що відцентрова сила, обумовлена кривизною колії, починає діяти лише з моменту контакту набігаючого колеса першої осі з криволінійним гостряком, який направляє рух. Розглянемо більш детально цей процес окремо для силової взаємодії згідно залежностей прийнятих у рівнянні (1) та фізично існуючі динамічні залежності при вписуванні рухомого складу на боковий напрямок стрілочного переводу, розбивши його на етапи:

1. Колесо рухається прямолінійно за межами бокового гостряка (рис. 1).



Рис. 1. Схема руху за межами гостряка:

δ — зазор між гребнем та головкою рейки чи гостряком

Згідно (1) та фізичних залежностей дія відцентрової сили F^g відсутня.

2. Колесо рухається прямолінійно в межах бокового напрямку, контакт між колесом та гостряком відсутній (рис. 2).

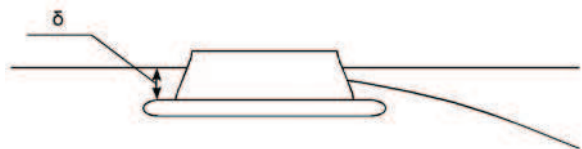


Рис. 2. Схема руху в межах гостряка до контакту

Згідно (1) на рухомий склад починає діяти

F^B в результаті чого вибирається зазор δ , а як відомо [9] зазор визначає накопичення кінетичної енергії при зміщенні осі поперек колії, далі виникає набігання колеса на гостряк під кутом, який визначається накопиченою при вибранні зазору δ енергією та параметрами математичної моделі. Насправді в цій фазі руху на колесо F^B не діє, а отже і вибирання зазору δ не виникає та відповідно набігання колеса на гостряк.

3. Відбувається контакт колеса з напрямлюючим боковим гостряком (рис. 3)

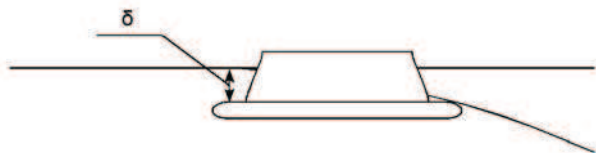


Рис. 3. Схема контакту колеса та гостряка

На даному етапі колесо набігає на гостряк під кутом удару β_y :

$$\beta_y = \arcsin\left(\sin^2(\beta_n) + \frac{2 \cdot \delta}{R_0}\right) \quad (2)$$

де: β_n – початковий стрілочний кут; R_0 – початковий радіус гостряка, м.

В результаті набігання виникає сила Y , яку згідно з методикою наведеною у [9] можливо представити у вигляді:

$$Y = z_z \cdot G_n^y \quad (3)$$

де z_z – поперечна деформація колії; G_n^y – поперечна жорсткість колії. Також починає діяти відцентрова сила F^B . Рівняння (1) не відображає існуючий характер взаємодії, бо згідно з залежностями, наведеними у рівнянні (1), взаємодія між рухомих складом та гостряком почалася раніше, з моменту руху в межах криволінійного гостряка.

Таким чином, за допомогою математичних моделей, в основі яких лежить рівняння типу (1) неможливо врахувати вплив зазору δ та кута удару β_y на динамічну взаємодію рухомого складу та стрілочного переводу, але їх можливо врахувати, включивши до математичної моделі відповідні співвідношення.

З метою вирішення вищенаведеного протиріччя пропонується наступна методика: врахування зазору δ та кута удару β_y :

1. Необхідно врахувати зменшення зазору δ для упорної нитки та зростання для внутрішньої нитки при прямованні рухомого складу на бокову колію стрілочного переводу для цього вводимо до математичної моделі наступну залежність:

$$\delta(x) = \begin{cases} \delta_0, & x < H_k, \\ \delta_0 - \text{tg}(\beta_y) \cdot (x - H_k), & H_k \leq x < K_k, \\ 0, & x > K_k, \end{cases} \quad (4)$$

де: H_k – відстань до вістря гостряка, м;

Відстань від вістря гостряка до точки контакту набігаючого колеса і гостряка x_δ , знаходиться за формулою:

$$x_\delta = \frac{\delta_0}{\sqrt{\sin^2(\beta_n) + \frac{2 \cdot \delta_0}{R}}} \quad (5)$$

де: δ_0 – зазор з яким входить рухомий склад на бокову колію.

2. Відцентрова сила $F^B(x)$ вводиться до моделі у наступному вигляді:

$$F_g(x) = \begin{cases} 0, & x < (H_k + x_\delta), \\ m_t v^2 \frac{d^2 y}{dt^2}, & (H_k + x_\delta) \leq x \leq K_k, \\ 0, & x > K_k, \end{cases} \quad (6)$$

де: K_k – відстань до кінця перевідної кривої, м.

З врахуванням вище наведених особливостей взаємодії при прямованні екіпажу на бокову колію стрілочного переводу було створено просторову математичну модель взаємодії колії та вантажного піввагону на візках 18-100 в межах стрілочного переводу з метою аналізу силових динамічних процесів в колії та їх вплив на безпеку руху поїздів.

Розрахункова схема

Модель піввагону представлена механічною системою (рис. 4), що складається з 5 твердих тіл (кузов та 4 колісних пари).

Верхня будова колії в моделі є без масовою балкою з перемінною жорсткістю по довжині у вертикальній та горизонтальній площині.

Переміщення визначаються за допомогою ортогональної системи координат, вісь x якої спрямована уздовж колії, вісь y – горизонтальна, вісь z – вверх. Кутів переміщення тіл визначаються за допомогою кутів X – навколо осі x , Y – навколо осі x , Z – навколо осі z .

Загалом механічна система має 27 степенів вільності.

В моделі прийняті наступні спрощення:

- рух піввагону розглядається без врахування сили тяги;
- колісні пари та рама візка приймається абсолютно жорсткою;
- кузов коливається разом з надресорною балкою.

Диференціальні рівняння, які відповідають

даній розрахунковій схемі (див. рис. 4), складені на основі принципу д'Аламбера. Рівняння вертикального коливання кузова мають вигляд:

$$\frac{d^2 z_k}{dt^2} \cdot m_k = - \sum_{i,j=1}^2 P_{i,j} \quad (7)$$

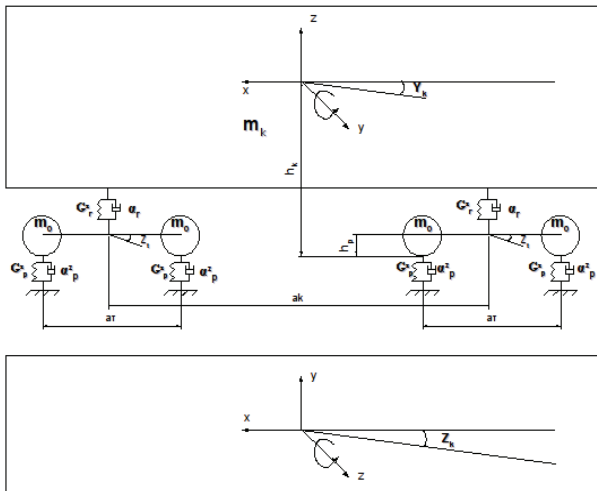
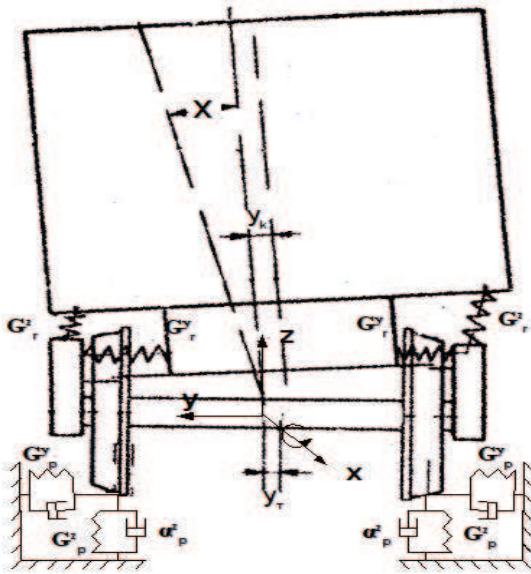


Рис. 4. Розрахункова схема вантажного піввагону

Рівняння вертикального коливання колісної пари

$$\frac{d^2 z_{kn}}{dt^2} \cdot m_{kn} = - \sum_{i,j,k=1}^2 P_{i,j,k} \quad (8)$$

Рівняння галопування кузова:

$$\frac{d^2 Y_k}{dt^2} \cdot Iy_k = 0.5 \cdot a_k \cdot \left(\sum_{j=1}^2 P_{1,j} - \sum_{j=1}^2 P_{2,j} \right) \quad (9)$$

Рівняння галопування візка:

$$\frac{d^2 Y_{kn}}{dt^2} \cdot Iy_{kn} = 0.5 \cdot a_m \cdot \left(\sum_{i,k=1}^2 P_{1,1,k} - \sum_{k=1}^2 P_{1,2,k} \right) \quad (10)$$

Рівняння галопування візка:

$$\frac{d^2 Y_{kn}}{dt^2} \cdot Iy_{kn} = 0.5 \cdot a_m \cdot \left(\sum_{i,k=1}^2 P_{2,1,k} - \sum_{k=1}^2 P_{2,2,k} \right) \quad (11)$$

Рівняння бокової качки кузова:

$$\frac{d^2 X_k}{dt^2} \cdot Ix_k = h \cdot \sum_{i=1}^2 Y_{ш_i} + b_p \cdot \sum_{i=1}^2 (P_{i,2} - P_{i,1}) \quad (12)$$

Рівняння бокової качки першої колісної пари:

$$\frac{d^2 X_{kn}}{dt^2} \cdot Ix_{kn} = \frac{P_{11} \cdot b_p}{2} - P_{111} \cdot S_0 - \frac{P_{12} \cdot b_p}{2} + P_{112} \cdot S_0; \quad (13)$$

Рівняння бокової качки другої колісної пари:

$$\frac{d^2 X_{kn}}{dt^2} \cdot Ix_{kn} = \frac{P_{11} \cdot b_p}{2} - P_{121} \cdot S_0 - \frac{P_{12} \cdot b_p}{2} + P_{122} \cdot S_0; \quad (14)$$

Рівняння бокової качки третьої колісної пари:

$$\frac{d^2 X_{kn}}{dt^2} \cdot Ix_{kn} = \frac{P_{21} \cdot b_p}{2} - P_{211} \cdot S_0 - \frac{P_{22} \cdot b_p}{2} + P_{212} \cdot S_0; \quad (15)$$

Рівняння бокової качки четвертої колісної пари:

$$\frac{d^2 X_{kn}}{dt^2} \cdot Ix_{kn} = \frac{P_{21} \cdot b_p}{2} - P_{221} \cdot S_0 - \frac{P_{22} \cdot b_p}{2} + P_{222} \cdot S_0; \quad (16)$$

В наведених рівняннях прийняті наступні позначення: i, j, k – номер візка, колісної пари та колеса відповідно; h – відстань між центром мас кузова та висотою п'ятника над осями колісних пар; S_0 – відстань між кругами кочення коліс; b_p – половина відстані між ресорними комплектами; a_k – половина бази кузова; a_t – половина бази візка; m_k – маса кузова; m_{kn} – маса колісної пари; $Y_{ш}$ – поперечна сила від кузова, яка діє на шворінь візка; P_{ijk} – сила в системі колесо-колія визначається за формулою:

$$P_{i,j,k} = G_z^n \cdot (z_{i,j,k} - \eta_{l,n} \pm S_0 \cdot X_{i,1}^{kn}) + \alpha_z^n \cdot (z_{i,j,k} - \eta_{l,n} \pm S_0 \cdot X_{i,1}^{kn}) - m_{kn} \cdot \eta_{l,n} \quad (17)$$

де: $\eta_{l,n}$ – ордината вертикальної нерівності лівої або правої рейкових ниток; $z_{i,j,k}$ – пружне переміщення системи колесо-рейка; P_{ij} – сила в відповідному ресорному комплекті визначається за формулою:

$$\begin{aligned}
P_{i,j} = & G_z^p \cdot (z_{i,j} - (z_{i,j,1} + z_{i,j,2}) \pm b_p \cdot X^k) \\
& \pm S_0 \cdot (X_{i,1}^{kn} - X_{i,2}^{kn}) \\
+ & F_z^k \cdot \text{sign}(\dot{z}_{i,j} - (\dot{z}_{i,j,1} + \dot{z}_{i,j,2}) \pm b_p \cdot \dot{X}^k) \\
& \pm S_0 \cdot (\dot{X}_{i,1}^{kn} - \dot{X}_{i,2}^{kn})
\end{aligned} \quad (18)$$

де $z_{i,j}$ – пружне переміщення відповідної ресори.

Рівняння у горизонтальній площині складені за методикою професора Ромена Ю.С. [9], але з деякими поправками, що обумовлені геометричними особливостями бокового напрямку стрілочного переводу. По перше в моделі Ю. С. Ромена, кривина колії в межах бази візка (1.85 м) приймається постійною, але як бачимо з рис. 5 при вході візка на боковий напрямок кривизна для набігаючої та другої осі відрізняються, ця обставина спричиняє похибку при визначенні місця набігання на направляючий гостряк.

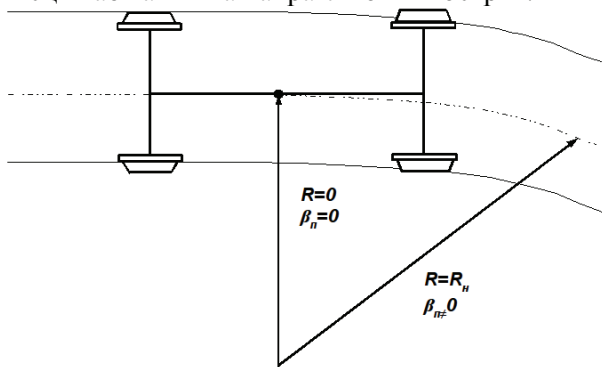


Рис. 5. Схема входу візка у перевідну криву

Тому нами окремо визначається кривизна колії, кут набігання для першої та другої осі. В даному випадку формули для визначення кута набігання та координати центру колісної пари відносно осі колії набувають вигляду:

$$\gamma_{i,j} = \varphi_{i,j} - \psi_i + at \cdot \frac{d\varphi_{i,j}}{dx} \quad (19)$$

де: $\gamma_{i,j}$ — кут набігання колісної пари $\varphi_{i,j}$ — кут нахилу дотичної до середньої лінії колії, яка перетинає колісну пару; ψ_i кут повороту візка.

$$y_{i,j} = y_i - a_m \cdot \gamma_{i,j} \quad (20)$$

Параметри математичної моделі піввагона на візках 18-100 було взято з роботи [11]. Параметри колії взяті з робіт [8,12]. У якості підрейкової основи прийнятті залізобетонні бруси. Геометричні характеристики стрілочного переводу відповідають проекту 1740, як найбільш розповсюджені на Укрзалізниці стрілочному переводу марки 1/11.

Комп'ютерна реалізація математичної моделі виконувалась на базі операційної системи Linux в програмі чисельного моделювання Scilab. Ін-

тегрування системи диференціальних рівнянь виконувалось на основі метода Рунге-Кутта-Фельберга 4-5-го порядку точності з автоматичною оцінкою похибки.

На даний момент модель проходить тестування. У якості джерел еталонних показників взаємодії екіпажу з стрілочним переводом використовуються результати експериментальних досліджень [13, 14].

БІБЛЮГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств [Текст] / В. Ф. Ушкалов и др.; АН УССР. Ин-т техн. механики. – К.: Наук. думка, 1989. – 240 с.
2. Ромен, Ю. С. О нелинейных колебаниях железнодорожного экипажа в кривых произвольного очертания [Текст] / Ю. С. Ромен // Межвуз. сб. науч. тр. / ВНИИЖТ. – 1967. – вып. 347. – С. 5-26.
3. Экспериментальные исследования углов удара в стрелках путей металлургического завода [Текст] / В. Ф. Яковлев и др. // Межвуз. сб. науч. тр. / ЛИИЖТ. – 1975. – вып. 380. – С. 18-27.
4. Волошко, Ю. Д. Исследование на АВМ МН-7 реакций элементов пути на горизонтальное поперечное воздействие подвижного состава [Текст] / Ю. Д. Волошко // Межвуз. сб. науч. тр. / ДИИТ. – 1967. – вып. 78. – С. 18-27.
5. Говоруха, В. В. Моделирование движения рельсовых экипажей [Текст] / В. В. Говоруха. – К.: Наук. думка, 2006. – 460 с.
6. Николаев, Е. В. Моделирование взаимодействия железнодорожного экипажа и стрелочного перевода при движении на боковое направление [Текст] / Е. В. Николаев // Вестник ВНИИЖТа. – 1985. – вып. 4. – С. 62-68.
7. Желнин, Г. Г. Допустимые скорости движения на боковое направление стрелочного перевода с учетом его фактического состояния [Текст] : автореф. дис. ... докт. техн. наук. – ВНИИЖТ, 1992. – 45 с.
8. Решетиллов, С. И. Воздействие на стрелочные переводы подвижного состава с различными профилями колесных пар [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук.
9. Ромен, Ю. С. Влияние зазора в колее на величину боковых сил при взаимодействии пути и подвижного состава [Текст] / Ю. С. Ромен, М. Ф. Вериги, В. О. Певзнер // Сб. науч. тр. / ВНИИЖТ. – 1969. – вып. 385. – С. 95-106.
10. Желнин, Г. Г. Особенности установления допускаемых скоростей на стрелочных переводах [Текст] / Г. Г. Желнин // Вестник ВНИИЖТа. – 1985. – вып. 4. – С. 32-38.
11. Мойсеев, К. В. Исследование и разработка рекомендаций по допустимым скоростям по прямому направлению стрелочных переводов, уложенных с несоблюдением требований тех-

- нических условий [Текст] : звіт про НДР / К. В. Мойсеєнко. – ДИИТ, КГНДЛ, 2007. – 109 с.
12. Рибкін, В. В. Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість [Текст]. ЦП/0117 / В. В. Рибкін, Е. І. Даніленко. – К.: Транспорт України, 2006. – С. 168.
13. Мойсеєнко, К. В. Исследование и разработка рекомендаций по допустимым скоростям по боковому направлению стрелочных переводов, взаимное положение которых не соответствует техническим требованиям [Текст] : звіт про НДР / К. В. Мойсеєнко. – ДИИТ, КГНДЛ, 2008. – 51 с.
14. Волошко, Ю. Д. Разработать нормативы скоростей движения по стрелочным переводам с учетом их фактического состояния [Текст] : звіт про НДР / Ю. Д. Волошко, А. П. Татуревич. – ДИИТ, КГНДЛ, 1988. – 147 с.

Надійшла до редколегії 05.08.2009