

В. В. СКАЛОЗУБ (ДИИТ), В. Вл. СКАЛОЗУБ (Днепропетровский государственный аграрный университет)

## РАЗВИТИЕ МЕТОДА НЕЧЕТКО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ЭКОНОМИКИ

Розроблено моделі та методи нечіткого адаптивного управління на основі даних спостережень, що ураховують також статистичну інформацію й умови ризику.

Разработаны модели и методы нечеткого адаптивного управления на основе данных наблюдений, которые также учитывают статистическую информацию и условия риска.

The mathematical models and methods for adaptive fuzzy control are offered. The methods also take into account the statistical information and risk conditions at the control implementation.

### Введение

В работе представлены результаты исследований, направленных на развитие метода нечетко-статистического моделирования и управления (НСУ) на основе данных наблюдений [1], которые обобщают известные методы нечеткого управления (НУ), разработанные для нечетких экспертных систем [2, 3]. Содержание метода НСУ состоит в объединении в единой математической модели различных форм описания основных характеристик неопределенности параметров (вероятностная и нечеткая интерпретации обрабатываемых данных) сложных технологических либо экономических процессов. С формальной точки зрения строится модель и соответствующий метод управления, оперирующий вероятностными оценками нечетких множеств; вместе с тем обобщенный показатель неопределенности системы, на основе которого выбирается управление, можно трактовать как составляющую энергии нечеткого множества [3]. Для формирования моделей автоматизированного управления существенно, что одни из переменных НСУ характеризуют нормативные параметры (либо качественные, субъективные оценки), а другие – результирующие характеристики (фактически реализованные значения параметров). Целесообразность использования и специфика моделей НСУ основана на неоднородности статистических характеристик входных переменных, а также управляющих величин, характеризующих рассматриваемые процессы. В первую очередь, это связано с невозможностью на практике точного определения параметров состояния управляемой системы и значений функций принадлежности. Введение статистических

данных, которые отражают реализации процессов, в модель задачи управления в качестве дополнительной к оценкам степени принадлежности информации является эффективным механизмом адаптации, который формируется на основе мониторинга значений параметров экономических и технологических систем.

В рамках современных производственных систем управления такие статистические данные позволяют выполнить автоматизированное моделирование величин, входящих в нечеткие производственные модели баз знаний. Параметры нечетких величин «взвешиваются» статистическими параметрами, при выполнении процедур нечеткого управления, в первую очередь методов «скаляризации» при вычислении оценок величины управляющего воздействия [2, 3].

Главной отличительной чертой и научной новизной предлагаемых методов управления в условиях неопределенности является включение в НСУ принципов известных методик принятия рациональных решений в условиях риска. При этом исследуется возможность углубления содержания нечеткого управления за счет дальнейшего развития НСУ. А именно, для формирования нечетко-статистического управления на этапе «скаляризации» предлагается использовать аналог меры оценки эффективности инвестиционных портфелей – отношения У. Шарпа [4]. Схематически расширенная процедура НСУ (НСУШ) может быть представлена следующим образом. Формируется нечетко-статистическая мера (НСМ) области значений управляемых параметров систем в виде произведения – взвешивания степени принадлежности вероятностными оценками. Для такой обобщенной характеристики неопределенности НСМ выполняется стандартная про-

цедура НУ со «скаляризацией», например, на основе вычисления «центра тяжести», а также расчет обобщенного показателя неопределенности для точки «центр тяжести». В отличие от классических схем нечеткого вывода, вычисление НСУ на этом этапе не заканчивается, а найденное значение (или же некоторое заданное, рассчитанное с учетом оценки управления в точке «стандартного» НСУ– решения) обобщенного показателя используется для того, чтобы выделить область значений управляемых параметров, в которой интегральная характеристика неопределенности имеет предпочтительные оценки. А именно, в каждой точке выделенной на основе дополнительного ограничения области вычисляется показатель, сходный по структуре и в определенной мере содержательно с отношением У. Шарпа. В качестве управления принимается точка выделенной области, в которой введенное отношение принимает экстремальное (максимальное) значение. Последнее свойство служит обоснованием выбора на основе введенной меры НСМ.

В работе приводятся примеры реализации НСУ для ряда задач экономики, которые сравниваются с соответствующими решениями, полученными и с учетом предложенной модификации нечеткого вывода на основе показателя, подобного отношению У. Шарпа (НСУШ).

### Процедуры метода нечетко-статистического управления

Рассмотрим содержательные постановки задач управления, условия осуществления и свойства решений которых характеризуются статистической и нечеткой информацией, чтобы выявить их общую формальную структуру, характерную для концепции нечеткого моделирования и не связанную с содержательными различиями. Существенно, что для построения моделей управления далее предполагается наличие данных о подобных ранее реализованных задачах, что служит дополнительным как нечетким, так и статистическим базисом, используемым для более обоснованного выбора управления.

Пусть задача по выбору экономически целесообразного управления ( $\tilde{Y}$ ) при неопределенности сводится к оценке величины некоторого ресурса либо прогнозу ожидаемого времени выполнения работы при использовании нормативного ресурса. Управление зависит от оценок двух характеристик: объема ( $\tilde{X}_1$ ) и удельной трудоемкости работы ( $\tilde{X}_2$ ). Объемный показа-

тель и показатель трудоемкости, а также требуемый ресурс представляются в виде нечетких величин для 2 возможных случаев выбора управлений – функционирования системы: условия, близкие к нормальным ( $\tilde{S}_1(\tilde{A})$ ); функционирование с перегрузкой ( $\tilde{S}_2(\tilde{B})$ ). Примером такой задачи выбора нечеткого управления является планирование затрат на выполнение заказов, поступающих от множества абонентов. Здесь  $\tilde{X}_1$  – средний объем поступающих за некоторый период заказов,  $\tilde{X}_2$  – оценка их удельной трудоемкости (сложность обработки и затраты на выполнение отдельного заказа),  $\tilde{Y}$  – планируемое время обработки всей совокупности заказов (предполагаемые затраты). Такие задачи выбора управления имеют ряд особенностей, из которых наиболее существенна очевидная невозможность задания точных значений параметров  $\tilde{X}_1$  и  $\tilde{X}_2$ , оценивающих условия задач по выбору управлений  $\tilde{Y}$ , состояние системы управления. Здесь на этапе оценки состояния системы могут применяться статистические методы.

В указанном примере необходимость и содержание нечетко-статистического управления обусловлено двумя обстоятельствами. Формально они затрагивают переменные-посылки и переменные-заключения правил продукций стандартного модуля нечеткого управления (математической модели процесса) [2, 3]. Первое связано с тем, что, например, согласно статистическим данным частоты разных возможных значений объемного показателя ( $\tilde{X}_1$ ) и показателя удельной трудоемкости ( $\tilde{X}_2$ ) были не одинаковы. В то же время для одинаковых предварительных оценок величин требуемых ресурсов (в области их возможных значений) частоты реализаций фактических времен (затраченных объемов ресурсов) оказываются различными. Очевидно, что операция выбора значений параметров управлений (переменных-заклучений относительно прогноза требуемых ресурсов) среди одинаковых по достоверности величин должна учитывать статистическую природу рассматриваемых процессов.

Более сложным является учет статистической неоднородности значений переменных-посылок. Как правило, в стандартном нечетком управлении роль переменных-посылок проявляется при «фаззификации» – соотношении текущей ситуации ( $X_*$ ) с описанием нечетких правил и получением оценок меры их соответ-

ствия в виде степени принадлежности ( $X_* \in \tilde{A}_k(X)$ ), где  $\tilde{A}_k(X)$  описывает одну из нечетких переменных рассматриваемого правила продукции. Классическая схема НСУ построена исходя из предположения, что значение ( $X_*$ ) известно точно и возможно однозначно вычислить степень принадлежности  $\mu_F(X_* \in \tilde{A}_k(X))$ . Если же рассматриваемая для принятия решения ситуация ( $X_*$ ) может быть оценена в другом виде, например, с точностью до некоторого интервала ( $X_{*\Delta} \in [X_{(-)}, X_{(+)}]$ ), то однозначно вычислить степень принадлежности  $\mu_F(X_{*\Delta} \in \tilde{A}_k(X))$  не удастся. Именно в этом случае статистические свойства переменных-посылок служат дополнительной информацией для расчета обоснованных значений оценок  $\mu_F(X_{*\Delta} \in \tilde{A}_k(X))$ . При этом для различных форм описаний значений входных множеств, представляющих ситуации принятия решений при неопределенности ( $\hat{X}_*$ ), потребуются различные методики вычисления степеней принадлежности  $\mu_F(\hat{X}_* \in \tilde{A}_k(X))$ .

Классический модуль нечеткого управления (НУ) основан на правилах нечеткой импликации  $\mu_{A \rightarrow B}(x, y)$ , и состоит из следующих эта-

пов [2, 3]: оценка текущего состояния и «фаззификация» входных данных (оценка степеней принадлежности  $\mu_F(\hat{X}_* \in \tilde{A}_k(X))$ ), модификация нечетких переменных-заключений для всех правил, формирование результирующих нечетких множеств (или же их суперпозиции), отображение результирующих нечетких множеств в единственное управляющее воздействие («дефаззификация, скаляризация») методами центра тяжести, максимума функции принадлежности и др. Заметим, что метод выбора НУ априори предполагает одинаковыми и поэтому не учитывает вероятности возможных значений как входных, так и выходных параметров, относительно которых, в конечном счете, и вычисляется управление.

Метод нечетко-статистического управления отличается тем, что учитывает различие вероятностей возможных значений входных и выходных параметров. Это является содержательным основанием для применения НСУ как при решении задач фаззификации, так и при выборе результирующего воздействия, дефаззификации, что позволило определить НСУ как модификацию классического нечеткого управления [1, 5]. Наглядно НСУ может быть представлено в виде графической схемы (рис. 1), которая далее определена аналитически, следуя [1, 2].

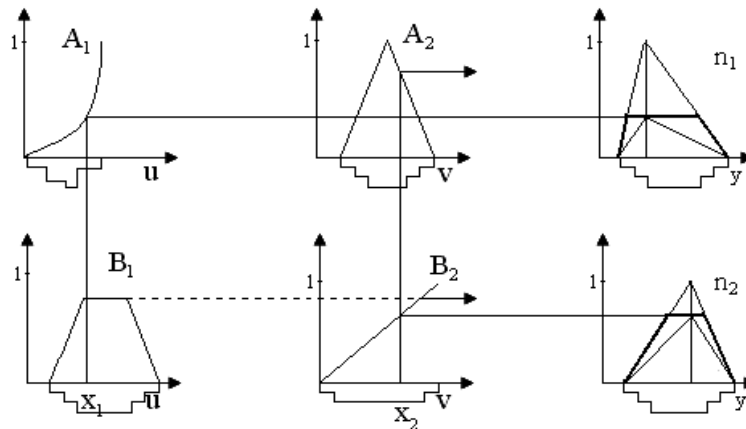


Рис. 1. Графическая схема нечетко-статистического управления

Рис. 1 соответствует примеру задачи выбора управления, когда правила  $\{\pi_j(X \mapsto Y)\}_q$  имеют две нечеткие переменные-посылки ( $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2$ ) и нечеткую переменную-вывод  $\tilde{Y}$ . Значения величин ( $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2$ ) измеряются с помощью показателей  $\{u, v\}$ . Правило, изображенное на рис. 1 сверху, соответствует ситуации ( $A_1, A_2$ ), частота которой при наблюдениях составляла  $n_1$ , в то время как частота ситуации ( $B_1, B_2$ )

равнялась  $n_2$ . В виде условных гистограмм  $G(X_i); i \in \{1, 2\}$  на рис. 1 представлены свойства неоднородности частот возможных значений переменных-посылок и переменных-заключений. В качестве результирующих значений величин, используемых для установления степеней принадлежности наблюдаемых переменных-посылок, на рис. 1 указаны ( $X_1, X_2$ ).

В рамках НСУ эти значения не определяются однозначно по данным наблюдений (измере-

ний состояний системы), а рассчитываются на основе процедур, подобных вычислению математического ожидания случайных величин, представленных гистограммами. Как показано на рис. 1, переменные-заклучения  $\tilde{Y}$  могут модифицироваться на основе измерений степеней принадлежности посылок в соответствии с различными правилами – Мамдани (минимума), Ларсена (произведения) и др. [2]. В соответствии с одной из основных форм классической процедуры нечеткого управления модификация переменных-заклучений  $\tilde{Y}$  выполняется с использованием правила Мамдани для степеней принадлежности переменных-посылок (модификация правой части правила по уровню меньшей из степеней принадлежности посылок).

Указанная возможность модификации нечеткого управления использует определение вероятности расплывчатого [6, с. 183], согласно которому расплывчатое событие  $A$  в пространстве  $R^n$  с заданной в нем вероятностной мерой  $P$  является расплывчатым подмножеством, когда его функция принадлежности  $\mu_A$  измерима. При этом вероятность соответствующего расплывчатого события задается интегралом

$$P(A) = \int_{R^n} \mu_A(x) dP = \int_{R^n} (\mu_A(x) f_A(x)) dx, \quad (1)$$

где  $f_A(x)$  – функция плотности. Таким образом, вероятность расплывчатого события определяется с помощью оператора математического ожидания  $P(A) = E(\mu_A)$  (1), где нечеткие и статистические величины входят подобным образом.

Схема рис. 1 отражает следующие этапы процедуры НСУ:

1) расчет результирующих значений величин  $X_i$  для установления степеней принадлежности наблюдаемых переменных-посылок; далее считается, что рассматриваемая ситуация управления ( $X_*$ ) может быть оценена с точностью до некоторого интервала ( $X_{*\Delta} \in [X_{(-)}, X_{(+)}]$ ). Для вычисления  $X_i$  и далее  $\mu_F(X_i \in \tilde{A}_i(X))$  используются следующие методы. Во-первых,  $X_i$  является математическим ожиданием с учетом гистограмм распределения в интервале  $[X_{i(-)}, X_{i(+)}]$  возможных значений переменных, т.е.

$$X_i = \int_{x \in [X_{i(-)}, X_{i(+)}]} x g_i(x) dx, \quad (2)$$

где  $g_i(x)$  есть функция плотности для данных  $G(X_i); i \in \{1, 2\}$ . На основании значения  $X_i$  стандартным способом, изображенном на рис. 1, вычисляется  $\mu_F(X_i \in \tilde{A}_i(X))$ , завершая процедуру фаззификации.

Во-вторых, величина  $\mu_F(X_i \in \tilde{A}_i(X))$  вычисляется согласно (1) как нормированное взвешенное значение  $\mu_F(X_i \in \tilde{A}_i(X))$  для интервала неопределенности  $[X_{i(-)}, X_{i(+)}]$ :

$$\mu_F(X_i \in \tilde{A}_i(X)) = \frac{\int_{x \in [X_{i(-)}, X_{i(+)}]} \mu_{F_i}(x \in A_i(x)) g_i(x) dx}{\int_{x \in [X_{i(-)}, X_{i(+)}]} g_i(x) dx}. \quad (3)$$

Обозначения уравнения (3) соответствуют приведенным выше величинам.

2) На основе  $\mu_F(X_i \in \tilde{A}_i(X))$  (3) посылки для правил  $\{\pi_j(X \mapsto Y)\}_q$  рассчитывается  $\mu_{F_j}\{\pi_j(X \mapsto Y)\}$  – мера его соответствия оцениваемой ситуации выбора управления, согласно НУ [2]. Правила со значениями  $\mu_{F_j}$  меньше заданного уровня могут быть отброшены. Исключение несущественных правил также может быть выполнено путем сравнительного анализа относительных значений  $\mu_{F_j}$ . При исключении правил следует учитывать и частоты  $n_1, n_2$  появления ситуаций ( $A_1, A_2$ ), ( $B_1, B_2$ ) и др.

3) Модификация нечетких моделей переменных-заклучений  $\tilde{Y}$  с использованием величин  $\mu_{F_j}\{\pi_j(X \mapsto Y)\}$  [2].

4) Формирование суперпозиции правил  $\{\pi_j(X \mapsto Y)\}_q$  в соответствии с [2], которая дополняется построением интегральной по всем правилам гистограммы  $G(Y)$ , характеризующей различные частоты реализации возможных значений переменной-решения.

5) Расчет результирующей величины нечетко-статистического управления согласно

$$Y_* = \frac{\int_{y \in [Y_{(-)}, Y_{(+)}]} y \mu_F(y \in \tilde{Y}(y)) g_Y(y) dy}{\int_{y \in [Y_{(-)}, Y_{(+)}]} \mu_F(y \in \tilde{Y}(y)) g_Y(y) dy}. \quad (4)$$

Предлагаемое обобщенное нечетко-статистическое управление, основанное на исполь-

зовании в качестве характеристики неопределенности решения  $X$  величины

$$\varphi(x) = \mu(x) \cdot p(x), \quad (5)$$

представляющей произведение степени принадлежности  $\mu(x)$  на плотность вероятности  $p(x)$  в произвольной допустимой точке  $X$ . В стандартном методе нечеткого управления на этапе «скаляризации» при выборе величины управления часто используют оценку центра тяжести вида

$$x_{цф} = \frac{\int_a^b x \varphi(x) dx}{\int_a^b \varphi(x) dx}. \quad (6)$$

Заметим, что в предлагаемом случае в (6) используется характеристика неопределенности (5), а не  $\mu(x)$ , как в известных процедурах [2, 3].

## Модуль нечетко-статистического управления Такаги-Сугено

Нечеткое управление Такаги-Сугено отличается тем, что нечеткие величины присутствуют лишь в посылках правил управления, в то время как заключительное решение выбирается на основе детерминированных функций [2]. Степени неопределенности, характеризующие исследуемое состояние системы, являются оценками весовых коэффициентов при вычислении интегрального показателя, учитывающего результаты применения каждого из отдельных правил. В модифицированном модуле нечетко-статистического управления Такаги-Сугено при расчетах характеристик неопределенности каждого из правил вместо степеней принадлежности  $\mu_F(\hat{X}_* \in \tilde{A}_k(X))$  правил используются обобщенные значения вида (1), (5), в то же время остальные этапы вычисления значений управлений выполняются в соответствии с [2] (рис. 2).

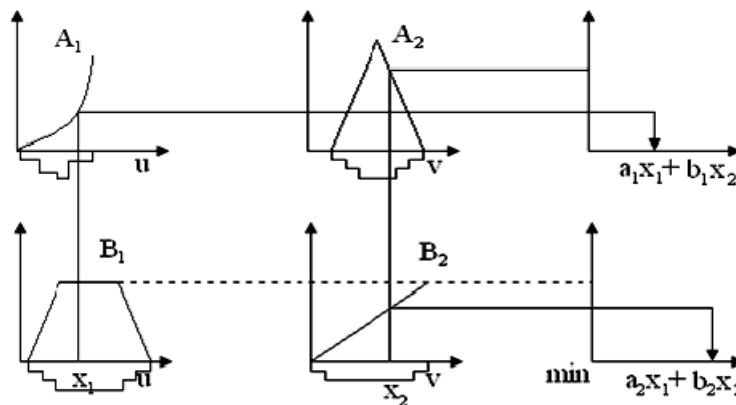


Рис. 2. Графическая схема нечетко-статистического управления Такаги-Сугено

### Выбор нечетко-статистического управления с использованием отношения У. Шарпа

С учетом обобщенной характеристики неопределенности (5) возможно развитие метода нечетко-статистического управления за счет привлечения методик принятия экономически обоснованных решений в условиях неопределенности, в частности, использования отношения У. Шарпа [1]. Как известно, это отношение применяется при выборе оптимальных инвестиционных портфелей путем сравнения относительных показателей в соответствии со следующим критерием:

$$v_i = \frac{m_i - r_n}{\sigma_{ni}} \rightarrow \max_i, \quad (7)$$

где  $m_i$  – математическое ожидание,  $r_n$  – установленный предельно допустимый уровень,  $\sigma_{ni}$  – среднее квадратическое отклонение искомой характеристики (эффективности портфеля). Таким образом, предпочтение отдается тому решению, у которого больше относительное приращение качества с учетом неопределенности, представленной  $\sigma_n$ .

Модификация НСУ с использованием критерия (7) – НСУШ – выполняется следующим образом. На основе уравнения (6) вычисляется значение нечетко-статистического управления, в точке решения рассчитывается оценка (4), обозначенная как  $\varphi_*$ :

$$C_* = \varphi(x_{ц\varphi}) = \varphi_*, \quad (8)$$

в качестве  $\varphi_*$  может выбираться и некоторый другой уровень допустимых оценок степеней принадлежности возможных решений. Далее формируется суженная область решений, для которой выполнены условия вида:

$$D_\varphi(x) = \{x \mid \varphi(x) \geq \varphi_*\}. \quad (9)$$

Уточнение решения модифицированного управления производится в области, удовлетворяющей условиям (5), на основе критерия вида:

$$v_\varphi(x): \frac{[\varphi(b) - C_*]^2}{Q^2(b)} \rightarrow \max_{b \in D_\varphi}, \quad (10)$$

где величина

$$Q^2(b) = \int_a^b (x-b)^2 \varphi(x) dx \quad (11)$$

отражает рассеяние (9) относительно возможного решения « $b$ ». Содержательно такое решение устанавливает некоторую точку « $b$ » в области (9), для которой дополнительное относи-

тельное приращение целевого показателя с учетом риска (характеристика неопределенности искомой величины) максимально.

Различие решений нечеткого и нечетко-статистического управления в приведенных выше различных формах показывает следующий пример (рис. 3) [5]. На рисунке представлены следующие характеристики ситуации выбора оптимального управления с учетом различных видов неопределенности:  $M(X)$  – степень принадлежности,  $P(X)$  – плотность вероятности,  $Fi(X) = M(X) \cdot P(X)$  – аналог отношения У. Шарпа  $V(b)$ ,  $Fi(X) > 0,38$  задано для выбора управления на основе  $V(X)$ . Для классического нечеткого управления (НУ) и различных видов НСУ получены следующие решения: НУ на основе «центр тяжести» ( $M(X)$ ) –  $X = 1$ , НСУ ( $Fi(X)$ ) –  $X = 1,2$ , НСУШ (5) ( $V(X)$ )  $X = 1,28$ , максимум  $Fi(X)$  в точке управления  $X = 4/3$ . Таким образом, учет наряду с нечеткой также и статистической информации, дополненной предпочтениями в условиях риска, приводит к существенному различию в рекомендуемых рациональных управлениях.

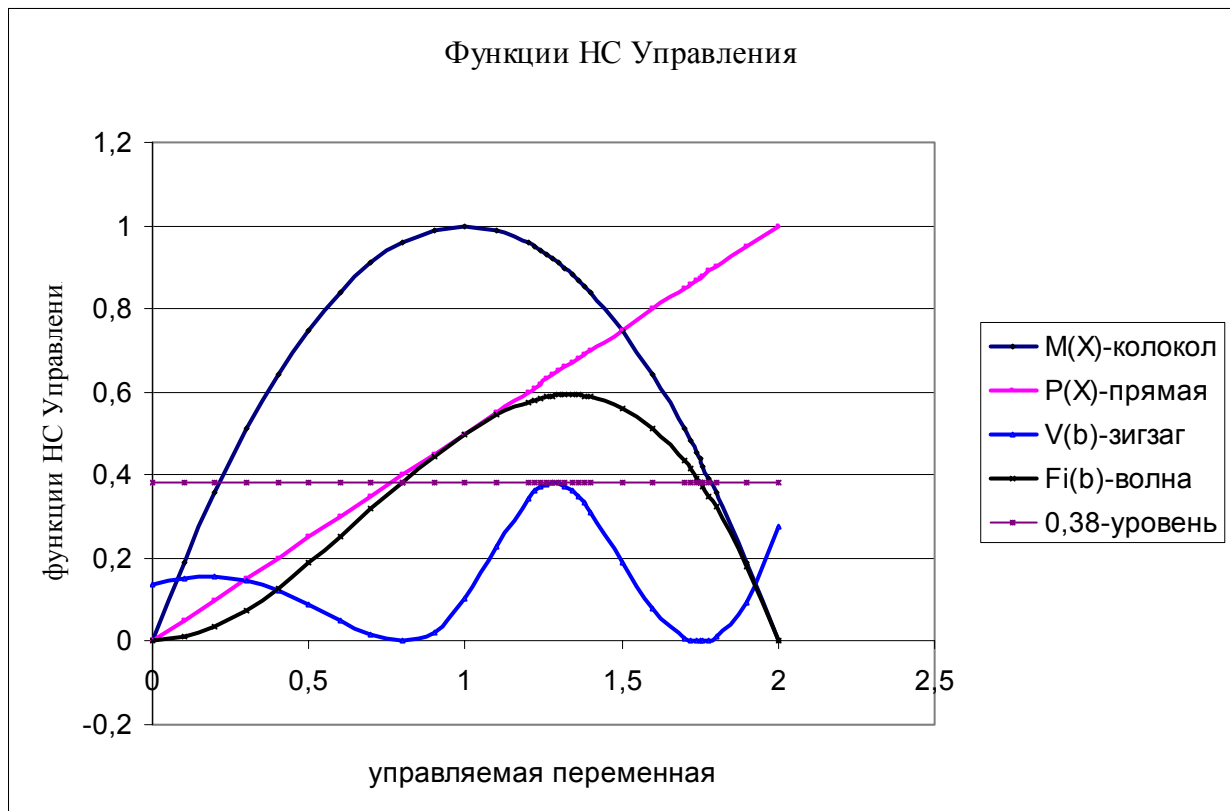


Рис. 3. Реализация различных форм выбора управления с учетом нечетких

## Выводы

Разработаны модели, методы и адаптивные автоматизированные процедуры, использующие нечетко-статистическое моделирование и управление на основе данных наблюдений. При этом предложен метод формирования нечетко-статистического управления с использованием отношения У. Шарпа [4]. В них развитие процедур классического нечеткого управления [2, 3] получено за счет дополнительного учета статистической неоднородности входных переменных и формирования соответствующих управлений.

Показано, что в автоматизированных системах управления (АСУ) железнодорожного транспорта имеется возможность введения в процедуры управления дополнительных механизмов адаптации, связанных с данными наблюдений, мониторинга исследуемых процессов. Статистические данные, накапливаемые в базах знаний АСУ, позволяют выполнять автоматическое или автоматизированное моделирование величин, используемых в моделях управления, технологическими и экономическими процессами, в том числе на основе нечетких продукционных баз знаний. В последнем случае могут быть непосредственно применены предложенные выше методы НСУШ.

Для реализации предложенных методов развиты соответствующие информационные технологии адаптивного нечетко-статистического моделирования и управления по данным наблюдений.

Они частично реализованы в задачах из области моделирования, управления и планирования на железнодорожном транспорте, в автоматизированных системах управления грузовыми перевозками на полигоне железных дорог Украины и некоторых других технологических и экономических сферах. Реализации НСУ и НСУШ показали их достаточно высокую эффективность и универсальность.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Скалозуб, В. В. Метод и информационные технологии нечетко-статистического управления [Текст] / В. В. Скалозуб // Системні технології. – 2008. – № 1<sup>7</sup> (50). – С. 120-127.
2. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы [Текст] / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004. – 452 с.
3. Яхьяева, Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети [Текст] / Г. Э. Яхьяева. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий, БИНОМ, 2008. – 316 с.
4. Шарп, У. Инвестиции [Текст] / У. Шарп. – М.: ИНФРА-М, 1994. – 268 с.
5. Скалозуб, В. В. Нечетко-статистическое и нейронно-сетевое моделирование и управление в задачах экономики. [Текст] / В. В. Скалозуб, В. Вл. Скалозуб // Тез. докл. VIII межд. науч. конф. «Проблемы экономики транспорта». – Д.: ДИИТ, 2009. – С. 146-147.
6. Беллман, Р. Принятие решений в расплывчатых условиях [Текст] / Р. Беллман, Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – С. 172-215.

Поступила в редколлегию 08.07.2009.

Принята к печати 03.12.2009.