

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФОРМ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТОГО ТОНКОСТЕННОГО ШВЕЛЛЕРА ПРИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОМ МЕСТНОМ ВЫПУЧИВАНИИ

Розглядається зв'язана втрата стійкості тонкостінних стержнів з попереднім локальним випучуванням при врахуванні загальної початкової недосконалості форми, ексцентриситету прикладення стискаючої сили і взаємного впливу загальної і локальної форм випучування.

Рассматривается связанная потеря устойчивости тонкостенных стержней с предварительным местным выпучиванием, с учетом общего начального несовершенства формы, эксцентриситета приложения сжимающей силы и взаимного влияния общей и местной форм выпучивания.

The coupled instability of thin-walled columns with a preliminary local buckling is considered taking into account the overall initial imperfection, eccentricity of the compression force application and interaction of overall and local buckling modes.

Основная идея теории связанного выпучивания тонкостенных стержней состоит в учёте взаимодействия форм потери устойчивости – общих (для которых контур поперечного сечения можно считать недеформируемым) и местных (для которых линии контакта отдельных пластин, образующих стержень, остаются неподвижными). Это взаимодействие является существенно нелинейным, поскольку в линейной теории все собственные формы (общие и местные) независимы.

В данной работе рассматривается задача о связанной потере устойчивости тонкостенных стержней швеллерного профиля с предварительным местным выпучиванием при учете общего начального несовершенства формы (искривления оси стержня), эксцентриситета приложения сжимающей силы и взаимного влияния общего изгиба и местной формы. Решение задачи включает: расчет общего докритического изгиба, расчет местной устойчивости с учетом общего изгиба, расчет равновесной ветви общего изгиба с «редуцированной» жесткостью поперечного сечения, определение предельной нагрузки.

### 1. Постановка задачи устойчивости

#### 1.1. Нагрузка местного выпучивания с учетом докритического общего прогиба

Рассматривается тонкостенный швеллер длиной  $L$ , шарнирно опертый на краях и нагруженный сжимающей силой  $P$ , приложенной с эксцентриситетом  $e$  (рис. 1,а).

Наличие эксцентриситета приложения нагрузки и/или начальной погиби  $w_{m0}$  (искривления оси стержня), приводит к перераспределению напряжений по сечению в докритическом

состоянии. Выражения для определения докритического прогиба внецентренно сжатого стержня (и максимального прогиба  $w_m$  при  $x = L/2$ ) получены в работе [1]:

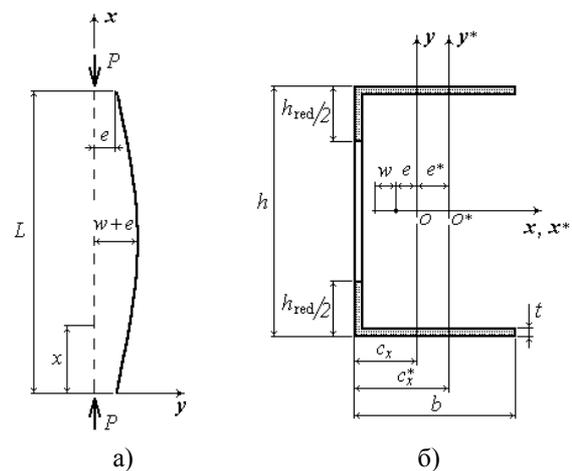


Рис. 1. Схема нагружения (а) и профиль редуцированного сечения швеллера при общем изгибе с догружением стенки (б)

$$w_m = \frac{4e/\pi + w_{m0}}{P_3/P - 1}, \quad (1)$$

( $P_3$  – критическая эйлерова нагрузка).

Расчет местной формы для совокупного поперечного сечения как соединения тонких пластин с разбиением элементов профиля на продольные полосы (см., напр., [2]) позволяет рассчитывать напряжения в срединной поверхности профиля с учетом докритического прогиба.

Влияние докритического прогиба на критическую нагрузку местной потери устойчивости внецентренно сжатого стержня при двух направлениях общего изгиба иллюстрирует

рис. 2. Рассматривались стержни швеллерного профиля различной длины с параметрами сечения  $b/h=0,4$ ,  $t/h=0,0125$  при эксцентриситете приложения сжимающей силы  $e_x=0,1b$  и несовершенстве по общей форме  $w_0=L/750$ . Эксцентриситет и погибь принимались одного знака, причем, в случае  $e_x < 0$ ,  $w_0 < 0$  догружалась стенка швеллера (рис. 2,а), при  $e_x > 0$ ,  $w_0 > 0$  догружались полки (рис. 2,б).

Снижение критической нагрузки местной потери устойчивости  $P_{M(w)}$  вследствие докритического общего прогиба становится особенно заметным при большой гибкости стержня ( $P_M$  – нагрузка местного выпучивания без учета докритического прогиба). Для равноустойчивого стержня по общей и местной формам выпучивания это снижение критической нагрузки составляет около 30 %.

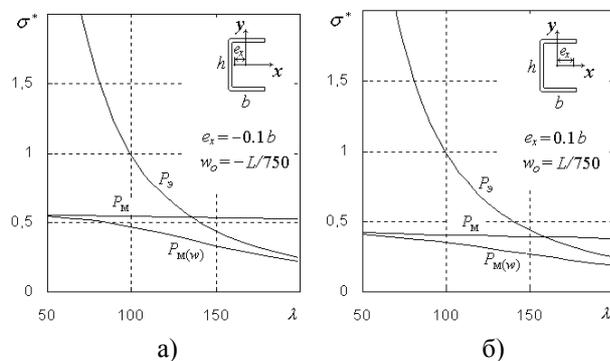


Рис. 2. Критические напряжения общего и местного выпучивания внецентренно сжатого швеллера

### 1.2. Устойчивость тонкостенного стержня с редуцированным поперечным сечением

Редуцирование поперечного сечения при местной потере устойчивости выполняется путем выключения из работы части сжатых элементов профиля с дальнейшим использованием в расчете «эффективного» сечения.

Известны различные способы учета изменения жесткостных характеристик пластин при местной потере устойчивости. Одна из первых формул для определения коэффициента редуцирования площади сжатого тонкостенного элемента предложена Т. Карманом [3]:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{max}}}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{кр}$  – напряжение в сжатом элементе при местной потере устойчивости;  $\sigma_{max}$  – максимальные напряжения в сжатом элементе.

Накопленный экспериментальный материал по исследованию закритического поведения тонкостенных конструкций позволил уточнить выражение (2). Дж. Винтер в работе [4]) предложил формулу

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{max}}} \left( 1 - 0,22 \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{max}}} \right). \quad (3)$$

При использовании формул Кармана и Винтера равновесная ветвь  $P = f(w)$  имеет два участка. На первом участке редуцирование не выполняется, т.е.  $\eta = 1$ . На втором участке – жесткость редуцируется по (2) или (3). Условие начала редуцирования получаются из (2) и (3) при  $\eta = 1$ . Редуцирование поперечного сечения по формуле Кармана начинается при уровне напряжений в догружаемом элементе, соответствующем напряжениям местного выпучивания  $\sigma_{max} = \sigma_{кр}$ . Редуцирование при использовании формулы Винтера начинается при напряжениях в догружаемом элементе  $\sigma_{max} = 0,453 \sigma_{кр}$ .

Для определения редуциционного коэффициента В. Койтером [5] предложена формула

$$\eta = 1 - (\bar{g}^2)^2 / \bar{g}^4, \quad (4)$$

где  $g(y)$  – поперечный профиль местной формы, а черта сверху обозначает среднее значение соответствующей величины.

Данный способ определения редуциционного коэффициента является весьма приближенным, во-первых, в связи с использованием в выражении (4) оценок снизу [5] и, во-вторых, вследствие того, что изменение профиля местной формы  $g(y)$  с ростом нагрузки не учитывается.

Кроме того, формулы Кармана (2) и Винтера (3) дают непрерывное изменение коэффициента редуцирования (с ростом нагрузки). По Койтеру (4) коэффициент  $\eta$  изменяется в момент местной потери устойчивости резко, скачкообразно (рис. 3).

Важным моментом является распределение «эффективной» площади по сечению сжатых элементов тонкостенных стержней при различных условиях опирания пластин на ненагруженных краях, а также в зависимости от направления общего изгиба стержня.

Наиболее обоснованным представляется подход, предложенный в работе [6]. В элементах профиля, опертых по двум продольным краям (стенках), эффективное сечение получается «удалением» средней части (рис. 4,а). В элементах со свободным краем (полках) выбор способа редуцирования зависит от ориентации относительно направления общего изгиба. В

полках, параллельных плоскости общего изгиба, «удаляется» часть пластины на свободном крае (рис. 4,б). Если полка расположена перпендикулярно плоскости общего изгиба, эффективное сечение получается «уменьшением» толщины, начиная со свободного края (рис. 4,в). Когда значение коэффициента редуцирования  $\eta \leq 0,5$  – «уменьшается» толщина полки в месте соединения со смежным элементом (рис. 4,з).

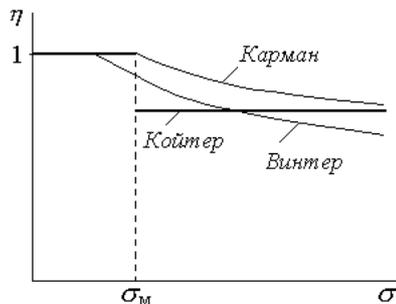


Рис. 3. Характер изменения коэффициента редуцирования при расчете по различным формулам

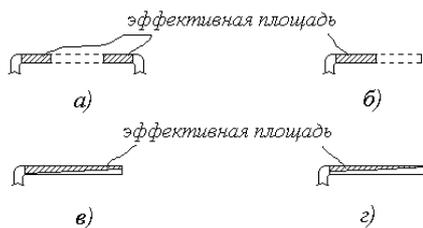


Рис. 4. Распределение «эффективной» площади по сечению

Следует учитывать также, что редуцирование элементов профиля приводит к изменению положения эффективного центра жесткости и жесткостных характеристик сечения стержня, что, в свою очередь, сказывается на общей устойчивости стержня в закритической области.

Для внецентренно сжатого стержня (рис. 1,а) принимаем прогиб  $w$  и общую погибь  $w_o$  в виде:

$$w = w_m \sin \frac{\pi x}{L}; \quad w_o = w_{mo} \sin \frac{\pi x}{L}, \quad (5)$$

( $w_m$ ,  $w_{mo}$  – амплитуды общего прогиба и начального несовершенства).

Дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня при общем изгибе

$$EI_* w_{,xx} = -P(w + e + w_o + e^*), \quad (6)$$

где  $I_* = f(\eta)$ ,  $e^* = f(\eta)$  – «редуцированный» момент инерции сечения и смещение эффективного центра жесткости.

Используя метод Бубнова-Галеркина, получим выражение для максимального прогиба в средней части по длине стержня

$$w_m = \frac{1}{P_*/P - 1} \left[ w_{mo} + 4/\pi(e + e^*) \right], \quad (7)$$

где  $P_* = \pi^2 EI_* / L^2$  – «редуцированная» эйлерова нагрузка.

Выражение для максимального прогиба (7) имеет такой же вид, как и у А. С. Вольмира [7], но, в отличие от [7], здесь, кроме начальной погиби, учитывается эксцентриситет приложения силы и смещение эффективного центра жесткости. Напряжения в стержне с редуцированной площадью  $A_*$  определяется с учетом смещения эффективного центра жесткости  $e^*$ .

### 1.3. Определение предельной нагрузки

Для тонкостенных стержней при центральном сжатии (со случайным эксцентриситетом), а также при внецентренном сжатии, когда догружаемый элемент испытывает равномерные напряжения по ширине (например, изгиб швеллера в плоскости симметрии с догрузением стенки), представляется оправданным определение предельной силы по началу текучести. В случае, когда напряжения в догружаемом элементе переменные по ширине (в полках внецентренно сжатого швеллера), такой способ определения предельной нагрузки будет давать значения силы «в запас». Кроме того, в случае моносимметричного профиля большое значение имеет направление общего изгиба. В этом можно убедиться, в частности, на примере внецентренного сжатия стержня швеллерного профиля (см. рис. 2).

## 2. Численный анализ решения и сравнение с экспериментами

На рис. 5 показаны равновесные ветви  $P^* = f(w)$ , построенные по (7) с использованием формул (2) – (4) для определения коэффициента редуцирования поперечного сечения, и уровень нагрузки, соответствующей местному выпучиванию  $P_{kp}^*$  для упругого центрально сжатого швеллера с параметрами:  $L/h = 6,67$ ,  $b/h = 0,4$ ,  $h/t = 50$ . Значение общей погиби –  $w_o = L/750$ . При общем изгибе догружается стенка (сжимающая сила приведена к безразмерному виду  $P^* = \frac{P}{E \cdot L^2} 10^6$ ).

При редуцировании по формуле Койтера изменение «эффективной» жесткости стержня

происходит в момент местного выпучивания, и прогиб нарастает скачкообразно (рис. 5,а). При использовании формул Кармана (рис. 5,б) и Винтера (рис. 5,в) прогиб увеличивается плавно.

Выполнено сравнение расчетов по изложенному подходу с результатами испытаний стержней швеллерного сечения, которые приведены в работе Н. J. R. Rasmussen, G. J. Hancock [8]. Испытывались шарнирно опертые сварные швеллеры из стали с высоким пределом текучести ( $R_y$  более 350 МПа), на центральное сжатие (со случайным эксцентриситетом), а также на внецентренное сжатие. Было испытано несколько серий стержней, отличавшихся шириной полки и стенки (длина варьировалась внутри каждой серии). Серия 1 включала стержни с параметрами:  $h = 250$  мм,  $b = 110$  мм,  $t = 5$  мм; серия 2:  $h = 360$  мм,  $b = 160$  мм,  $t = 5$  мм.

На рис. 6 показаны значения предельных (средних по сечению) напряжений отнесенных к расчетному сопротивлению ( $\sigma_{пр}^{ср}/R_y$ ) для экспериментальных образцов (обозначены маркерами), а также, рассчитанные по данному подходу с использованием формулы Винтера (3). Несовершенства общей формы приняты:  $w_o = L/750$ . Направление (знак) погиби принято таким, чтобы при общем изгибе догружались полки швеллера.

Прерывистой линией обозначены напряжения, соответствующие началу пластического деформирования в полках швеллера (на докритическом участке равновесной ветви). Как видно, редуцирование сечения по формуле Винтера дает надежный результат для всех серий образцов (при значительном запасе по силе). Формулы Кармана и Койтера не используются (то есть редуцирование не выполняется), т.к. пластические деформации начинаются до местной потери устойчивости.

Представленные на рис. 6 расчетные данные соответствуют общему изгибу стержней с догрузением полок швеллера. В случае противоположного направления общего изгиба несущая способность будет существенно выше.

В. Young, K. J. R. Rasmussen [9] испытывали центрально сжатые стальные стержни швеллерного профиля различной длины с параметрами поперечного сечения  $b = 36$  мм,  $h = 96$  мм,  $t = 1,5$  мм и жесткой заделкой нагруженных краев. Расчетное сопротивление материала  $R_y = 450$  МПа.

На рис. 7 показаны отношения предельной сжимающей нагрузки к нагрузке местного выпучивания, полученные в эксперименте,

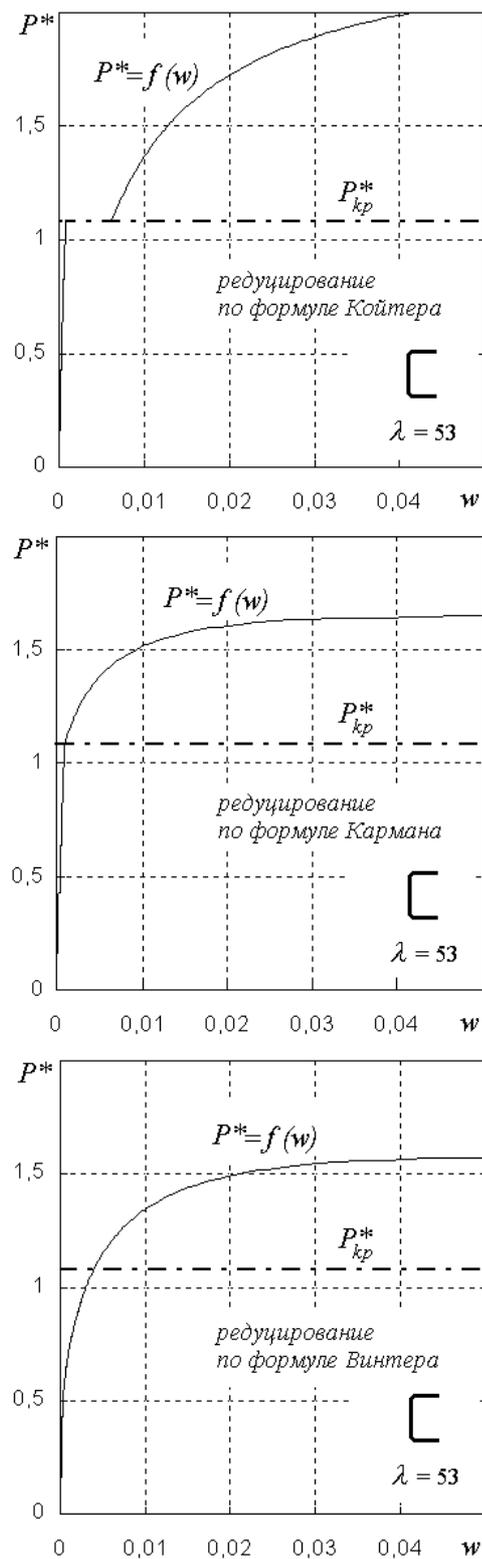


Рис. 5. Равновесные ветви для центрально сжатого швеллера при редуцировании сечения по различным формулам

результаты расчетов при редуцировании поперечного сечения по формуле Винтера (3) при общей погиби  $w_o = L/750$ , а также результаты расчетов, приведенные в [9] (пунктирная линия). В расчетах принималось, что при общем

изгибе догружается стенка швеллера. Расчет с использованием формулы Винтера хорошо описывает экспериментальные точки во всем диапазоне длин испытанных стержней.

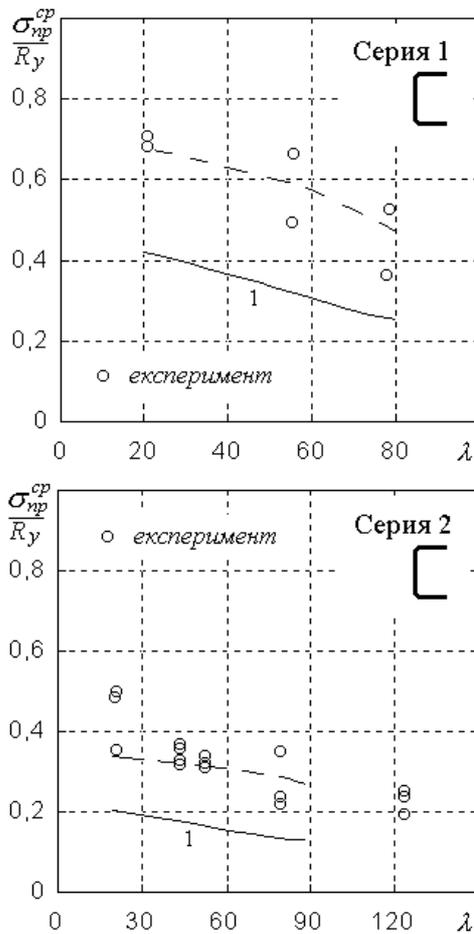


Рис. 6. Расчетные относительные предельные напряжения и экспериментальные данные [8]: 1 – редуцирование по Винтеру; (○) – эксперимент

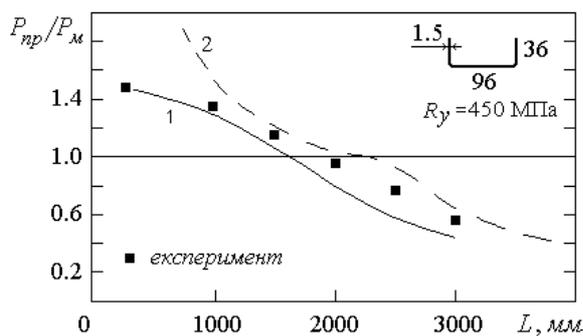


Рис. 7. Сравнение результатов расчета сжатого швеллера с экспериментальными данными [9]: 1 – редуцирование по Винтеру

Таким образом, можно сформулировать следующие выводы:

- использование концепции «эффективной» площади позволяет исследовать послекри-

тическое поведение тонкостенных стержней с предварительным местным выпучиванием;

- применение формулы Винтера сечения позволяет получить значения предельной нагрузки, которые хорошо описывают экспериментальные данные;

- при определении несущей способности моносимметричных профилей с предварительным местным выпучиванием большое значение имеет направление общего изгиба.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Маневич, А. И. Связанная потеря устойчивости тонкостенных стоек прямоугольного сечения при внецентренном сжатии [Текст] / А. И. Маневич, С. В. Ракша // Изв. вузов. Строительство. – 1995. – № 1. – С. 21-27.
2. Маневич, А. И. Местное и связанное выпучивание тонкостенных стержней при сжатии и изгибе в двух плоскостях [Текст] / А. И. Маневич, С. В. Ракша // Polish-Ukrainian Transaction. – 4, v. 1, Part 2. – Warsaw-Dniepropetrovsk, 1996. – С. 270-275.
3. Karman, Th. H. The strength of thin plates in compression [Текст] / Th. Karman, E. E. Sechler, L. H. Donnell // Transactions, ASME. – 1932. – 54. – P. 53-57.
4. Winter, G. Strength of thin steel compression flanges [Текст] / G. Winter // Transactions. – 1947. – V. 112, Paper № 2305. – P. 527-554.
5. Koiter, W. T. A general theory for the interaction between local and overall buckling of stiffened panels [Текст] / W. T. Koiter, M. Pignataro // WTHD. – 1976. – № 83. – 49 p.
6. DeWolf, J. T. Local and overall buckling of cold-formed members [Текст] / J. T. DeWolf, T. Peokoz, G. Winter // J. Struct. Div. – 1974. – ST 10. – P. 2017-2036.
7. Вольмир, А. С. Устойчивость упругих систем [Текст] / А. С. Вольмир. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 879 с.
8. Rasmussen, H. J. R. Compression tests of welded channel section columns [Текст] / H. J. R. Rasmussen, G. J. Hancock // J. Struct. Engng. ASCE. – 1988. – 115, № 4. – P. 789-808.
9. Young, B. Inelastic bifurcation of locally buckled channel columns [Текст] / B. Young, K. J. R. Rasmussen // Thin-walled structures. Research and development (Proc. of the Second Int'l Conf. on Thin-Walled Structures), Singapore, 1998. – P. 409-416.

Поступила в редколлегию 17.06.2009.

Принята к печати 23.06.2009.