

УДК 004.942:544.77.052.22

А. В. ПИСЬМЕНСКИЙ^{1*}^{1*}Каф. «Системная инженерия», Восточноукраинский национальный университет имени В. Даля, кв. Молодежный, 20 а, 91034, Луганск, Украина, тел. +38 (0642) 41 22 25, e-mail uni@snu.edu.ua

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА ДОЗИРОВАНИЯ ФЛОКУЛЯНТА

Цель. Задачей автоматического управления процессами сгущения шламовых вод и осветления отходов флотации является стабилизация плотности сгущенного продукта в заданном диапазоне и поддержание содержания твердой фазы в сливе не выше допустимого уровня при минимальном расходе флокулянта. В существующих системах автоматического управления дозирование флокулянта осуществляется по содержанию твердой фазы в питании аппарата (принцип разомкнутого управления). Это ведет к его перерасходу и увеличению дисперсии плотности слива. Для минимизации отклонений от задающего воздействия и обеспечения заданного качества переходного процесса необходимо выполнить синтез оптимального цифрового регулятора. Величина перерегулирования не должна превышать 5 %. Выполнить моделирование работы системы для определения качества переходных процессов. **Методика.** Синтез оптимального цифрового регулятора выполнен на основе метода динамического программирования. **Результаты.** Математическая модель объекта управления представлена в нормальной форме Коши и далее в виде разностных уравнений. Рассчитан оптимальный период квантования как функция от заданной погрешности регулирования и скорости изменения выходной координаты. Получено дифференциальное уравнение Беллмана и определено условие достижения минимума функционала качества. Функция Беллмана представлена в виде квадратичной формы от переменных состояния системы. Для ограничения возможного управления рассчитаны весовые коэффициенты функционала, исходя из максимально допустимых значений переменных состояния системы и управляющих воздействий во время переходного процесса. **Практическая значимость.** Моделированием работы САУ дозирования флокулянта установлено, что величина перерегулирования составляет 3,5 %, время переходного процесса 5,6 с, переходный процесс апериодический, регулирование астатическое, что отвечает требованиям, предъявленным к САУ.

Ключевые слова: флокулянт; оптимальный цифровой регулятор; период квантования; динамическое программирование; дифференциальное уравнение Беллмана; алгебраическое уравнение Риккати; нормальная форма Коши

Введение

Задачей автоматического управления процессами сгущения шламовых вод и осветления отходов флотации является стабилизация плотности сгущенного продукта в заданном диапазоне и поддержание содержания твердой фазы в сливе (не выше допустимого уровня) при минимальном расходе флокулянта [12]. Одним из важных требований, предъявляемых к системе управления, является снижение расхода дорогостоящего флокулянта, эффективность действия которого может изменяться в пределах 15–20 % [7]. В существующих системах автоматического управления дозирование флокулянта осуществляется по содержанию твердой фазы в питании аппарата (принцип разомкнутого управления), что ведет к его перерасходу и уве-

личению дисперсии плотности слива [1]. Введение обратной связи по плотности слива позволяет поддерживать слив с большей точностью и снизить расход реагента.

Цель

Для минимизации отклонений от задающего воздействия и обеспечения заданного качества переходного процесса выполнить синтез оптимального цифрового регулятора. Величина перерегулирования не должна превышать 5 %. Выполнить моделирование работы системы для определения качества переходных процессов.

Методика

Синтез оптимального цифрового регулятора выполнен на основе метода динамического

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

программирования с квадратичным критерием качества.

Результаты

Выполнен синтез оптимального регулятора для систем, описываемых в цифровом виде. Для этого был использован метод динамического программирования.

Пусть объект управления описывается системой разностных уравнений:

$$\Delta x_i[n] = \sum_{j=1}^k a_{ij} x_j[n] + b_i u[n] = f_i(x[n], u[n]), \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (1)$$

$$\min_u \left\{ f_0(x[n], u[n]) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} f_i(x[n], u[n]) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n]) \right\} = 0. \quad (3)$$

Если принять, что управление $u[n]$ не имеет ограничений, то выражение (3) приобретает минимум в точке, где производная равняется нулю, то есть

$$2c_0 u[n] + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} \frac{\partial f_i(x[n], u[n])}{\partial u} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial [f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n])]}{\partial u} = 0. \quad (4)$$

Если оптимальное управление принадлежит множеству U или ограничения вообще отсутствуют, то уравнение (3) можно представить как совокупность уравнений в частных производных

$$\begin{cases} f_0(x[n], u[n]) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} f_i(x[n], u[n]) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n]) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial u_k} \left[f_0(x[n], u[n]) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} f_i(x[n], u[n]) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n]) \right] = 0. \end{cases} \quad (5)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, m$.

Для решения задачи оптимального управления, необходимо решить систему (5) с $(m+1)$ уравнением в частных производных [4].

Передаточная функция объекта управления имеет вид:

$$W(p) = \frac{K}{p(T_1^2 p^2 + 2\xi T_1 p + 1)} = \frac{\rho_{\text{сн}}(t)}{Q_{\text{фл}}(t)} = \frac{y}{u}, \quad (6)$$

где $\rho_{\text{сн}}(t)$ – содержание твердой фазы в сливе (выход y); $Q_{\text{фл}}(t)$ – расход флокулянта (вход u); p – оператор дифференцирования.

Параметры передаточной функции:

- K – коэффициент передачи = 0,35;
- T_1 – постоянная времени = 0,4;
- ξ – коэффициент колебаний = 1,625.

Уравнение динамики объекта:

Синтез оптимального цифрового регулятора для объекта, описываемого уравнениями (1) выполнен согласно методике, приведенной у В. Г. Шаруды [10], при квадратичном критерии оптимальности:

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\sum_{i=1}^k c_i x_i^2[n] + c_0 u^2[n] \right], \quad (2)$$

где $\sum_{i=1}^k c_i x_i^2[n] + c_0 u^2[n] = f_0(x[n], u[n])$;

c_0, c_i – весовые коэффициенты.

Дифференциальное уравнение Беллмана:

$$\min_u \left\{ f_0(x[n], u[n]) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} f_i(x[n], u[n]) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n]) \right\} = 0. \quad (3)$$

Если принять, что управление $u[n]$ не имеет ограничений, то выражение (3) приобретает минимум в точке, где производная равняется нулю, то есть

$$2c_0 u[n] + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} \frac{\partial f_i(x[n], u[n])}{\partial u} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial [f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n])]}{\partial u} = 0. \quad (4)$$

Если оптимальное управление принадлежит множеству U или ограничения вообще отсутствуют, то уравнение (3) можно представить как совокупность уравнений в частных производных

$$\begin{cases} f_0(x[n], u[n]) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} f_i(x[n], u[n]) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n]) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial u_k} \left[f_0(x[n], u[n]) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} f_i(x[n], u[n]) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_i \partial x_j} f_i(x[n], u[n]) f_j(x[n], u[n]) \right] = 0. \end{cases} \quad (5)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, m$.

Для решения задачи оптимального управления, необходимо решить систему (5) с $(m+1)$ уравнением в частных производных [4].

Передаточная функция объекта управления имеет вид:

$$W(p) = \frac{K}{p(T_1^2 p^2 + 2\xi T_1 p + 1)} = \frac{\rho_{\text{сн}}(t)}{Q_{\text{фл}}(t)} = \frac{y}{u}, \quad (6)$$

где $\rho_{\text{сн}}(t)$ – содержание твердой фазы в сливе (выход y); $Q_{\text{фл}}(t)$ – расход флокулянта (вход u); p – оператор дифференцирования.

Параметры передаточной функции:

- K – коэффициент передачи = 0,35;
- T_1 – постоянная времени = 0,4;
- ξ – коэффициент колебаний = 1,625.

Уравнение динамики объекта:

$$T_1^2 \frac{d^3 y}{dt^3} + 2\xi T_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = Ku \quad (7)$$

запишем в форме Коши, приняв $x_1 = y$; $x_2 = dx/dt$; $x_3 = d^2 x/dt^2$ [5].

В нашем случае:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3; \\ \frac{dx_3}{dt} = -\frac{1}{T_1^2} x_2 - \frac{2\xi}{T_1} x_3 + \frac{K}{T_1^2} u. \end{cases} \quad (8)$$

Представим математическую модель в виде разностных уравнений [9]. Введем в (8) замену:

$$\frac{d}{dt} x_i \cong \frac{\Delta x_i}{\Delta t} = \frac{x_i(n+1) - x_i(n)}{\Delta t}, \quad (9)$$

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

где $\Delta t = T_0$ – период квантования.

Данная замена свидетельствует о том, что все переменные x_1, \dots, x_n в уравнениях (8) мы будем определять только в дискретные моменты времени $x(nT_0)$ (для компактности будем записывать $x(n)$).

С учетом того, что $\Delta x_i = x_i(n+1) - x_i(n)$ (9) уравнения (8) в виде разностных уравнений будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} x_1(n+1) = x_2(n); \\ x_2(n+1) = x_3(n); \\ x_3(n+1) = -\frac{1}{T_1^2}x_2(n) - \frac{2\xi}{T_1}x_3(n) + \frac{K}{T_1^2}u(n). \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \min_u & \left\{ c_1x_1^2 + c_2x_2^2 + c_3x_3^2 + c_0u^2 + \frac{\partial S(x)}{\partial x_1}(x_2 - x_1) + \frac{\partial S(x)}{\partial x_2}(x_3 - x_2) + \right. \\ & + \frac{\partial S(x)}{\partial x_3} \left(\frac{-1}{T_1^2}x_2 - \frac{2\xi}{T_1}x_3 + \frac{K}{T_1^2}u - x_3 + \frac{1}{2} \right) + \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_1^2}(x_2 - x_1)^2 + \frac{\partial S(x)}{\partial x_1 \partial x_2} \cdot (x_2 - x_1)(x_3 - x_2) + \\ & + \frac{\partial S(x)}{\partial x_1 \partial x_3} (x_2 - x_1) \cdot \left(\frac{-1}{T_1^2}x_2 - \frac{2\xi}{T_1}x_3 + \frac{K}{T_1^2}u - x_3 \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_2^2} \cdot (x_3 - x_2)^2 + \\ & \left. \frac{\partial S(x)}{\partial x_2 \partial x_3} (x_3 - x_2) \left(\frac{-1}{T_1^2}x_2 - \frac{2\xi}{T_1}x_3 + \frac{K}{T_1^2}u - x_3 \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_3^2} \left(\frac{-1}{T_1^2}x_2 - \frac{2\xi}{T_1}x_3 + \frac{K}{T_1^2}u - x_3 \right)^2 \right\} = 0. \quad (12) \end{aligned}$$

Определим условия минимума для выражения (12), т. е. приравняем производную по u к нулю:

$$2c_0u + \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x_3} + \frac{\partial S(x)}{\partial x_1 \partial x_3} (x_2 - x_1) + \frac{\partial S(x)}{\partial x_2 \partial x_3} (x_3 - x_2) + \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_3^2} \left(\frac{-1}{T_1^2}x_2 - \frac{2\xi}{T_1}x_3 + \frac{K}{T_1^2}u - x_3 \right) \right] \frac{K}{T_1^2} = 0. \quad (13)$$

Откуда

$$u = - \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x_3} + \frac{\partial S(x)}{\partial x_1 \partial x_3} (x_2 - x_1) + \frac{\partial S(x)}{\partial x_2 \partial x_3} (x_3 - x_2) + \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_3^2} \left(\frac{-1}{T_1^2}x_2 - \frac{2\xi}{T_1}x_3 - x_3 \right) \right] \cdot \frac{\frac{K}{T_1^2}}{2c_0 + \frac{K}{T_1^4} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_3^2}}. \quad (14)$$

Подставив найденное значение (14) в (12), получаем уравнение для определения оптимального управления, решение которого находят в виде квадратичной формы от переменных состояния системы:

$$S = \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^n m_{kr} x_k x_r. \quad (15)$$

Запишем функцию S при $m_{kr} = m_{rk}$ в квадратичной форме

Используем квадратичную форму функционала качества [8]

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} c_1x_1^2(n) + c_2x_2^2(n) + c_3x_3^2(n) + c_0u^2(n). \quad (11)$$

Весовые коэффициенты c_0, c_i функционала (11) определяем, исходя из максимально допустимых значений переменных состояния системы и управляющих воздействий во время переходного процесса [1]:

$$c_i = \left(\frac{1}{x_{i\max}} \right)^2, c_0 = \left(\frac{1}{u_{\max}} \right)^2.$$

Таким образом, для нашего случая дифференциальное уравнение Беллмана (3) будет иметь вид:

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

$$S(x_1, x_2, x_3) = m_{11}x_1^2 + m_{21}x_1x_2 + m_{31}x_1x_3 + m_{12}x_1x_2 + m_{22}x_2^2 + m_{32}x_2x_3 + m_{13}x_1x_3 + \\ + m_{23}x_2x_3 + m_{33}x_3^2 = m_{11}x_1^2 + m_{22}x_2^2 + m_{33}x_3^2 + 2(m_{12}x_1x_2 + m_{13}x_1x_3 + m_{23}x_2x_3). \quad (16)$$

Частные производные функции S имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S}{\partial x_1} = 2(m_{11}x_1 + m_{12}x_2 + m_{13}x_3); \\ \frac{\partial S}{\partial x_2} = 2(m_{12}x_1 + m_{22}x_2 + m_{23}x_3); \\ \frac{\partial S}{\partial x_3} = 2(m_{13}x_1 + m_{23}x_2 + m_{33}x_3); \\ \frac{\partial S}{\partial x_1x_2} = 2m_{12}; \\ \frac{\partial S}{\partial x_1x_3} = 2m_{13}; \\ \frac{\partial S}{\partial x_2x_3} = 2m_{23}; \\ \frac{\partial^2 S}{\partial x_1^2} = 2m_{11}; \\ \frac{\partial^2 S}{\partial x_2^2} = 2m_{22}; \\ \frac{\partial^2 S}{\partial x_3^2} = 2m_{33}. \end{array} \right. \quad (17)$$

Подставив частные производные (17) в (3), получим квадратичную форму переменных x_1, x_2, \dots, x_n . Выражение (3) будет тождественно равняться нулю при условии, что все его коэффициенты равны нулю. Поэтому, приравняв нулю совокупность коэффициентов при произведениях $x_k x_i$ и учтя, что $x_k x_i = x_i x_k$, получим систему из $n(n+1)/2$ алгебраических уравнений для определения коэффициентов m_{ik} (алгебраические уравнения *Риккати*):

- для x_1^2

$$\frac{[-K^2 m_{11} + c_1 K^2] m_{33} + c_0 T_1^4 c_1 - c_0 T_1^4 m_{11}}{c_0 T_1^4 + K^2 m_{33}} = 0;$$

- для x_2^2

$$\frac{[-K^2 m_{22} + K^2 m_{11} + c_2 K^2 + c_0] m_{33} - c_0 T_1^4 m_{22} - 2c_0 T_1^2 m_{13} + c_0 T_1^4 c_2 + c_0 T_1^4 m_{11} - K^2 m_{13}^2 -}{c_0 T_1^4 + K^2 m_{33}} \frac{-2c_0 T_1^2 m_{13} + c_0 T_1^4 c_2 + c_0 T_1^4 m_{11} - K^2 m_{13}^2}{c_0 T_1^4 + K^2 m_{33}} = 0;$$

- для x_3^2

$$\frac{[-K^2 m_{33} + c_3 K^2 + 4c_0 T_1^2 \xi^2 + K^2 m_{22} - c_0 T_1^4] m_{33} - K^2 m_{23}^2 - 4c_0 T_1^3 \xi m_{23} + c_0 c_3 T_1^4 + c_0 T_1^4 m_{22}}{c_0 T_1^4 + K^2 m_{33}} = 0;$$

- для $x_1 x_2$

$$\frac{-2m_{12} (K^2 m_{33} + c_0 T_1^4)}{c_0 T_1^4 + K^2 m_{33}} = 0;$$

- для $x_1 x_3$

$$\frac{-2m_{13} (K^2 m_{33} + c_0 T_1^4)}{c_0 T_1^4 + K^2 m_{33}} = 0;$$

- для $x_2 x_3$

$$\frac{2[m_{33} (K^2 m_{12} - K^2 m_{23} + 2c_0 T_1 \xi) - m_{23} (c_0 T_1^2 + c_0 T_1^4 + K^2 m_{13}) + c_0 T_1^4 m_{12} - 2c_0 T_1^3 \xi m_{13}]}{c_0 T_1^4 + K^2 m_{33}} = 0.$$

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

Решив данную систему, получим следующие значения для m_{ik} :

$$\begin{cases} m_{11} = 1; \\ m_{12} = 0; \\ m_{13} = 0; \\ m_{22} = 0,762; \\ m_{23} = -0,196; \\ m_{33} = -0,028. \end{cases}$$

Одной из задач при составлении дискретной модели объекта управления заключается в выборе оптимального периода квантования T_0 [12]. Необоснованное уменьшение периода квантования при управлении процессом приводит к неэффективному использованию машинного времени, что сказывается на быстродействии [11]. Увеличение приводит к снижению точности регулирования в виду неполной информации о процессе.

Выбор допустимого периода дискретизации выполнен по критерию обеспечения требуемой точности управления [6]. Величина неопределенности выходной координаты объекта ($\rho_{ct}(t) = y(t)$) в момент nT_0 определяется разностью $\psi(t)$:

$$\psi(t) = y(t) - y[nT_0], \quad nT_0 < t < (n+1)T_0.$$

Область неопределенности ограничивается постоянной величиной ε , которая определяет точность регулирования $|\psi(t)| \leq \varepsilon$. Для вычисления допустимого периода дискретизации воспользуемся ограничением, согласно которому:

$$T_0 \leq \frac{\varepsilon}{B_{\max}}, \quad (18)$$

где ε – абсолютная погрешность выходной координаты $y(t)$ (0,01–0,05); B_{\max} – максимальное значение В-характеристики.

При подаче на вход системы гармонического сигнала $u(t) = \sin(\omega t)$ на выходе системы получим:

$$y(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi),$$

где $A(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика объекта.

Продифференцировав $y(t)$, получим скорость изменения его во времени:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \omega A(\omega) \cos(\omega t + \phi).$$

Амплитуда скорости выходного сигнала равна:

$$\left| \frac{dy(t)}{dt} \right|_{\max} = \omega A(\omega) = B(\omega). \quad (19)$$

Для объекта управления АФЧХ имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{K}{\omega \sqrt{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + (2\xi T_1 \omega)^2}}.$$

В соответствии с (19) получим:

$$B(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + (2\xi T_1 \omega)^2}}.$$

Определим максимальное значение В-характеристики, приравняв производную функции $B(\omega)$ к нулю:

$$B_{\max} = K.$$

Изменение во времени скорости $\frac{dy(t)}{dt}$ и значение амплитуды скорости $B(\omega)$ выходного сигнала ($\omega = 2$, $\phi = 0$), при входном воздействии $u(t) = \sin(\omega t)$, показано на рис. 1.

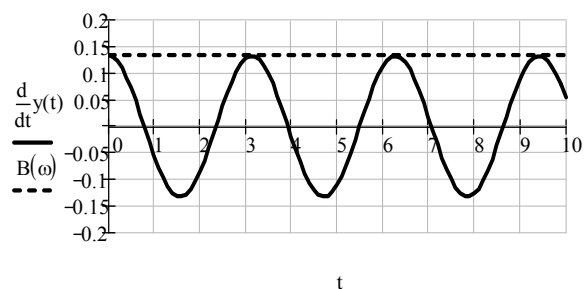


Рис. 1. Изменения выходного сигнала при гармоническом воздействии на входе

Таким образом, если изменять входную частоту ω , можно построить зависимость максимальных скоростей выходной переменной от ω . В результате на графике (B -характеристике) можно определить верхнюю границу возможных или ожидаемых скоростей на выходе объекта (рис. 2).

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

Допустимое значение периода квантования (при $\varepsilon = 0,04$) $T_0 \leq 0.114$. Согласно расчетам принимаем период квантования $T_0 = 0,1$ с.

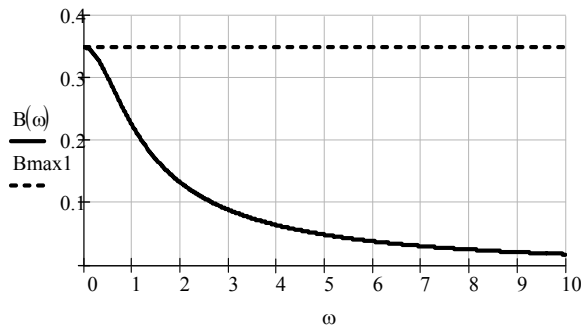


Рис. 2. График изменения В-характеристики от частоты

Результат моделирования работы САУ дозирования флокулянта приведен на рис. 3 [3].

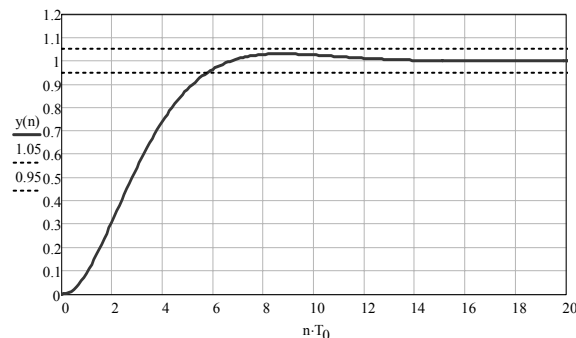


Рис. 3. Переходная функция САУ дозированием флокулянта: $y(n)$ – содержание твердой фазы в сливе

Практическая значимость

Выполнен синтез оптимального цифрового регулятора с квадратичным критерием качества, который, в отличие от существующих систем, обеспечивает минимизацию отклонения дозирования флокулянта за счет введения обратной связи. Это позволяет получить требуемое качество переходного процесса с характеристиками: величина перерегулирования составляет $\sigma = 3,5$ %, время переходного процесса $t_p = 5,6$ с, переходный процесс аperiodический, регулирование астатическое.

Выводы

Использование принципов оптимального управления обеспечивает наилучшее качество регулирования при учете всех ограничений. Расчитанный оптимальный период дискретизации

позволяет добиться требуемой точности регулирования без потери информации о процессе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Зубов, Д. А. Автоматичне керування технологічними процесами вуглебагачувальної фабрики : монографія / Д. А. Зубов. – Луганськ : Вид-во Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля, 2003. – 172 с.
2. Макаров, Е. Г. Инженерные расчеты в Mfthcad / Е. Г. Макаров. – СПб. : Питер, 2010. – 448 с.
3. Олссон, Густав. Цифровые системы автоматизации и управления / Густав Олссон, Джангуидо Пиани. – СПб. : Невский диалект, 2001. – 557 с.
4. Пелех, Р. Я. Двосторонні обчислювальні схеми розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь з оцінкою головного члена похибки / Р. Я. Пелех, Й. Й. Лучко // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Д., 2011. – Вип. 39. – С. 123–125.
5. Пелех, Я. М. Методи високого порядку точності розв'язування задачі Коші для нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь Вольтера / Я. М. Пелех // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Д., 2011. – Вип. 39. – С. 126–130.
6. Письменский, А. В. Определение допустимого периода дискретизации для представления параметрической модели радиального сгустителя шламовых вод в пространстве состояний / А. В. Письменский, В. А. Ульшин // Пр. Луган. від-ня Міжнар. Акад. інформатизації. – 2002. – № 1 – С. 41–45.
7. Полулях, О. Д. Технологічні регламенти вуглебагачувальних фабрик : [довідково-інформаційний посібник] / О. Д. Полулях. – Д. : Нац. гірничий ун-т, 2002. – 856 с.
8. Поляков, К. Ю. Основы теории цифровых систем управления / К. Ю. Поляков. – СПб. : Питер, 2006. – 161 с.
9. Романенко, В. Д. Методи автоматизації прогресивних технологій / В. Д. Романенко. – К. : Вища шк., 1995. – 519 с.
10. Шаруда, В. Г. Практикум з теорії автоматичного управління : [навчальний посібник] / В. Г. Шаруда. – Д. : Нац. гірн. акад. України, 2002. – 414 с.
11. Famularo, D. A global optimization technique for fixed-order control design / D. Famularo, P. Pugliese, Ya. D. Sergeyev // International Journal of Systems Science. – 2004. – Vol. 35 (7) – P. 425–434.

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

12. Grachov, O. Enrichability curves analysis of several coals mixture / O. Grachov // ТЕКА. Commission of motorization and energetics in agriculture. – Lugansk, 2012. – Vol. 12. – № 4. – P. 64–70.
13. Seborg, Dale E. Process Dynamics and Control / Dale E. Seborg, Duncan A. Mellichamp, Thomas F. Edgar, Francis J. Doyle. – 3rd Edition. – New York : John Wiley & Sons, 2010. – 528 p.

О. В. ПИСЬМЕНСЬКИЙ^{1*}

^{1*}Каф. «Системна інженерія», Східноукраїнський національний університет імені В. Даля, кв. Молодіжний, 20 а, 91034, Луганськ, Україна, тел. +38 (0642) 47 14 44, e-mail uni@snu.edu.ua

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА ДОЗУВАННЯ ФЛОКУЛЯНТІВ

Мета. Завданням автоматичного управління процесами згущення шламових вод і освітлення відходів флотоції є стабілізація щільності згущеного продукту в заданому діапазоні і підтримка змісту твердої фази в зливні не вище допустимого рівня при мінімальній витраті флокулянту. В існуючих системах автоматичного управління дозування флокулянту здійснюється за змістом твердої фази на вході апарату (принцип розімкнутого управління). Це веде до його перевитрати і до збільшення дисперсії щільності зливу. Для мінімізації відхилень від заданого значення і забезпечення заданої якості перехідного процесу потрібно виконати синтез оптимального цифрового регулятора. Величина перерегулювання не повинна перевищувати 5 %. Виконати моделювання роботи системи для визначення якості перехідних процесів. **Методика.** Синтез оптимального цифрового регулятора виконаний на основі методу динамічного програмування. **Результати.** Математична модель об'єкта управління представлена в нормальній формі Коші і далі у вигляді різницьових рівнянь. Розраховано оптимальний період квантування як функція від заданої похибки регулювання та швидкості зміни вихідної координати. Отримано диференціальне рівняння Беллмана і визначено умову досягнення мінімуму функціонала якості. Функція Беллмана представлена у вигляді квадратичної форми від змінних стану системи. Для обмеження можливого управління розраховані вагові коефіцієнти функціонала виходячи з максимально допустимих значень змінних стану системи і керуючих впливів під час перехідного процесу. **Практична значимість.** Модулюванням роботи САУ дозування флокулянта встановлено, що величина перерегулювання складає 3,5 %, час перехідного процесу 5,6 с, перехідний процес аперіодичний, регулювання астатичне, що відповідає вимогам, що до САУ.

Ключові слова: флокулянт; оптимальний цифровий регулятор; період квантування; динамічне програмування; диференціальне рівняння Беллмана; алгебраїчне рівняння Ріккати; нормальна форма Коші

A. V. PISMENSKIY^{1*}

^{1*}Dep. «Systems Engineering», East Ukrainian National University named after Volodymyr Dahl, Molodizhnyi Quarter, 20 a, 91034, Luhansk, Ukraine, tel. +38 (0642) 47 14 44, e-mail uni@snu.edu.ua

SYNTHESIS OF OPTIMAL DIGITAL CONTROLLER OF FLOCCULANT DOSING

Purpose. The task of automatic process control of the slime water thickening and flotation tailings clarification is the stabilization of thicken product density within the given range and keeping up the solids content in the overflow not above the permissible level with minimum use of the flocculants. In existing systems for automatic control the flocculant dosing is carried out according to the solids content in the device input (the principle of open-loop control). This leads to the excess consumption of the flocculants and increase the dispersion density of the overflow. To perform the synthesis of the optimal digital controller in order to minimize the deviations from the master control and ensure the specified quality of the transition process. Over controlling value should not exceed 5 %. To perform the system operation modeling in order to determine the quality of transient processes. **Methodology.** Synthesis of the optimal digital controller is based on the method of dynamic programming. **Findings.** A mathematical model of the object control is represented in the normal form of Cauchy and further in the form of differential equations. The optimum period of quantization as the function from specified error of control and the output coordinate change is

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

calculated. The differential equation of Bellman is obtained and the condition for minimization of the quality functional. Bellman function is represented as a quadratic form from the variables of the system condition. In order to limit possible control, the weight coefficients of the functional are calculated based on maximum permitted values of the system condition variables and the control actions during the transient process. **Practical value.** Using the modeling of ACS of the flocculant dosing it was established that the over controlling amount is 3.5 %, the transient process life 5.6 sec, the transient process is aperiodical, non-static control, which meets the requirements imposed on the ACS.

Keywords: flocculant; the optimal digital controller; the quantization period; dynamic programming; Bellman differential equation; the algebraic Riccati equation; the normal form of Cauchy

REFERENCES

1. Zubov D.A. *Avtomatychne keruvannia tekhnolohichnymy protsesamy vuhlezbahachuvalnoi fabryky* [Automatic control by the process of coal preparation plants]. Luhansk, Vyd-vo Skhidnoukr. nats. un-tu im. V. Dalia Publ., 2003. 172 p.
2. Makarov Ye.G. *Inzhenernyye raschety v Mfthcad* [Engineering calculations in Mfthcad]. Saint Petersburg, Piter Publ., 2010. 448 p.
3. Olsson Gustav, Piani Dzhanguido. *Tsifrovyye sistemy avtomatizatsii i upravleniya* [Digital automation and control systems]. Saint Petersburg, Nevskiy dialect Publ., 2001. 557 p.
4. Pelekh R.Ya., Luchko Y.Y. Dvostoronni obchysliuvalni skhemy rozviazuvannia neliniinykh dyferentsialnykh rivnian z otsinkoiu holovnoho chlena pokhybky [Bilateral computational schemes for solving nonlinear differential equations with principal term evaluation of error]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazariana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University named after Academician V. Lazaryan], 2011, issue 39, pp. 123-125.
5. Pelekh Ya.M. Metody vysokoho poriadku tochnosti rozviazuvannia zadachi Koshi dlia neliniinykh intehrodyferentsialnykh rivnian Voltera [The methods of high order of accuracy for solving the Cauchy problem for nonlinear integro-differential equations Voltaire]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazariana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University named after Academician V. Lazaryan], 2011, issue 39, pp. 126-130.
6. Pismenskiy A.V., Ulshin V.A. Opredeleniye dopustimogo perioda diskretizatsii dlya predstavleniya parametricheskoy modeli radialnogo sgustitelya shlamovykh vod v prostranstve sostoyaniy [Permissible period determination of discretization for the presentation of parametric model of radial thickener of slime water states space]. *Pratsi Luhanskoho viddilennia Mizhnarodnoi Akademii informatyzatsii – Proceedings of Lugansk Department of International Academy of Informatization*, 2002, no. 1, pp. 41-45.
7. Poluliakh O.D. Tekhnolohichni rehlyamenti vuhlezbahachuvalnykh fabryk [Process regulations of the coal preparation plants]. Dnipropetrovsk, Natsionalnyi hirnychi universytet Publ., 2002. 856 p.
8. Polyakov K.Yu. *Osnovy teorii tsifrovyykh sistem upravleniya* [The basic theory of digital control systems]. Saint Petersburg, Piter Publ., 2006. 161 p.
9. Romanenko V.D. *Metody avtomatyzatsii prohresyvnykh tekhnolohii* [Methods of automatization of advanced technologies]. Kyiv, Vyshcha shkola Publ., 1995. 519 p.
10. Sharuda V.H. *Praktykum z teorii avtomatychnoho upravlinnia* [Practical on automatic control theory]. Dnipropetrovsk, Natsionalna hirnycha akademiia Ukrainy Publ., 2002. 414 p.
11. Famularo D., Pugliese P., Sergeev Ya.D. A global optimization technique for fixed-order control design. *International Journal of Systems Science*, 2004, vol. 35 (7), pp. 425-434.
12. Grachov O. Enrichability curves analysis of several coals mixture. TEKA. Commission of motorization and energetics in agriculture, 2012, vol. 12, no. 4, pp. 64-70.
13. Dale E. Seborg, Duncan A. Mellichamp, Thomas F. Edgar, Francis J. Doyle. *Process Dynamics and Control*. New York, John Wiley & Sons Publ., 2010. 528 p.

Статья рекомендована к публикации д.т.н., проф. В. А. Ульшиным (Украина); д.т.н., проф. В. В. Скалозубом (Украина)

Поступила в редколлегию 28.03.2013

Принята к печати 14.06.2013