## В. Е. АРТЁМОВ, И. Г. МУДРАЯ (ДИИТ)

## ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ НЕРАЗРЕЗНЫХ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ МОСТОВ

В роботі розглянуто питання моделювання вільних та вимушених коливань металевих нерозрізних прогонових будов залізничних мостів із застосуванням методу скінченних елементів.

В работе рассмотрены вопросы моделирования свободных и вынужденных колебаний металлических неразрезных пролетных строений железнодорожных мостов с применением метода конечных элементов.

The issues of simulation of free and forced vibrations of railway metallic continuous spans with the application of finite-element method are considered in the article.

Вопросы моделирования совместных колебаний упругих механических систем под движущейся нагрузкой долгое время привлекают внимание ученых и исследователей из различных областей технических наук. В области прикладного расчета и проектирования мостовых конструкций динамическое влияние внешних сил учитывается путем введения в расчет динамических коэффициентов, получаемых эмпирическим путем в зависимости от длины загружения равномерно распределенной нагрузкой линии влияния рассматриваемого силового или кинематического фактора. Формулы для определения динамических коэффициентов имеют похожий вид для всех типов мостовых конструкций, а длина загружения линии влияния входит в них в знаменателе соответствующей дроби, уменьшая тем самым динамическую добавку [1]. Таким образом, полагается, что динамическое влияние вертикальной составляющей подвижной нагрузки убывает с ростом величины пролета сооружения.

Эмпирическая природа динамического коэффициента делает актуальными поиски методов его уточнения. Неоднозначным является также предположение о сплошности железнодорожного подвижного состава, который в нормах [1] регламентирован как эквивалентная равномерно распределенная нагрузка. Следует отметить, что в зарубежных нормах по проектированию мостов [2] при описании железнодорожного подвижного состава учитываются некоторые характерные особенности его конструкции, например, между участками равномерно распределенной нагрузки присутствуют разрывы, моделирующие длину автосцепок.

Неразрезные пролетные строения мостов, особенно больших пролетов, занимают отдельное место среди стержневых строительных конструкций. Являясь статически неопределимыми системами, неразрезные пролетные строения весьма чувствительны к неравномерному вертикальному перемещению опор, особенно резко это проявляется в мостах с относительно небольшими пролетами. Однако для таких конструкций отмечается плавность эпюр изгибающих моментов в местах переломов на промежуточных опорах, что повышает комфорт езды по сравнению с обычными разрезными балками.

Динамическая работа неразрезных пролетных строений мостов изучена еще не в полной мере. Появление локальных трещин в элементах стальных ферм, возникновение эксцентриситетов мостового полотна, снижение общей грузоподъемности неразрезного пролетного строения с большой долей вероятности можно считать следствием динамических нагрузок.

Данная работа содержит результаты исследования собственных колебаний неразрезных пролетных строений мостов, а также их вынужденных совместных колебаний под нагрузкой от подвижного состава. Рассматриваются неразрезные металлические пролетные строения следующих схем (длины пролетов в м): с ездой понизу –  $2 \times 110$ ;  $2 \times 132$ ;  $3 \times 110$ ;  $3 \times 132$ ; 110 + 132 + 110; 132 + 154 + 132; с ездой поверху –  $2 \times 55$ ;  $2 \times 66$ . Во всех пролетных строениях балочная клетка включена в совместную работу с поясами главных ферм.

Построение точной континуальной математической модели неразрезного пролетного строения моста связано с определенными трудностями, в первую очередь, из-за сложной пространственной геометрии сооружения, поэтому прибегнем к его дискретизации. Ограничимся рассмотрением колебаний системы в вертикальной плоскости; т.к. пролетное строение и временная нагрузка являются симметричными системами относительно вертикальной плоскости, проходящей через ось моста, выделим для расчета одну плоскость главных ферм, прило-

<sup>©</sup> Артёмов В. Е., Мудрая И. Г., 2010

жив к элементам нижнего пояса постоянную равномерно распределенную нагрузку от веса главных балок и мостового полотна интенсивностью *q*.

В качестве среды для моделирования свободных и вынужденных колебаний пролетных строений используем расчетный программный комплекс «Лира», основанный на методе конечных элементов (МКЭ). Согласно традиционному подходу к расчету стержневой механической системы методом конечных элементов, модель конструкции разделяется на стержневые элементы, обладающие жесткостными и массовыми характеристиками исходной конструкции, стыкуемые в узлах [3]. Сосредоточенные массы  $m_i$  и заданные нагрузки  $F_i$  также приводятся к узловым точкам, а сама система находится в глобальной системе координат  $O_{xyz}$  (рис. 1).



Рис. 1. Расчетная динамическая схема пролетного строения

Гармонический анализ является одной из разновидностей динамического расчета конструкции и проводится с целью определения ее динамических характеристик, в частности, частот свободных колебаний. При этом решение дифференциальных уравнений движения узлов системы отыскивается в виде набора гармонических функций, упрощая тем самым задачу интегрирования системы дифференциальных уравнений для случая, когда ее решение известно или может быть аппроксимировано. В табл. 1, 2 приведены значения линейной частоты свободных изгибных колебаний неразрезных металлических пролетных строений.

Таблица	1
гаолица	1

значения линеинои	частоты, і ц

N⁰	Схема пролетного строения				
формы	2×55	2×66	$2 \times 110$	2×132	
1	4,0	2,9	2,2	1,6	
2	5,1	3,9	3,0	2,3	
3	10,9	8,7	5,0	4,2	
4	11,7	9,5	6,2	5,2	
5	13,0	10,6	6,9	5,6	
6	13,7	11,4	7,0	5,6	
7	18,8	15,5	8,0	7,9	
8	20,4	16,7	8,1	8,0	

Как видно из полученных результатов, спектр частот свободных колебаний для пролетных строений с ездой понизу существенно плотнее аналогичного спектра для пролетных строений с ездой поверху, также заметно влияние длины пролетов. Значения частоты свободных колебаний для пролетных строений 2×55, 2×66 по сравнению с остальными ближе к спектру частот разрезных пролетных строений мостов аналогичных решетчатых систем.

Значения линейной частоты, Гц

Таблица 2

Схема пролетного строения			
		110 +	132 +
$3 \times 110$	3×132	+ 132 +	+ 154 +
		+ 110	+ 132
2,1	1,6	1,9	1,4
2,6	1,9	2,5	1,9
3,1	2,5	2,9	2,3
3,5	2,7	3,0	2,4
5,5	4,6	5,2	4,3
6,7	5,3	5,9	4,9
6,9	5,6	6,8	5,4
7,1	5,7	6,9	5,5
	Cx 3×110 2,1 2,6 3,1 3,5 5,5 6,7 6,9 7,1	Схема пролет   3×110 3×132   2,1 1,6   2,6 1,9   3,1 2,5   3,5 2,7   5,5 4,6   6,7 5,3   6,9 5,6   7,1 5,7	Схема пролетного строен   3×110 3×132 110 + + 132 + + 110   2,1 1,6 1,9   2,6 1,9 2,5   3,1 2,5 2,9   3,5 2,7 3,0   5,5 4,6 5,2   6,7 5,3 5,9   6,9 5,6 6,8   7,1 5,7 6,9

Данные табл. 1, 2 в виде диаграмм показаны на рис. 2, 3.



Рис. 2. Частоты свободных колебаний



Рис. 3. Частоты свободных колебаний

Основной временной нагрузкой на пролетные строения железнодорожных мостов является грузовой и пассажирский подвижной состав. На железных дорогах Украины эксплуатируются различные типы и модели подвижного состава; сосредоточим внимание на некоторых из них, для которых имеются экспериментальные данные относительно динамических характеристик собственных колебаний при движении по прямолинейному участку пути: локомотивы серий ВЛ8, ДЭ1, ЧС7; грузовой полувагон типа 11-066; пассажирский вагон купейного типа 47к. Основные динамические характеристики подвижного состава приведены в табл. 3.

Таблица 3

Динамические характеристики железнодорожного подвижного состава

Тип состава	$F_{st}, \mathbf{H}$	A <sub>l</sub>	ν <sub>1</sub> , Гц	A <sub>2</sub>	v <sub>2</sub> , Гц
ВЛ8	230000	0,15	2,3	0,05	2,76
ДЭ1	230000	0,15	1,37	0,05	2,06
ЧС7	220700	0,35	1,37	0,11	1,87
Вагон 11-066	220000	0,15	1,5	0,05	2,05
Вагон 47к	158000	0,15	1,5	0,05	2,05

Вертикальное давление подвижного состава на пролетное строение, приходящееся на *i*-ю колесную пару, определяется формулой

$$F_{i} = F_{st} \left( 1 + A_{1} \sin(2\pi v_{1} t) + A_{2} \sin(2\pi v_{2} t) \right), \quad (1)$$

где  $F_{st}$  – статическая составляющая вертикального давления на колесную пару подвижного состава;  $A_1, A_2$  – амплитудные значения соответственно первой и второй гармонических составляющих вертикального давления на колесную пару;  $v_1, v_2$  – линейные частоты, соответственно, первой и второй гармоник вертикаль-

ных колебаний подвижного состава при движении по прямолинейному участку пути; *t* – время.

График функции усилия (1) для одиночного локомотива серии ВЛ8 показан на рис. 4.



Рис. 4. График колебаний усилия, моделирующего воздействие одиночного локомотива ВЛ8

Используя данные табл. 3, вычислим по (1) расчетные значения вертикальных сил  $F_i$  для каждого типа подвижного состава. Выберем следующие характерные точки расположения элементов подвижного состава на пролетных строениях (за точку расположения принята относительная координата  $\Delta_x$  вертикальной оси z', проходящей через середину линии, соединяющей центры тележек, рис. 5):

- на пролетных строениях 2×55, 2×66  $\Delta_x$ принимается (1/4) $l_1$ ; (1/2) $l_1$ ; (2/3) $l_1$ ;

- на пролетных строениях  $2 \times 110$ ,  $2 \times 132$ ,  $\Delta_x$  принимается  $(1/2)l_1$ ;  $(3/4)l_1$ ;

- на пролетном строении  $3 \times 132$   $\Delta_x$  принимается  $(1/2)l_1$ ;  $(2/3)l_1$ ;  $(1/4)l_2$ ;  $(1/2)l_2$ ;

- на пролетном строении  $110 + 132 + 110 \Delta_x$ принимается  $(3/4)l_1$ ;  $(1/2)l_2$ ;

- на пролетном строении 132 + 154 + 132  $\Delta_x$  принимается  $(3/4)l_1$ ;  $(1/4)l_2$ .



Рис. 5. Модель нагрузки от подвижного состава (конструкция пролетного строения показана условно)

Программный комплекс «Лира» позволяет моделировать процессы вынужденных колебаний конструкции под действием вибрационных нагрузок, приложенных в ее узлах. Так, в результате расчета рассматриваемой динамической системы получены величины линейных перемещений, скоростей и ускорений в соответствующих узлах, а также силовые факторы и напряжения в сечениях стержневых элементов. Колебательные процессы во всех расчетах наблюдались в течение t = 30 с, фрагменты этих процессов t = 0...1 с показаны на рис. 6, 7.







Рис. 7. Вертикальные колебания узла H5 пролетного строения 2×110

На рис. 8 представлена диаграмма относительных перемещений для узлов пролетных строений, в которых наблюдались максимальные абсолютные перемещения. За единицу принято относительное перемещение узла неразрезного пролетного строения 2×110.



Рис. 8. Относительные перемещения узлов

Как видно из проведенного исследования, метод конечных элементов является эффективным инструментом для определения динамических характеристик стержневых строительных конструкций, в частности, неразрезных металлических пролетных строений железнодорожных мостов. Гармонический анализ, реализуемый этим методом, позволяет с высокой степенью точности определить частоты колебаний системы по заданным формам, что имеет ключевое значение при динамическом расчете мостовых конструкций.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. ДБН В.2.3.14-2006. Споруди транспорту. Мости та труби: правила проектування [Текст] / Мінво буд-ва, арх-ри та житл.-ком. госп-ва. – К., 2006. - 359 с.
- European Standard. Eurocode 1: Actions on Structures. Part 2: Traffic Loads on Bridges [Text] / European Committee for Standardization. B-1050, Brussels. 2002. 162 p.
- Розин, Л. А. Стержневые системы как системы конечных элементов [Текст] / Л. А. Розин. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. – 237 с.

Поступила в редколлегию 08.12.2009. Принята к печати 10.12.2009.