

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

УДК624.953.014.2

С. Н. СЕМЕНЕЦ^{1*}, С. С. НАСОНОВА^{2*}, Г. И. СЕМЕНЕЦ^{3*}

^{1*}Каф. «Прикладная математика и информационные технологии», Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, ул. Чернышевского, 24-а, Днепро, Украина, 49600, тел. +38 (067) 639 60 64, эл. почта semenets.serg@gmail.com, ORCID 0000-0002-6359-1069

^{2*}Каф. «Высшая математика», Украинский государственный химико-технологический университет, пр. Гагарина, 8, Днепро, Украина, 49005, тел. +38 (097) 940 98 56, эл. почта ms.nasonova.s@gmail.com, ORCID 0000-0002-7228-7499

^{3*}Каф. «Высшая математика», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепро, Украина, 49010, тел. +38 (096) 879 48 19, эл. почта semga1952@gmail.com, ORCID 0000-0003-2693-3282

ОПТИМАЛЬНОЕ СТРУКТУРНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Цель. Основная цель статьи – дать проектировщикам высоконадежных технических систем, не обладающим специальными знаниями в области оптимизации и навыками программирования, простой и доступный математический инструмент для выбора оптимального решения при структурном резервировании систем. **Методика.** В качестве главного показателя надежности резервированной системы принята вероятность ее безотказной работы. Рассмотрены две типовые схемы резервирования: 1) схема отдельного «горячего» резервирования; 2) схема отдельного «холодного» резервирования. Сформулированы расчетные модели оценки надежности резервированных систем. **Результаты.** В работе предложены оптимизационные модели, позволяющие найти рациональный вариант резервирования проектируемой системы с учетом противоречивых требований к ее надежности и стоимости. Данные модели численно реализуются в операционной среде табличного процессора Excel применительно к основному объекту, состоящему из 7 элементов. Приведены оптимальные варианты резервирования этого объекта по схемам «горячего» и «холодного» отдельного резервирования. **Научная новизна.** Предложены новые расчетные модели оценки надежности резервированных систем, а также разработанные на их основе оптимизационные модели, которые сформулированы с использованием разложения неизвестных исходной задачи структурного резервирования на бинарные составляющие. При этом полученные оптимизационные модели относятся к классу задач нелинейного математического программирования с двоичными переменными, для численного решения которых (даже при достаточно большой размерности) хорошо приспособлены широко известные пакеты прикладных компьютерных программ, в частности табличный процессор MS Excel. Таким образом, процесс решения изначально весьма сложной задачи оптимального структурного резервирования значительно упрощается и сводится к выполнению элементарных действий в соответствующих программных интерфейсах. **Практическая значимость.** Предложенные расчетные модели оценки надежности резервированных систем, модели оптимального структурного резервирования, а также методология их формирования с целью упрощения дальнейшей численной реализации могут быть полезны при решении задач обеспечения надежности технических систем на ранних стадиях их проектирования.

Ключевые слова: система; проектирование; надежность; структурное резервирование; модель; оптимизация; бинарные переменные

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

Введение

Недостаточная проектная надежность технических систем приводит к значительному увеличению доли эксплуатационных расходов в общих затратах на их проектирование, изготовление и применение. К тому же стоимость эксплуатации может во много раз превосходить стоимость разработки и изготовления системы [1, 3, 10]. Поэтому надежность технических систем нужно обеспечивать, прежде всего на этапе проектирования [2, 12, 13].

Одним из основных методов обеспечения надежности проектируемых технических систем является метод структурного резервирования [6–8], предусматривающий использование избыточных элементов в системе. Суть структурного резервирования заключается в том, что в структуру системы помимо основного (резервируемого) объекта, содержащего минимально необходимое количество элементов, требуемых для нормального выполнения системой присущих ей функций, вводятся дополнительные элементы, идентичные (в смысле выполняемых рабочих функций и надежности) основным. Эти избыточные (резервные) элементы предназначены для выполнения рабочих функций основных элементов. Таким образом, система с резервированием – это система, содержащая резервные структурные составляющие по отношению к резервируемому объекту, которые выполняют те же рабочие функции, что и соответствующие составляющие основного объекта. Резервированная система сохраняет работоспособность после очередного отказа какого-либо элемента, если количество работоспособных элементов не становится меньше минимально необходимого числа, предусмотренного нормативными требованиями к основному объекту.

При структурном резервировании всегда встает вопрос рационального выбора одного из нескольких вариантов состава системы. С одной стороны, для повышения надежности желательно обеспечить каждый из элементов системы как можно большим количеством резервных элементов, а с другой стороны – нельзя проектировать систему со слишком большими значениями стоимости, массы или габаритов. Поэтому актуальной является задача резервирования системы таким образом, чтобы

обеспечить требуемый уровень ее надежности при допустимых затратах. Выбор характеристики затрат определяется видом системы и ее назначением. Например, для летательных аппаратов существенным фактором является масса, а для наземных систем – стоимость. Вне зависимости от физической сущности выбранную характеристику затрат для краткости далее будем называть стоимостью.

Обычно задачи оптимального структурного резервирования технических систем формулируют в виде задачи нелинейного программирования, а для их решения, в зависимости от сложности и требуемой точности, используют специальные алгоритмы, основанные прежде всего на методе динамического программирования. В данной статье исходная оптимизационная модель представлена в терминах задачи нелинейного целочисленного программирования с бинарными переменными, что значительно упрощает ее численную реализацию.

Цель

Основная цель статьи – дать проектировщикам высоконадежных технических систем, не владеющим современными методами оптимизации и навыками программирования, простой математический инструмент для выбора оптимальной структуры резервируемой системы.

Методика

При постановке задачи оптимального структурного резервирования основной объект рассматривают как систему, состоящую из n различных элементов, имеющих логически последовательное соединение [4, 11] (рис. 1).

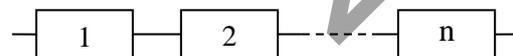


Рис. 1. Структурная схема надежности основного объекта

В качестве главного показателя надежности резервированной системы принимают вероятность ее безотказной работы. Поток отказов элементов, включенных в работу, описывают потоком Пуассона [5]. Возможные варианты резервирования основного объекта ограничивают рассмотрением типовых схем отдельного «холодного» резервирования с целой кратной

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

стью при idealном переключателе (рис. 2) и «горячего» резервирования с параллельным включением элементов (рис. 3) [7].

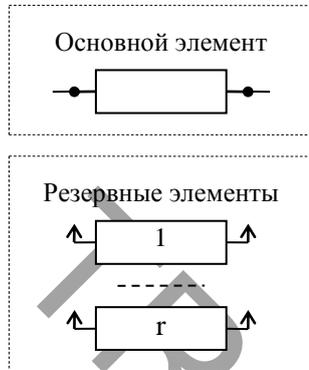


Рис. 2. Структурная схема надежности при «холодном» резервировании

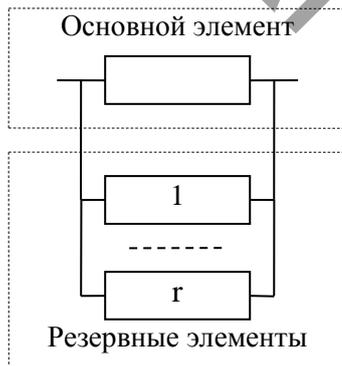


Рис. 3. Структурная схема надежности при «горячем» резервировании

Заметим, что с учетом принятых допущений вероятность безотказной работы резервированной группы элементов, структурная схема надежности которой показана на рис. 2, определяются по формуле Эрланга [5, 9]:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^r \frac{(\lambda t)^i}{i!}. \quad (1)$$

Расчетная формула для вычисления вероятности безотказной работы резервированной группы элементов, структурная схема надежности которой показана на рис. 3, имеет вид:

$$P(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{r+1}, \quad (2)$$

где λ – интенсивность отказов элемента, включенного в работу; r – кратность резервирования.

Введем следующие обозначения: λ_k – интенсивность отказов элементов k -го типа, включенных в работу; m – максимально допустимая кратность резервирования основных элементов; c_k – стоимость одного элемента k -го типа; x_{ki} – бинарная переменная, равная 1, если число резервных элементов k -го типа равно i , и $x_{ki} = 0$, если число резервных элементов k -го типа не равно i ; $p_k(t)$ – вероятность безотказной работы основного элемента k -го типа на протяжении времени t , которая равна:

$$p_k(t) = e^{-\lambda_k t}.$$

Результаты

Рассмотрим некоторую резервированную группу, состоящую из элементов k -го типа. С учетом введенных обозначений вероятность безотказной работы группы при «холодном» резервировании можно оценить по формуле:

$$P_k(t) = e^{-\lambda_k t} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^i x_{ki} \frac{(\lambda_k t)^j}{j!}. \quad (3)$$

При использовании схемы «горячего» резервирования эта вероятность будет иметь следующий вид:

$$P_k(t) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^i x_{ki} [1 - (1 - e^{-\lambda t})^{r+1}]. \quad (4)$$

Если пренебречь стоимостью переключательного оборудования в случае «холодного» резервирования, то стоимость резервированной группы, состоящую из элементов k -го типа, при обеих схемах резервирования можно найти по формуле:

$$C_k = \sum_{i=0}^m (i \cdot c_k \cdot x_{ki}), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Принимая во внимание логически последовательное соединение основных элементов и правила умножения вероятностей, вероятность безотказной работы и стоимость всей резервированной системы определяем следующим образом:

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

$$P_s(X, t) = \prod_{k=1}^n P_k(t); \quad (6)$$

$$C_s(X) = \sum_{k=1}^n C_k, \quad (7)$$

где X – матрица, описывающая состав элементов резервированной системы

$$X = \begin{pmatrix} x_{10} & x_{11} & \dots & x_{1m} \\ x_{20} & x_{21} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n0} & x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix},$$

а вероятности $P_k(t)$ можно определить по формулам (3) или (4) в зависимости от используемой схемы резервирования.

Для математического программирования возможны следующие две типовые постановки задачи оптимального структурного резервирования.

Задача 1: требуется найти состав резервных элементов (элементы матрицы X), обеспечивающий требуемый уровень надежности системы на протяжении заданного времени при минимально возможной стоимости:

$$\begin{aligned} C_s(X) &\rightarrow \min \\ P_s(X, t) &\geq P^*, t \in [0, T]; \quad (8) \\ \sum_{i=0}^m x_{ki} &= 1, k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Задача 2: требуется найти состав резервных элементов, обеспечивающий максимально возможный уровень надежности системы на протяжении заданного времени T при ограничении ее стоимости:

$$\begin{aligned} P_s(X, t) &\rightarrow \max \\ C_s(X) &\leq C^*; t \in [0, T]; \quad (9) \\ \sum_{i=0}^m x_{ki} &= 1, k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Оптимизационные модели (8) и (9) имеют размерность $n \times m$ и относятся к классу задач целочисленного нелинейного программирова-

ния с бинарными переменными. Модель (8) была численно реализована для случаев «холодного» и «горячего» отдельного резервирования с помощью надстройки MS Excel «Поиск решения». Для решения задачи использовались следующие исходные данные: $n = 7$; $m = 10$; $P^* = 0,999$; $T = 10000$ час. Интенсивность отказов и стоимость элементов приняты по табл. 1.

Найденные оптимальные значения неизвестных x_{ki} в случаях «холодного» и «горячего» резервирования приведены в табл. 2 и 3 соответственно, а соответствующие структурные схемы надежности системы показаны на рис. 4 и 5. Расчетные оценки надежности и стоимость оптимальной системы при «холодном» и «горячем» резервировании приведены в табл. 4.

Таблица 1

Исходные данные

№ элемента	Интенсивность отказов, час ⁻¹	Стоимость, тыс. грн
1	$0,02 \cdot 10^{-4}$	25
2	$0,014 \cdot 10^{-4}$	52
3	$0,09 \cdot 10^{-4}$	12
4	$0,30 \cdot 10^{-4}$	17
5	$0,11 \cdot 10^{-4}$	29
6	$0,01 \cdot 10^{-4}$	43
7	$0,07 \cdot 10^{-4}$	34

Таблица 2

Оптимальные параметры «холодного» резерва

k\i	0	1	2	3
1	0	1	0	0
2	0	1	0	0
3	0	0	1	0
4	0	0	1	0
5	0	0	1	0
6	0	1	0	0
7	0	0	1	0

Таблица 3

Оптимальные параметры «горячего» резерва

k_i	0	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	1	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0

Таблица 4

Параметры надежности и стоимость оптимальной системы

Тип резерва	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_s	C_s
«холодный»	0,99982	0,99995	0,99982	0,99983	0,99981	0,99992	0,99993	0,99908	533
«горячий»	0,99999	0,99999	0,99994	0,99992	0,99988	0,99999	0,99997	0,99971	718

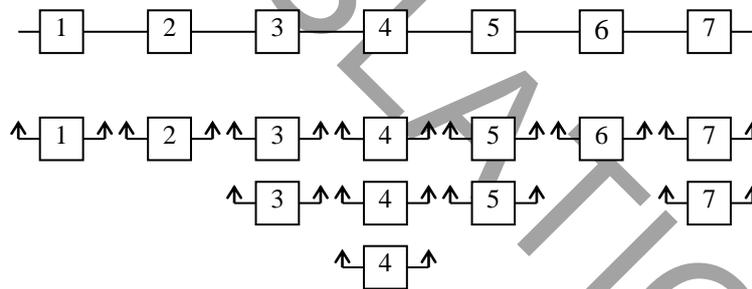


Рис. 4. Оптимальная структурная схема надежности системы с «холодным» резервом

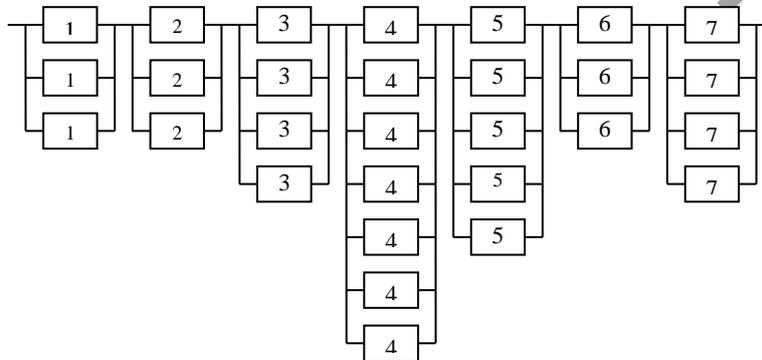


Рис. 5. Оптимальная структурная схема надежности системы с «горячим» резервом

Научная новизна и практическая значимость

Предложены новые расчетные модели оценки надежности резервированных систем, а также разработанные на их основе оптимизационные модели, которые сформулированы с использованием разложения неизвестных исходной задачи структурного резервирования на бинарные составляющие. При этом полученные оптимизационные модели относятся к классу задач нелинейного математического программирования с двоичными переменными, для численного решения которых (даже при достаточно большой размерности) хорошо приспособлены широко известные пакеты прикладных компьютерных программ, в частности табличный процессор MS Excel. Таким образом, процесс решения изначально весьма сложной задачи оптимального структурного резервирования значительно упрощается и сводится к выполнению элементарных действий в соответствующих программных интерфейсах.

Предложенные расчетные модели оценки надежности резервированных систем, модели

оптимального структурного резервирования, а также методология их формирования с целью упрощения дальнейшей численной реализации могут быть полезны при решении задач обеспечения надежности технических систем на ранних стадиях их проектирования.

Выводы

Полученные в статье результаты на конкретных примерах показывают эффективность и достаточную общность рассмотренного подхода к решению задач оптимального структурного резервирования. Оптимизационные модели (8) и (9) относятся к классу задач нелинейного программирования с бинарными переменными и легко численно реализуются в инструментальной среде табличного процессора MS Excel. Использование расчетных моделей оценки надежности резервированных систем (3) – (6) и моделей оптимального структурного резервирования (8) и (9), даст возможность обеспечить надежность технических систем еще на стадиях их проектирования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Афанасьев, В. П. Надежность тонкостенной оболочки в условиях коррозионного износа / В. П. Афанасьев, Г. И. Семенец // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2006. – Вип. 11. – С. 171–174.
2. Безопасность и надежность сложных систем : учеб. пособие / Л. Н. Александровская, И. З. Аронов, В. И. Круглов [и др.]. – Москва : Логос, 2017. – 376 с.
3. Бородин, А. В. Техничко-экономическое обоснование варианта резервирования сетевой компоненты отказоустойчивой масштабируемой вычислительной системы специального назначения / А. В. Бородин // Кибернетика и программирование. – 2015. – № 6. – С. 55–70. doi: 10.7256/2306-4196.2015.6.17523
4. Капур, К. Надежность и проектирование систем : [пер. с англ.] / К. Капур, Л. Ламберсон. – Москва : Мир, 1980. – 604 с.
5. Каштанов, В. А. Теория надежности сложных систем / В. А. Каштанов, А. И. Медведев. – Москва : Физматлит, 2010. – 606 с.
6. Насонова, С. С. Оптимизация риска отказа в задачах управления надежностью стальных резервуаров для нефтепродуктов / С. С. Насонова // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2008. – Вип. 20. – С. 126–130.
7. Обеспечение надежности сложных технических систем / А. Н. Дорохов, В. А. Керножицкий, А. Н. Миронов, О. Л. Шестопалова. – Санкт-Петербург : Лань, 2011. – 352 с.
8. Половко, А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко, С. В. Гуров. – Санкт-Петербург : БХВ, 2006. – 704 с.
9. Рябинин, И. А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем / И. А. Рябинин. – Санкт-Петербург : Политехника, 2000. – 248 с.
10. Трошин, А. В. Оптимизация резервирования в коммутируемых пакетных сетях / А. В. Трошин // Инфокоммуникационные технологии. – 2017. – Т. 15, № 4. – С. 354–360.
11. Шишмарев, В. Ю. Надёжность технических систем : учебник / В. Ю. Шишмарев. – Москва : Юрайт, 2018. – 306 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

12. Chanda, N. Redundant Transmitting System in Aircraft (RTSA) / N. Chanda // SAE Technical Paper Series 2015-01-2443. – 2015. doi: 10.4271/2015-01-2443
13. Jaberipur, G. Redundant Number System-Based Arithmetic Circuits / G. Jaberipur // Arithmetic Circuits for DSP Applications. – Hoboken : John Wiley & Sons, 2017. – P. 273–312. doi: 10.1002/9781119206804.ch8

С. М. СЕМЕНЕЦЬ^{1*}, С. С. НАСОНОВА^{2*}, Г. І. СЕМЕНЕЦЬ^{3*}

^{1*}Каф. «Прикладна математика та інформаційні технології», Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Чернишевського, 24-а, Дніпро, Україна, 49600, тел. +38 (067) 639 60 64, ел. пошта semenets.serg@gmail.com, ORCID 0000-0002-6359-1069

^{2*}Каф. «Вища математика», Український державний хіміко-технологічний університет, пр. Гагаріна, 8, Дніпро, Україна, 49005, тел. +38 (097) 940 98 56, ел. пошта ms.nasonova.s@gmail.com, ORCID 0000-0002-0920-7417

^{3*}Каф. «Вища математика», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (096) 879 48 19, ел. пошта semga1952@gmail.com, ORCID 0000-0003-2693-3282

ОПТИМАЛЬНЕ СТРУКТУРНЕ РЕЗЕРВУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Мета. Основна мета статті – дати проєктувальникам високонадійних технічних систем, які не володіють спеціальними знаннями в галузі оптимізації та навичками програмування, простий і доступний математичний інструмент для вибору оптимального рішення під час структурного резервування систем. **Методика.** За головний показник надійності резервованої системи прийнята ймовірність її безвідмовної роботи. Розглянуті дві типові схеми резервування: 1) схема роздільного «гарячого» резервування; 2) схема роздільного «холодного» резервування. Сформульовані розрахункові моделі оцінки надійності резервованих систем. **Результати.** У роботі запропоновані оптимізаційні моделі, що дозволяють знайти раціональний варіант резервування проєктованої системи з урахуванням суперечливих вимог до її надійності й вартості. Ці моделі чисельно реалізуються в операційному середовищі табличного процесора Excel стосовно основного об'єкта, який складається із 7 елементів. Наведені оптимальні варіанти резервування цього об'єкта за схемами «гарячого» й «холодного» роздільного резервування. **Наукова новизна.** Запропоновані нові розрахункові моделі оцінки надійності резервованих систем, а також розроблені на їх основі оптимізаційні моделі, які сформульовані з використанням розкладання невідомих вихідної задачі структурного резервування на бінарні складові. При цьому отримані оптимізаційні моделі відносяться до класу задач нелінійного математичного програмування з двійковими змінними, для чисельного вирішення яких (навіть за досить великої розмірності) добре пристосовані широко відомі пакети прикладних комп'ютерних програм, зокрема табличний процесор MS Excel. Таким чином, процес вирішення спочатку досить складної задачі оптимального структурного резервування значно спрощується і зводиться до виконання елементарних дій у відповідних програмних інтерфейсах. **Практична значимість.** Запропоновані розрахункові моделі оцінки надійності резервованих систем, моделі оптимального структурного резервування, а також методологія їх формування з метою спрощення подальшої чисельної реалізації можуть бути корисні при вирішенні задач забезпечення надійності технічних систем на ранніх стадіях їх проєктування.

Ключові слова: система; проєктування; надійність; структурне резервування; модель; оптимізація; бінарні змінні

S. N. SEMENETS^{1*}, S. S. NASONOVA^{2*}, G. I. SEMENETS^{3*}

^{1*}Dep. «Applied Mathematics and Information Technologies», Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, Chernishevskiy St., 24-A, Dnipro, Ukraine, 49600, tel. +38 (067) 639 60 64, e-mail semenets.serg@gmail.com, ORCID 0000-0002-6359-1069

^{2*}Dep. «Higher Mathematics», Ukrainian State Chemical – Technological University, Gagarin Av., 8, Dnipro, Ukraine, 49005, tel. +38 (097) 940 98 56, e-mail ms.nasonova.s@gmail.com, ORCID 0000-0002-0920-7417

^{3*}Dep. «Higher Mathematics», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (096) 879 48 19, e-mail semga1952@gmail.com, ORCID 0000-0003-2693-3282

OPTIMAL STRUCTURAL RESERVATION OF TECHNICAL SYSTEMS

Purpose. The purpose of the article is to give designers of highly reliable technical systems that do not have special knowledge in the field of optimization and programming skills, a simple and accessible mathematical tool for choosing the optimal solution for structural redundancy of systems. **Methodology.** The article poses the problem of optimal structural redundancy of technical systems. Two typical redundancy schemes are considered: a) a separate «hot» backup scheme; b) a separate «cold» backup scheme. The computational models for estimating the reliability of redundant systems are formulated. We offer optimization models that allow us to find a rational option for reserving a system that is being designed, taking into account conflicting requirements for its reliability and cost. These models are numerically implemented in the operating environment of the Excel spreadsheet as applied to the main object, consisting of 7 elements. The optimal variants of reserving this object according to the «hot» and «cold» separate reservation schemes are given. **Findings.** Calculated models for estimating reliability, as well as models for optimizing the systems reserved for the «hot» and «cold» separate backup schemes, have been developed. With the use of the Excel spreadsheet, the optimal options for reserving 7 element objects are found for separate «hot» and «cold» backups. **Originality.** New computational models for estimating the reliability of redundant systems are proposed, as well as optimization models developed on the basis of these, which are formulated using the decomposition of unknown initial problem of structural redundancy into binary components. In this case, the obtained optimization models belong to the class of problems of non-linear mathematical programming with binary variables, for the numerical solution of which (even for a sufficiently large dimension) well-known packages of applied computer programs, in particular, the MS Excel spreadsheet, are well adapted. Thus, the process of solving the initially very complicated problem of optimal structural redundancy is much simpler and reduced to performing elementary actions in the corresponding software interfaces. **Practical value.** The proposed calculation models for estimating the reliability of redundant systems, models for optimal structural redundancy, and the methodology for their formation, in order to simplify further numerical implementation, can be useful in solving problems of ensuring the reliability of technical systems in the early stages of their design.

Keywords: system; design; reliability; structural reservation; model; optimization; binary variables

REFERENCES

1. Afanasev, V. P., & Semenets, G. I. (2006). Reliability of a thin-walled shell under conditions of corrosive wear. *Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan*, 11, 171-174. (in Russian)
2. Aleksandrovskaya, L. N., Aronov, I. Z., & Kruglov, V. I. (2017). *Bezopasnost i nadezhnost slozhnykh sistem: uchebnoe posobie*. Moscow: Logos. (in Russian)
3. Borodin, A. V. (2015). Tekhniko-ekonomicheskoe obosnovanie varianta rezervirovaniya setevoy komponenty ot-kazoustoychivoy masshtabiruemy vychislitelnoy sistemy spetsialnogo naznacheniya. *Kibernetika i programirovanie*, 6(6), 55-70. doi: 10.7256/2306-4196.2015.6.17523 (in Russian)
4. Kapur, K., & Lamberson, L. (1980). *Reliability in engineering design*. Moscow: Peace. (in Russian)
5. Kashtanov, V. A., & Medvedev, A. I. (2010). *Teoriya nadezhnosti slozhnykh sistem*. Moscow: Fizmatlit. (in Russian)
6. Nasonova, S. S. (2008). The optimization of failure risk in management tasks reliability of steel storage tanks for petroleum products. *Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan*, 20, 126-130. (in Russian)
7. Dorokhov, A. N., Kernozhitskiy, V. A., Mironov, A. N., & Shestopalova, O. L. (2011). *Obespechenie nadezhnosti slozhnykh tekhnicheskikh sistem*. Saint Petersburg: Lan. (in Russian)
8. Polovko, A. M., & Gurov, S.V. (2006). *Fundamentals of the theory of reliability*. Saint Petersburg: BHV. (in Russian)
9. Ryabinin, I. A. (2000). *Reliability and safety of structurally complicated systems*. Saint Petersburg: Politekhnik. (in Russian)
10. Troshin, A. V. (2017). Optimizatsiya rezervirovaniya v kommutiruemykh paketnykh setyakh. *Infokommunikatsionnye tekhnologii*, 15(4), 354-360. (in Russian)
11. Shishmarev, V. Y. (2018). *Nadezhnost tekhnicheskikh sistem: uchebnik dlya bakalavriata i magistratury*. Moscow: Yurayt. (in Russian)
12. Chanda, N. (2015). Redundant Transmitting System in Aircraft (RTSA). *SAE Technical Paper Series*, 2015-01-2443. doi: 10.4271/2015-01-2443 (in English)

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

13. Jaberipur, G. (2017). Redundant Number System-Based Arithmetic Circuits. In *Arithmetic Circuits for DSP Applications* (pp. 273-312). Hoboken: John Wiley & Sons. doi: 10.1002/9781119206804.ch8 (in English)

Надійшла до редколегії: 30.04.2018

Прийнята до друку: 02.08.2018

TRANSLATION